

Polycube参数化自动构造^{*}

林俊聪⁺, 金小刚, 范争文, 刘圣军, 冯结青

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

Automatic Polycube Construction and Parameterization

LIN Jun-Cong⁺, JIN Xiao-Gang, FAN Zheng-Wen, LIU Sheng-Jun, FENG Jie-Qing

(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: E-mail: Sworm.Lin@gmail.com

Lin JC, Jin XG, Fan ZW, Liu SJ, Feng JQ. Automatic Polycube construction and parameterization. *Journal of Software*, 2008,19(11):3061–3072. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/3061.htm>

Abstract: An automatic Polycube construction and parameterization method is proposed in this paper. This approach first decomposes the input mesh into a set of feature regions. Each region is approximated by a simple Polycube which is further split into several patches. Since each patch corresponds to a rectangular sub-surface of the Polycube, they can be parameterized independently. A smoothing procedure between patches is performed to reduce the overall parametric distortion. This method makes Polycube parameterization more convenient in texture mapping and other applications.

Key words: parameterization; Polycube; automatic construction; Reeb graph; feature-based segmentation

摘要: 提出了 Polycube 参数化的自动构造技术.该算法首先对网格进行特征分解,然后用立方体组成的一些基本形体逼近分解得到的各部分网格区域,确定基本 Polycube 的顶点和边在区域上的对应顶点和路径,将各区域进一步分解为面片,从而在构造 Polycube 的同时完成对曲面的分片,最后再分片参数化并进行面片间的平滑,高效地实现了 Polycube 的自动参数化.该方法在很大程度上减少了 Polycube 构造过程中的人工干涉,使其能够在纹理映射等方面得到应用.

关键词: 参数化;Polycube;自动构造;Reeb 图;特征分割

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

随着计算机辅助设计与计算机图形学的发展,三维几何数据作为一种新的数据媒体,近十几年来在工业界、学术界都得到了广泛的研究和应用.多边形网格成为最常用的表示物体形状的方法.研究者们提出了很多

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.60573153, 60533080 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA01Z314 (国家高技术研究发展计划(863)); the Program for New Century Excellent Talents in University of China under Grant No.NCET-05-0519 (新世纪优秀人才支持计划); the Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China under Grant No.R105431 (浙江省自然科学基金); the Open Project Program of the State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, China under Grant No.A0805 (浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室开放课题)

处理网格模型的算法,如去噪声、编辑、几何压缩、网格简化和纹理合成,以满足各种各样的应用需求.其中,网格参数化是网格处理中最基本的技术,它是对网格的几何和拓扑信息作进一步处理的基础.

曲面参数化是指在曲面与一个恰当的参数域间建立起一一映射^[1].这个参数域也是一个曲面,因此参数化实际上是建立从一个曲面到另一个曲面的映射.根据参数域的不同可以将网格参数化分为平面参数化、球面参数化和单形参数化^[2].平面参数化方法用于参数化拓扑同胚于圆盘的曲面,它在曲面与平面之间建立起一一映射,对于不可展曲面,平面参数化必然产生扭曲.最早的平面参数化方法之一是 Eck 提出的离散调和映射^[3],该方法只需求解线性方程组,速度快,但不能保证得到有效的一一映射.Floater 提出的改进中值坐标法^[4]计算简单且能保证映射的有效性.但是这些方法都需要先将网格的边界点映射到二维凸多边形的边界,Levy 等人提出的离散保角映射线性方法^[5]以及 Sander 提出的基于拉伸(stretch)的目标函数^[6]将边界点包含在整个优化问题中求解,在参数化时不需要预先固定边界.对于封闭的、亏格为 0 的曲面,球面是一种自然的参数域,因为它不需要将曲面分割.很多方法^[7-9]在球面上模拟平面上的保角(或调和)映射,只是一些平面上的线性方法变成了非线性的.球面参数化的缺陷是扭曲较难控制.一种对任意曲面都通用的方法是将模型参数化到一个同胚的基网格(base mesh)上,即单形参数化.单形参数化首先将网格分割成面片,面片通常类似于三角形,每块面片再映射到基网格的每个三角形上.此类方法重点需要解决的问题是如何获得平滑跨越面片边界的参数化,Khodakovsky 等人提出的全局参数化方法^[10]较好地解决了这个问题.

Tarini 等人提出了 Polycube 参数化方法^[11]:首先为每个网格建立一个形状大致相似的 Polycube 作为参数域,然后表面网格通过投影映射到 Polycube 表面,最后 Polycube 表面又通过适当的分割映射到二维纹理空间.Polycube 参数化较好地逼近曲面形状从而减小了参数化造成的扭曲,其参数域又便于存储和压缩,是一种理想的几何图像,该方法实现了无缝的纹理映射,避免了 chart 边界的不连续性并且可以处理任意亏格的模型.Fan 等人^[12]提出了一种基于 Polycube 交叉参数化的 Morphing 新技术.该技术适用于任意亏格的网格模型,并能实现纹理的无缝传递,充分体现了 Polycube 参数化方法的优越性.Wang 等人^[13]在他们最近的工作中设计了一种 Polycube 的构造方法,并以 Polycube 为定义域提出了 Polycube 样条的概念.但是 Polycube 参数化的构造过程需要大量、繁琐的用户交互,用户首先必须指定与模型大致相似的 Polycube 作为参数域,然后移动 Polycube 的顶点使其大致包围模型,接着将模型顶点投影到变形后的 Polycube 上,再通过逆变形将顶点映射到原来的 Polycube 表面,从而获得了模型到 Polycube 的初始的参数化,最后对初始的参数化进行优化.本文提出了 Polycube 参数化的自动构造技术,可以使用户从 Polycube 繁琐的构造过程中解脱出来,更加专注于应用层,我们的系统首先对输入的网格自动进行拓扑分析以及特征分割,然后对特征分割得到的区块自动选取合适的基元进行逼近,随后再根据相邻关系组合构造出与输入网格形体比较匹配的 Polycube,最后通过中值坐标法建立输入网格和 Polycube 的映射关系.整个过程仅需要极少的用户干涉.

