

交互式进化计算的适应值噪声及收敛鲁棒性^{*}

郝国生^{1,3}, 史有群²⁺, 黄永青^{1,4}, 吕俊怀¹, 郭广颂^{3,5}

¹(徐州师范大学 计算机科学与技术学院, 江苏 徐州 221116)

²(东华大学 计算机科学与技术学院, 上海 200052)

³(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

⁴(合肥工业大学 计算机网络系统研究所, 安徽 合肥 230009)

⁵(郑州航空工业管理学院 机电工程系, 河南 郑州 450007)

Interactive Evolutionary Computation with Fitness Noise and Its Convergence Robustness

HAO Guo-Sheng^{1,3}, SHI You-Qun²⁺, HUANG Yong-Qing^{1,4}, LÜ Jun-Huai¹, GUO Guang-Song^{3,5}

¹(School of Computer Science and Technology, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221116, China)

²(School of Computer Science and Technology, Donghua University, Shanghai 200052, China)

³(School of Information and Electronic Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China)

⁴(Institute of Computer Network Systems, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

⁵(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou 450007, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-516-85703560, E-mail: hgs0754@tom.com

Hao GS, Shi YQ, Huang YQ, Lü JH, Guo GS. Interactive evolutionary computation with fitness noise and its convergence robustness. *Journal of Software*, 2007,18(9):2183–2193. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/2183.htm>

Abstract: Noise is an important factor that influences the performance of evolutionary computation (EC). Much research on noise was reported in traditional EC, but less in IEC (interactive evolutionary computation). The definition, source, type of noise and methods to deal with noise in EC are reviewed firstly. Secondly, related with the rational user in IEC, the convergence robustness against fitness noise in IEC is studied. Mapping among spaces, dominating relationship and convergence in IEC are discussed to establish bases for two theorems: Strong condition theorem and weak condition theorem. These two theorems imply that the noise caused by the rational user will not prevent the algorithm from converging to the global optima. Thirdly, as the successive issue, the conclusions that the effective fitness scaling method is part of the weak condition and the user preference is the true fitness in IEC are discussed. The narrow definition of fitness noise based on the weak condition is also given. The experimental results validate the theorems, and the results establish a necessary foundation for future research.

* Supported by the National Research Foundation for the Doctoral Program of Ministry of Education of China under Grant Nos.20050359006, 20040359004 (国家教育部博士点基金); the Shanghai Science Committee Foundation for the Mountaineering Action Plan under Grant No.06DZ15005 (上海市科委“登山行动计划”重大项目基金); the Xuzhou Normal University Research Foundation (徐州师范大学项目基金)

Received 2006-06-09; Accepted 2006-12-22

Key words: evolutionary computation; noise; robustness; domination; convergence

摘要: 噪声是影响进化计算(evolutionary computation,简称 EC)算法性能的一个重要因素.对于传统 EC 中的噪声,已有许多研究成果,但交互式进化计算(interactive evolutionary computation,简称 IEC)的噪声研究成果却较少.首先回顾了传统 EC 中噪声的定义、来源、类型及各种处理噪声的方法;其次,从 IEC 的理性用户观点出发,研究了 IEC 的适应值噪声及收敛鲁棒性.其中,空间的映射关系、个体间的占优关系以及 IEC 的收敛等是研究收敛鲁棒性的两个定理(强条件定理和弱条件定理)的基础.这两个定理表明,理性用户条件下的噪声不会影响算法全局收敛性.在这两个定理的基础上进一步得出了如下结论:有效的适应度尺度变换是弱条件定理的一部分,IEC 中“真”适应值是用用户偏好等,并以不满足弱条件定理,即破坏算法收敛性为依据,给出了 IEC 中适应值噪声的狭义定义.实验进一步验证了这两个定理.上述结论为进一步研究 IEC 作了必要的铺垫.

关键词: 进化计算;噪声;鲁棒;占优;收敛

中图法分类号: TP18 **文献标识码:** A

进化计算(evolutionary computation,简称EC)备受关注的的原因不仅在于它能优化常规问题,更重要的是,它具有如下特征:1) 优化过程只需适应值信息;2) 全局搜索;3) 基于种群搜索的自平均(self-average);4) 不需要目标函数的梯度信息并能避免局部收敛^[1].交互式进化计算(interactive evolutionary computation,简称IEC)作为一种EC,其适应值是由用户主观赋予的.通过交互,IEC充分体现了用户的偏好和情感^[2].自从 20 世纪 80 年代被提出以来,IEC已广泛应用于服装