1 方法概述

图 1 为我们的 Polycube 参数化自动构造方法的基本流程:首先对网格进行特征分解,然后用立方体组成的一些基本形体逼近分解得到的各部分网格区域,确定基本 Polycube 的顶点和边在区域上的对应顶点和路径,将各区域进一步分解为面片,也即建立起 Polycube 上的矩形与曲面的面片间的对应,在构造 Polycube 的同时完成了对曲面的分片,最后再分片参数化并进行面片间的平滑,高效地实现了 Polycube 的自动参数化.具体地,整个过程可以分为如下 3 个步骤:

1. 基于 Reeb 图的网格分解(如图 1(b)所示).我们采用基于特征识别的方法进行网格分解,首先对输入的网格定义平均测地距函数,然后根据平均测地距函数构造 Reeb 图,最后根据 Reeb 图进行特征分割.我们改进了 Zhang 等人^[14]的方法,可以更好地识别模型上的显著特征,得到更为清晰的 Reeb 图,更方便模型切割.
2. Polycube 逼近(如图 1(c)所示).在对输入网格进行特征分割后,我们对分割后生成的各个区域建立各自对应的基本 Polycube,然后对区域进行分片并把各面片对应到 Polycube 平面上.

3. 参数化(如图 1(d)和图 1(e)所示).在建立好 Polycube 并完成区域分片及对应之后,我们用改进的中值坐标法将每个面片参数化到 Polycube 对应的矩形面片上,最后对参数化的初步结果进行迭代优化,得到最后的参数化结果.

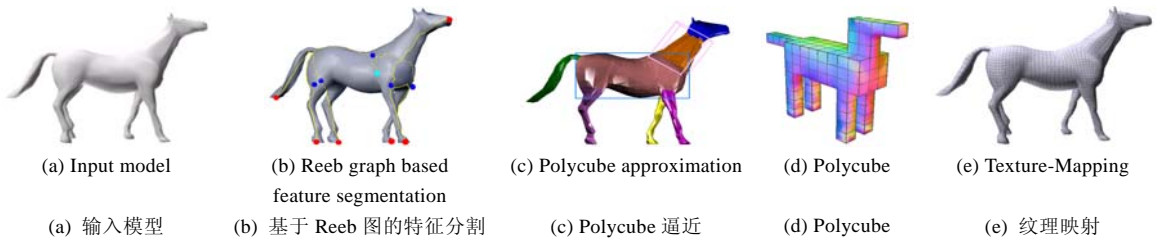


Fig.1 Automatic Polycube parameterization technique

图 1 Polycube 参数化自动构造技术

我们在建立输入网格到 Polycube 域上的映射时采用中值坐标法将按输入网格分割后的区块映射到 Polycube 平面的对应而不是像 Tarini 等人那样直接将输入网格的顶点投影到 Polycube 域上,在思路与 Wang 等人有点像,但不同的是,我们更加关注于如何自动化地构造一个与输入网格形体接近的 Polycube,从而减少用户的负担并尽可能地提高参数化的质量,而 Wang 等人则是为了使 Polycube 的构造独立于输入网格的几何形状,以方便生成不同复杂度和分辨率的 Polycube.

2 基于Reeb图的网格分解

网格分解是指将网格分割成一些更简单形体的操作,按照分解的目标,可以分为纯几何意义上的分解^[15]和结合语境的分解^[16,17]两类.前者将网格按照特定度量(如曲率)最优的原则分割成许多片,结合语境的分解则试图把输入网格分解成对应于形体特征的若干片.Polycube 参数化要求构造的 Polycube 在形体上与输入网格相似,因此我们采用一种基于特征的分解方法将输入网格分割成若干有意义的块,再逐块逼近.考虑到 Polycube 的亏格必须与模型一致才能建立有效的参数化,我们选择网格分解方法的基本出发点是能够识别出网格的亏格,以便将柄与网格主体分离,这样可以更方便后续的 Polycube 逼近.本文中我们采用并改进了 Zhang 等人提出的特征识别方法^[14]网格分解.它可将网格分割成一些明显的特征区域,并且可以很方便地处理亏格大于 0 的模型.如图 2 所示首先在网格表面定义平均测地距函数(如图 2(a)所示)并生成 Reeb 图(如图 2(b)所示),再根据 Reeb 图进行特征分割并减少亏格(如图 2(c)所示).我们对 Zhang 等人的方法中 Reeb 图的生成过程进行了较大的改进:1) 采用一个更有意义的参数过滤用户不希望考虑的较小的特征以及识别出模型上的显著特征,使生成的 Reeb 图更加清晰;2) 在亏格减少的步骤中,改进了非分离环的生成以获得更短、更光滑的非分离环,从而更容易对模型进行切割.

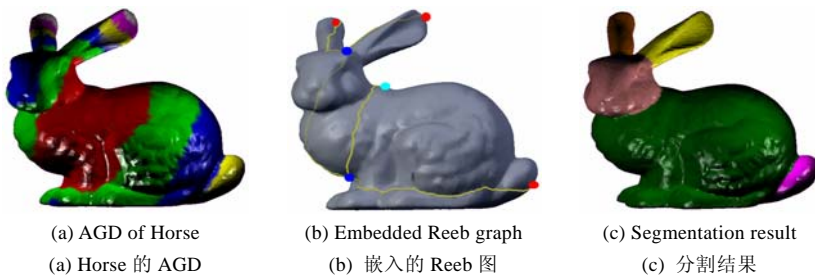


Fig.2 Mesh segmentation based on Reeb graph

图 2 基于 Reeb 图的网格分割方法

2.1 计算平均测地距

平均测地距(average geodesic distance,简称 AGD)函数最早由 Hilaga 引入,用于形状匹配^[18].令 $g(p,q)$ 为曲面 S 上两点 p 和 q 之间的测地距.则点 p 的平均测地距定义为

$$A(p) = \frac{\int_{q \in S} g(p,q) dq}{Area(S)} \quad (1)$$

Zhang 等人在此基础上定义了一个新的函数作为 Reeb 图构造的商函数,本文采用了他们的定义方法来构造 Reeb 图.方程式(1)可以看作下式取 $n=1$ 时的特殊形式:

$$A_n(p) = \sqrt[n]{\frac{\int_{q \in S} g^n(p,q) dq}{Area(S)}} \quad (2)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $A_\infty(p) := \lim_{n \rightarrow \infty} A_n(p) = \max_{q \in S} g(p,q)$, 即为点 p 到曲面 S 上任意一点的最大距离.我们在曲面 S 上定义如下的标量函数,并根据它构造 Reeb 图:

$$AGD_n(p) := \frac{A_n(p)}{\min_{q \in S} A_n(q)}, \quad n=1,2,\dots,\infty \quad (3)$$

AGD_n 的值度量了一个点与曲面其余部分的偏离程度,该值是缩放不变的,便于不同模型间的比较.我们使用 AGD_n 来识别和度量模型的几何特征,它的局部极大值对应着模型上突出部位的尖点,该值越大,突出越显著.综合考虑计算效率以及实验效果,本文取 $n=2$,下文中,我们用 AGD 指代 AGD_2 .我们采用 Surazhsky 等人提出的快速计算测地距的方法^[19]计算曲面上两点 p 和 q 之间的测地距,考虑到为网格上所有顶点计算 AGD 比较耗时,我们采用 Hilaga 等人提出的近似算法^[15],仅计算曲面上均匀分布的少量采样点的测地距.图 2(a)为 Bunny 模型的 AGD 函数,颜色浅的区域对应于 AGD 值较大区域,颜色深的区域对应于 AGD 较小的区域.

2.2 构造Reeb图

在网格表面定义好 AGD 函数后,接下来我们将对其进行拓扑分析,根据 AGD 函数构造一个嵌入的 Reeb 图,本文采用了 Zhang 等人的区域增长方法.首先选取 AGD 值为全局最小的一个三角片(对于网格上的一个三角片 $T=\{v_1,v_2,v_3\}$ 定义 $AGD(T) = \min\{AGD(v_1),AGD(v_2),AGD(v_3)\}$),按照 AGD 的升序逐个加入新三角片直到覆盖整个曲面,同时跟踪区域边界的拓扑变化.已访问区域的边界组成了一系列的环,对于新加入的每一个三角形,我们根据以下 5 条标准之一对其进行标记:

1. 极小点:标志了一个新边界环的开始.在本文的应用中,只有 1 个这样的三角形.
2. 极大点:导致一个边界环消失的三角形.代表一个突出部位的尖点.
3. 分裂鞍点:导致一个边界环自交而分裂成两个边界环的三角形.
4. 合并鞍点:导致两个边界环相交合并成一个边界环的三角形.这标志了一个柄的形成.
5. 规则三角形:不会引起边界环数改变的三角形.

图 2(b)为 Bunny 的 Reeb 图,图中两个耳朵以及尾巴处的深色小球表示局部极大值,头部以及腹部的深色小球表示分裂鞍点,全局极小值用浅色小球标志在 Bunny 的背部,相继的临界点通过表面上的路径连接,即图中模型上的浅色线条.可以看出,局部极大值与几何特征的尖点(如 Bunny 的耳朵和尾巴)是一致的.

复杂的曲面通常会包含许多小的突起,这将导致 Reeb 图包含过多的局部极大点和分裂鞍点,从而增加后续的处理时间.Zhang 等人采用延迟分裂鞍点加入的思路来剔除额外的局部极大点和分裂鞍点.但在很多情况下,这种方法也无法完全避免分裂鞍点的加入.而且该方法需要多次尝试,而每次尝试都需要判断是否会引起区域边界拓扑的改变,这显然较为耗时.我们提出了一种新的过滤方法,不需要延迟分裂鞍点的加入且能方便地控制希望识别出的特征的大小.其过程如图 3 所示,当加入的三角形为一个极大点 C 时,这标志了其所在区域 R_1 的完成.若该区域的起始临界点 B 为一个分裂鞍点,且满足:

$$AGD(C) - AGD(B) < \lambda \times (AGD_{\max} - AGD_{\min}) \quad (4)$$

则作如下处理:设以 B 为终点的区域为 R_0 ,从 B 分裂出的另一个区域为 R_2 .我们将区域 R_1 和 R_2 都归入到 R_0 ,删

除冗余的一对临界点 B 和 C .如果区域 R_2 尚未完成,则 R_0 也标志为未完成, R_0 的起始临界点保持不变,终结临界点重新置为空(如图 3(a)所示).如果区域 R_2 已经完成,则 R_0 也标志为完成, R_2 的终结临界点置为 R_2 的终结临界点 D (如图 3(b)所示).每当加入的三角形为极大点时,我们都作如上的检测,阈值 λ 比 α 具有更明确的控制意义(本文中我们将 λ 值取为 0.1).采用新的过滤方法,速度更快,且可以更有效地控制极大点和分裂鞍点的数目(如图 4 所示).

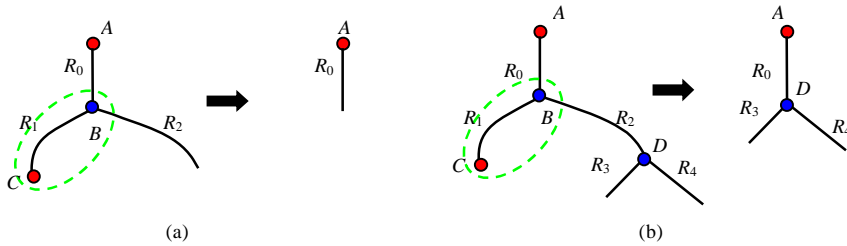


Fig.3 Weed out extra splitting saddle points

图 3 过滤多余的分裂鞍点

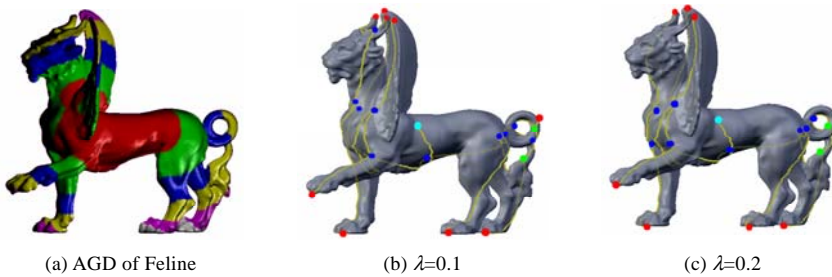


Fig.4 Embed Reeb graphs with different filtering constant λ

图 4 采用不同的过滤阈值 λ 得到的嵌入 Reeb 图

2.3 特征分割

对曲面突出部位的尖点定位后,我们必须构造一条封闭曲线 γ 将特征与主体中分离, γ 也称为分离环,该过程可分为两步,首先寻找一段与尖点对应的分离区域 R ,然后从 R 中构造一条封闭曲线 γ 从而将特征与模型的其他部分分离.为了构造尖点 p 的分离区域,我们计算函数 $f_p(q)=g(p,q)$,即曲面上各点到 p 的测地距,将函数值等分为 k 段,设两段等值曲线间的区域面积为 A_i ,将其看作一个连续函数 $A(x)$.我们定义 p 的分离区域 $R := \{q \in S \mid m - \varepsilon \leq f_p(q) \leq m + \varepsilon\}$ (其中,当 $x=m$ 时, $A''(x)$ 为极大值,这标志着面积的突然改变; $\varepsilon=0.02$).得到对应的分离区域 R 后,我们对 R 执行基本的塌陷操作将其从一个 2-复合形简化为一个 1-复合形,并选取完全位于复合形边界上的分离环作为理想分离环进一步优化.对于亏格大于 0 的曲面,为了构造出与模型拓扑同胚的 Polycube,在特征分割时要求能将柄与模型的主体分离使两者位于不同的区域以便能够使用多段 Polycube 分别逼近从而保证拓扑,所以还必须对模型进行切割使其转化为亏格为 0 的模型.亏格大于 0 的曲面上往往存在着一些环,它们并不把曲面分割成两个部分,这些环被称为非分离环,我们进行亏格减少的基本策略就是识别出每个柄所对应的合适的非分离环,但在有些情况下该方法并不适用.如图 5 所示,模型 Hole3 的亏格为 3,其 Reeb 图中包含了 3 个环.其中,由合并鞍点 m_2 和 m_3 标志的两个环的起点相同,都为分裂鞍点 s_2 .如果都从 s_2 开始区域增长,则无法正确地减少亏格.所以,我们选择一个环区域增长的起点从 s_2 开始,另一个则从 m_3 开始.如果 Reeb 图中的环已接近理想的非分离环,例如图 5(d)的第 1 个非分离环,则按 Zhang 的方法^[14]将得到一个更长、更糟糕的非分离环.我们采取的策略是,按照 Zhang 的方法构造新的非分离环 γ ,如果 γ 的长度小于 ρ ,则作为理想的非分离环;否则,再从 γ 开始,以 γ 与 ρ 的交点为起点区域增长构造另一条非分离环 ζ .根据实验观察, ζ 通常都较为理想

(如图 5(e)所示).另外,由于我们希望理想的非分离环尽可能地与坐标平面相平行,所以当从环的两侧区域增长时,我们并不是仅得到 1 个交点就停止,而是直到得到 n 个交点(本文中取 $n=10$)才停止.从 n 个交点可以构造 n 个新的非分离环,我们选择其中理想的一个.

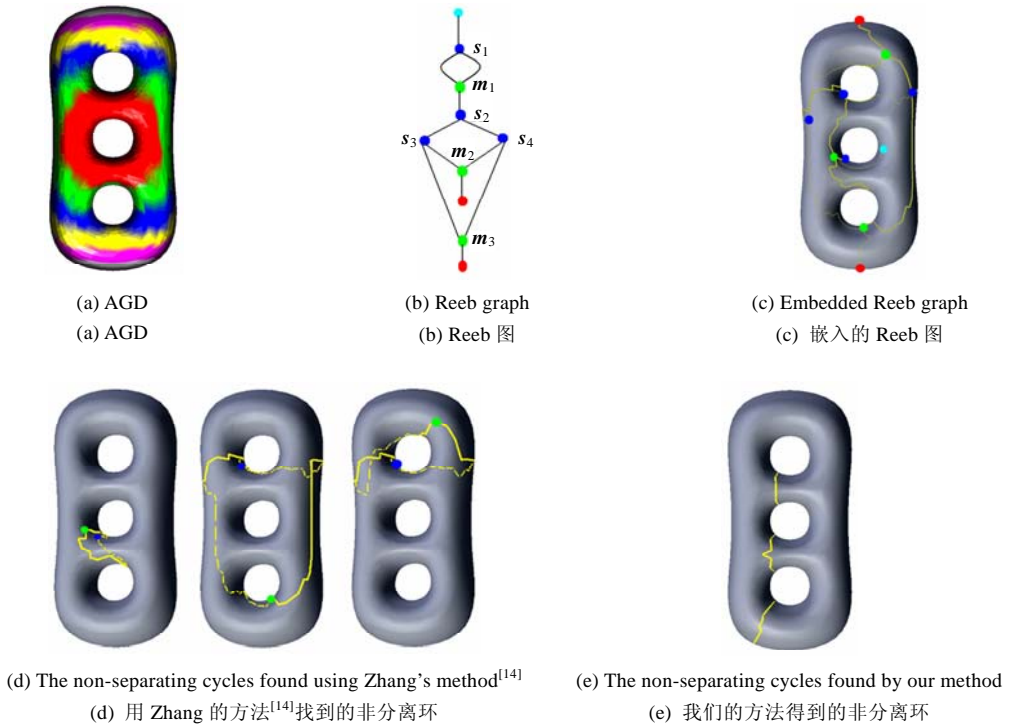


Fig.5 Find the non-separating cycle

图 5 计算非分离环

3 Polycube逼近

前面分割的结果是得到各部分区域、区域边界和非分离环.区域边界(包括非分离环)将参数化到矩形,各部分将根据其特征参数化到由立方体组成的长方体、L 形体、凹形体、回形体等一些基本形体,下面我们将这些基本形体称为基本 Polycube.

本节的任务是为每个区域建立各自对应的基本 Polycube,同时也要建立基本 Polycube 的顶点和边在区域上对应的顶点和路径,即将区域进一步分割成面片.例如,对于长方体需要建立其 8 个顶点和 12 条边在区域上的对应,实际的效果就是将该区域分成了 6 块矩形面片,以便于后续的分片参数化.为了得到较理想的初始参数化,面片的边界在长度上应与基本 Polycube 上对应的矩形边长相近,从而面片的面积也与对应的矩形相近.每生成一个区域,都需要检测该基本 Polycube 的有效性,即新生成的基本 Polycube 与已建立的 Polycube 只能在区域边界或非分离环处重叠,其他部分都不允许重叠.如果无效,则重新建立该区域的基本 Polycube,以确保最终得到的 Polycube 是有效的,即能建立网格到 Polycube 表面的一一映射.

接下来我们将详细介绍 Polycube 的逼近过程:首先确定每个区域边界和非分离环的 4 个顶点;然后,根据每部分的特征,采用不同的基本 Polycube 进行逼近.

3.1 确定单位长度及区域边界顶点

因为 Polycube 由单位立方体组成,所以我们首先需要确定单位立方体的边长即单位长度,然后才能确定每个区域用多少立方体去逼近.由于 Polycube 所占据空间的每个单元在纹理内存中都需要一个三字节的索引项,

为了节省纹理内存,我们希望在保证参数化扭曲较小的前提下,立方体数目尽可能地少,即用较少的立方体去逼近模型.

为了便于后续处理,我们首先将模型变换到合适的位置.如图 6 所示,取长度最小的区域边界 γ (包括非分离环),将 γ 投影到最接近的坐标平面上,得到 γ' .取 γ' 上距其二维包围盒 4 个顶点最近的 4 个有序的点 p_0, p_1, p_2, p_3 ,作为初始的边界顶点,然后调整 p_2 ,使 $p_0 p_2$ 在长度上平分 γ' ,再调整 p_1 ,使 γ' 的 4 个顶点符合矩形对边长度相等的规则.接着计算 γ' 的长边与短边的纵横比: $(p_0 p_1 + p_2 p_3) / (p_1 p_2 + p_0 p_3)$.假设 $p_0 p_1$ 与 $p_2 p_3$ 为较长的边.然后同步调整 p_0, p_1, p_2, p_3 ,将该纵横比调整至最接近的整数.取短边的长度为单位长度.对于其他的区域边界,也按类似方法确定 4 个顶点的位置,使其对边接近相等,长边与短边的长度接近单位长度的整数倍.

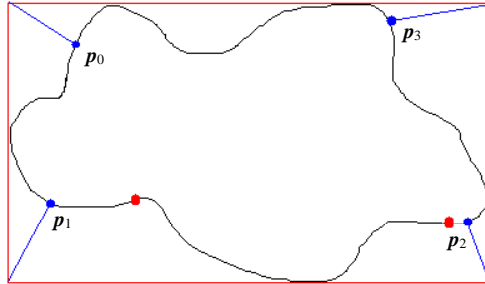


Fig.6 Determine the vertices of region boundary
图 6 确定区域边界的顶点

3.2 逼近由极大点分割得到的区域

对于由极大点 p 分割得到的区域,首先计算 p 到区域边界 γ 的测地距.若该距离与 γ 的周长之比大于阈值 α ($\alpha=1$),我们则认为该区域类似于圆柱体(也可以采用更复杂的判断标准^[15]),采用本节的方法,使用长方体逼近.否则,采用后面的包围盒逼近方法.

如图 7 所示,设 γ 的边长为 a, b ,则从极大点 p 出发,区域增长至距离 $\sqrt{a^2 + b^2} / 2$,得到一条边界 ζ . γ 的 4 个顶点 p_0, p_1, p_2, p_3 已经确定,我们还需要确定 ζ 上对应的 4 个顶点 q_0, q_1, q_2, q_3 ,以及这 4 对顶点之间的路径,即面片边界.为了使 4 个点及 4 条面片边界分布较为均匀,我们首先求得 γ 到 ζ 的最短路径 s 及在 γ 和 ζ 的两个顶点 u, v ,作为参考.根据 γ 上 p_0, p_1, p_2, p_3 到 u 的距离比例,得到 ζ 上 q_0, q_1, q_2, q_3 到 v 的距离比例,从而得到 q_0, q_1, q_2, q_3 的位置.4 对对应边界点直接相连得到面片边界(直接连接 4 对边界点有时并不能保证得到一个良好的 patch 分割,其改进方法在下一节提出).建立长方体后,根据面片边界的长度确定长方体中立方体的个数.如果区域是由次极大点分割得到,且其包含的区域边界数为 2,若两个边界方向近似,长度相近,则将两个边界上对应的 4 个顶点相连,使用长方体逼近.

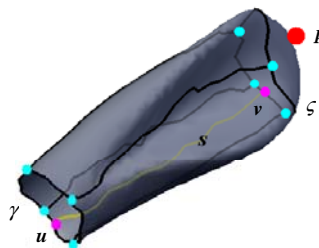


Fig.7 Approximate the region segmented from the maximum point
图 7 对由极大点分割得到的区域进行逼近

3.3 逼近由非分离环分割得到的区域

对于由非分离环分割得到的区域,若非分离环的两侧都包含在该区域内,则使用回形逼近,例如圆环(如图 8 所示);否则,可以根据情况使用长方体、L 形体、凹形体、近回形体等逼近.直接使用 L 形体、凹形体、回形体,而不是多段长方体,能够更加准确地定位面片边界上的弯点.具体的逼近过程如下:

- 确定区域边界 γ 与非分离环 ζ 之间最近的两点 p, q 及最短路径 s .
- 如图 9 所示,将最短路径 s 投影到主平面上,在该平面上近似地找一点 o ,使其到 s 上各点的距离大约相等.将 o 视为圆心,若坐标系中某个象限被扇形 poq 覆盖的角度大于 60° ,则认为在该象限内存在一个弯点,从原点 o 发出一条平分该象限的射线,与 s 的交点作为弯点在 s 上的相对位置.根据弯点的数目确定采用的基本 Polycube,然后适当调整弯点的位置,使各段的长度接近单位长度的整数倍.

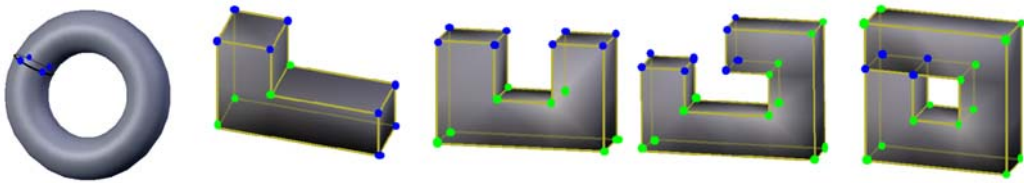


Fig.8 Torus and Polycube primitives. The dark spheres represent for the corresponding on non-separating cycle or region boundary, and the light ones represent for the vertices on the Polycube primitives

图 8 圆环与一些基本 Polycube.深色点表示非分离环或区域边界对应的顶点,浅色点表示基本 Polycube 上的弯点

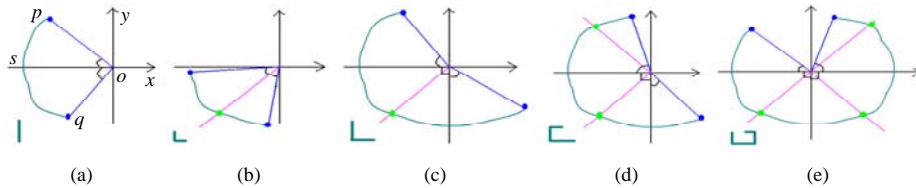


Fig.9 Determine the Polycube primitive based on the shortest path s between two boundary.

The light spheres represent for the vertices, and the thick lines on the left bottom of every sub figure represents for the Polycube primitive in 2D case

图 9 根据两条边界之间的最短路径 s 确定所需采用的 Polycube 元素类型. s 上的浅色点表示弯点位置.每幅子图左下方的粗折线表示所对应的基本 Polycube 的二维抽象

- 区域边界与非分离环上的 4 对顶点已经预先确定,但有可能分布并不理想.如果区域边界邻接(或非分离环)的另一个区域尚未处理,我们则按照第 3.2 节的方法调整区域边界的 4 个顶点,使其分布均匀(如图 10(a)所示).直接连接对应顶点之间的最短路径并不一定是很好的选择.如果区域的曲率较大,由两条边界上均匀分布的 4 对顶点连接起来的 4 条最短路径很可能离理想的面片边界偏差很大.我们采用下面的方法减轻这种偏移:在 γ 与 ζ 的最短路径 s 的每个弯点处,找一条最短路径从 s 的一侧回到另一侧,我们称得到的最短路径为参考环.两个弯点中间,再加一条这样的参考环.每条参考环上都按长度比例确定与边界顶点对应的 4 个点.再从头到尾两两通过最短路径相连,这样可以有效地减少偏离,获得分布较均匀的面片边界(如图 10(b)所示).



(a) Connect the corresponding vertex pairs directly (a) 直接连接对应顶点
 (b) Connect the corresponding vertex pair through the reference cycle (b) 通过参考环连接对应顶点

Fig.10 Construct the boundary of mesh patch. Light cycles in Fig.10(b) represent for the cycles at vertices while dark ones are extra cycles

图 10 确定三角曲面各分片的边界.图 10(b)中浅色环表示弯点位置的参考环,深色环表示额外的参考环

3.4 采用包围盒逼近其他区域

对余下的其他区域,我们采用包围盒方法来逼近,首先根据该区域 PCA 的主方向建立包围盒,然后找出区域上与包围盒 8 个顶点最近的 8 个点作为区域顶点,对顶点位置作适当调整,使 8 个顶点之间的测地距符合长方体的要求,并为单位长度的近似整数倍,最后相邻的区域顶点之间通过最短路径连接,把区域分割成 6 块面片.该区域上已有的区域边界必须被包含在方向相同的面片内.如果面片边界与已有的区域边界比较接近,则合并其中接近的部分.

3.5 建立 Polycube 的全局坐标

在 Polycube 逼近的过程中,可以从任一区域开始,但必须按照相邻原则,即之后处理的区域都必须与已处理的区域相邻(即有共同的区域边界).我们将第 1 个建立的基本 Polycube 的起点坐标设为原点,之后,每得到一个区域的基本 Polycube,由共同的区域边界确定其与已建立的 Polycube 的相对位置,从而确定该基本 Polycube 的全局坐标.全部区域处理完成后,将整体 Polycube 平移,使每个基本 Polycube 的起点坐标都大于等于 0.

4 参数化

建立 Polycube 的同时我们完成了对区域的分片.区域上的一块面对应了基本 Polycube 上的一个平面.如果面片不是矩形的(如 L 形等),则将被分割成矩形面片,再分别参数化.我们采用了中值坐标法^[4]进行网格到 Polycube 上的映射,首先将网格的边界点映射到二维参数域凸多边形的边界,而每个内点都是以其为中心的任意圆环内所有点的平均值,即

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i v_i = v_0 \tag{5}$$

其中,

$$\lambda_i = \frac{\omega_i}{\sum_{j=1}^k \omega_j}, \quad \omega_i = \frac{\tan(\alpha_{i-1}/2) + \tan(\alpha_i/2)}{\|v_i - v_0\|} \tag{6}$$

使用中值坐标法参数化时,面片边界所映射的形状以及边界点的分布对参数化的质量都有重要的影响.由于本文将面片映射到矩形,只有当面片的形状类似于矩形,且面片的边界较为光滑时,才能得到扭曲较小的参数化.但是由于网格分辨率的限制,我们得到的面片边界可能存在很多锯齿,这将降低参数化的质量(如图 11(a)和图 12(a)所示).所以,我们引入了一种平滑算法,使顶点可以从一个面片迁移到另一个,从而改进面片的形状,显著减小参数化的扭曲.获得初始参数化之后,每个顶点都具有了一个三维的全局参数值.网格上每个三角形都参数化到 Polycube 上的一个矩形内.位于面片内部的点的 1-ring 参数值都位于同一个矩形内,而面片边界上的点的 1-ring 参数值将覆盖两个矩形,面片顶点的 1-ring 参数值则将覆盖多个矩形.我们对于每个顶点执行以下优化过程:

- 如果该点及其所有相邻点的参数值都在同一个平面(可以包括同一平面的多个矩形),根据相邻点的参数值,按照公式(5)和公式(6)直接计算该点新的参数值.其中的权重 ω_i 是在原网格上计算得到的.如果新的参数值会导致三角形翻转,则放弃.
- 如果 1-ring 点的参数值覆盖两个平面 b_1 和 b_2 (如图 13 所示),我们将位于 b_2 的参数值都旋转到平面 b_1 .按照公式(5)和公式(6)计算该点新的参数值,如果新的参数值会导致三角形翻转,则放弃.否则,更新当前点的参数值(若其位于 b'_2 ,还需把它展回到 b_2 上再更新).
- 如果 1-ring 点覆盖超过两个平面,则放弃处理.

该过程在面片间重新分布顶点,拉直了面片的边界,减小了参数化的扭曲.面片顶点的 1-ring 都覆盖多个矩形,若超过两个平面,则在优化过程中将始终固定.然而,面片顶点在确定的时候具有一定的任意性,很可能不是在最佳的有利于减小参数化扭曲的位置上.为了提高参数化的质量,我们使用顶点松弛法对未得到优化的面片顶点重新定位^[20].该松弛过程在每个面片顶点上迭代,通过把面片顶点指定给原网格上的新顶点来重新定位.顶点平滑和面片顶点松弛的过程交替进行,直到顶点的参数值不再改变或达到了指定的迭代次数为止.为了更好的优化效果,我们在每次迭代中,对顶点采用随机的顺序优化(如图 11(b)、图 12(b)所示).

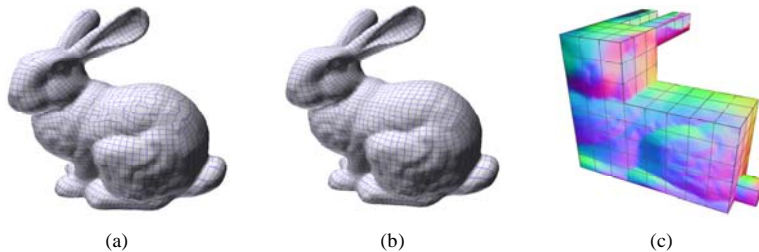


Fig.11 Polycube parameterization of Bunny

图 11 Bunny 的 Polycube 参数化结果

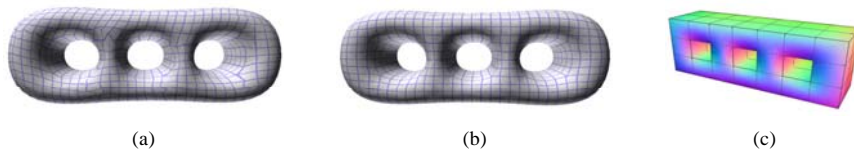


Fig.12 Polycube parameterization of 3-ring torus

图 12 3-ring 环的 Polycube 参数化结果

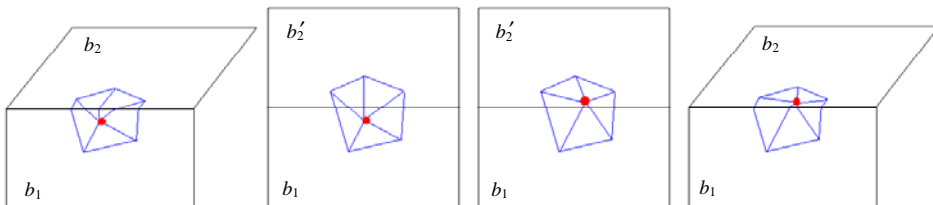


Fig.13 Vertex slippage between two Polycube planes

图 13 两个 Polycube 平面之间的顶点平滑

5 实验结果分析

我们在 2.4GHz Pentium 4 CPU,512M 内存的 PC 上实现本文的算法.图 11 和图 12 显示了一些 Polycube 参数化的结果.图 11(a)和图 12(a)为初始参数化后纹理映射的效果,可以很明显地看出纹理的扭曲,图 11(b)和

图 12(b)则是经过优化后的实验效果.图 11(c)和图 12(c)为法向贴图.表 1 统计了运行时间与参数化扭曲大小.耗费的步骤主要在计算 AGD.例如,对 15 000 个三角片的 Bunny,计算一点到所有点的测地距的时间约为 1s,我们大约需计算 150 个采样点,总计 150s.构造 Bunny 的 Reeb 图耗时 6s.区域分割构造 Polycube 约 20s,参数化及优化约 15s.事实上,我们并不需要精确地计算一点到所有点的测地距,所以可以采用近似方法^[19]计算,这样速度可以提高很多.为了更好地进行比较,我们采用 Tarini 等人所用的指标来衡量参数化的质量.表 1 中的面积和角度扭曲分别使用 $\sigma_1\sigma_2 + 1/(\sigma_1\sigma_2)$ 与 $\sigma_1/\sigma_2 + \sigma_2/\sigma_1$ 的积分并归一化的值来度量,这里, σ_1 与 σ_2 是 Jacobian 矩阵 J_ϕ 的奇异值^[1,21]. L_2 stretch 根据 Sander 的方法^[6]计算.所有度量的理想值都是 1.显然,扭曲的大小依赖于 Polycube 与模型的相似度,考虑到我们的方法是一种自动化的方法,尽管与 Tarini 等人的工作还有一些差距,但其参数化的质量还是较好的,今后我们还将专注于改善 Polycube 的构造从而进一步提高参数化质量.

Table 1 Statistics of the Polycube parameterization

表 1 Polycube 参数化统计

Model	Triangle number	Time for AGD calculation (s)	Total time for other steps (s)	E_{area}		E_{angle}		L_2 stretch	
				Our method	Ref.[11]	Our method	Ref.[11]	Our method	Ref.[11]
Bunny	15 000	150	41	1.15	1.034	1.12	1.069	0.79	0.892
Hole-3	4 000	75	25	1.01	1.003	1.02	1.011	0.92	0.986
Horse	2 000	20	18	1.22		1.32		0.75	

6 结 论

网格参数化是图形学领域中一项非常重要的基本技术.Tarini 等人提出了 Polycube 参数化方法,很好地弥补了已有工作中的一些不足,但该方法需要大量的手工交互,难以推广应用.本文提出了 Polycube 参数化的自动构造技术,对亏格大于 0 的模型也能采用同一框架建立 Polycube 参数化.该算法首先对网格进行特征分解,然后用基本 Polycube 逼近分解得到的各部分网格,建立起 Polycube 上的矩形与曲面的面片间的映射关系,将 Polycube 的构造与参数化的建立统一在一起,高效地实现了 Polycube 的自动参数化,从而很好地完善了 Tarini 等人的工作,使 Polycube 参数化方法成为一种优越、简便的参数化方法.

References:

- [1] Floater MS, Hormann K. Surface parameterization: A tutorial and survey. In: Dodgson NA, Floater MS, Sabin MA, eds. Advances in Multiresolution for Geometric Modelling. Heidelberg: Springer-Verlag, 2005. 157–186.
- [2] Peng QS, Hu GF. Survey on parameterization of triangular meshes. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2004,16(6):731–739 (in Chinese with English abstract).
- [3] Eck M, DeRose T, Duchamp T, Hoppe H, Lounsbery M, Stuetzle W. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. In: Proc. of the ACM SIGGRAPH'95. New York: ACM, 1995. 173–182.
- [4] Floater MS. Mean value coordinates. Computer Aided Geometric Design, 2003,20(1):19–27.
- [5] Levy B, Petitjean S, Ray N, Maillot J. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. ACM Trans. on Graphics, 2002,21(3):362–371.
- [6] Sander PV, Snyder J, Gortler SJ, Hoppe H. Texture mapping progressive meshes. In: Proc. of the Siggraph 2001. New York: ACM, 2001. 409–416.
- [7] Gotsman C, Gu XF, Sheffer A. Fundamentals of spherical parameterization for 3d meshes. ACM Trans. on Graphics, 2003,22(3): 358–363.
- [8] Praun E, Hoppe H. Spherical parameterization and remeshing. ACM Trans. on Graphics, 2003,22(3):340–349.
- [9] Zhou K. Digital geometry process-theory and application [Ph.D. Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2002 (in Chinese with English abstract).
- [10] Khodakovskiy A, Litke N, Schröder P. Globally smooth parameterizations with low distortion. ACM Trans. on Graphics, 2003, 22(3):350–357.
- [11] Tarini M, Hormann K, Cignoni P, Montani C. Polycube-Maps. ACM Trans. on Graphics, 2004,23(3):853–860.

- [12] Fan ZW, Jin XG, Feng JQ, Sun HQ. 3D mesh morphing using Polycube-based cross-parameterization. *Computer Animation and Virtual Worlds*, 2005,16(3-4):499-508.
- [13] Wang HY, He Y, Li X, Gu XF, Qin H. Polycube splines. In: *Proc. of the ACM Symp. on Solid and Physical Modeling*. New York: ACM, 2007. 241-251.
- [14] Zhang E, Mischaikow K, Turk G. Feature-Based surface parameterization and texture mapping. *ACM Trans. on Graphics*, 2005, 24(1):1-27.
- [15] Zhou K, Synder J, Guo BN, Shum HY. Iso-Charts: Stretch-Driven mesh parameterization using spectral analysis. In: *Proc. of the Eurographics Symp. on Geometry Processing*. New York: ACM, 2004. 45-54.
- [16] Katz S, Tal A. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts. *ACM Trans. on Graphics*, 2003,22(3):954-961.
- [17] Lai YK, Zhou QY, Hu SM, Martin RR. Feature sensitive mesh segmentation. In: *Proc. of the ACM Symp. on Solid and Physical Modeling*. New York: ACM, 2006. 17-25.
- [18] Hilaga M, Shinagawa Y, Kohmura T, Kunii TL. Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes. In: *Proc. of the ACM SIGGRAPH 2001*. New York: ACM, 2001. 203-212.
- [19] Surazhsky V, Surazhsky T, Kirsanov D, Gortler SJ, Hoppe H. Fast exact and approximate geodesics on meshes. *ACM Trans. on Graphics*, 2005,24(3):553-560.
- [20] Guskov I, Vidimce K, Sweldens W, Schröder P. Normal meshes. In: *Proc. of the ACM SIGGRAPH 2000*. New York: ACM/Addison-Wesley, 2000. 95-102.
- [21] Degener P, Meseth J, Klein R. An adaptable surface parameterization method. In: *Proc. of the 12th Int'l Meshing Roundtable*. 2003. 201-213.

附中文参考文献:

- [2] 彭群生,胡国飞.三角网格的参数化. *计算机辅助设计与图形学学报*,2004,16(6):731-739.
- [9] 周昆.数字几何处理:理论与应用[博士学位论文].杭州:浙江大学,2002.



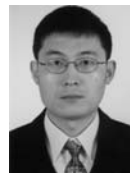
林俊聪(1981-),男,福建晋江人,博士,主要研究领域为网格融合,数字几何处理.



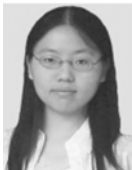
刘圣军(1979-),男,博士,讲师,主要研究领域为模型逼近,隐式曲面重构,计算机动画.



金小刚(1968-),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为计算机动画,隐式曲面建模,几何处理,空间变形,纹理合成.



冯结青(1970-),男,博士,研究员,博士生导师,CCF高级会员,主要研究领域为空间变形,计算机辅助几何设计,计算机动画.



范争文(1979-),女,硕士,主要研究领域为计算机动画,曲面参数化.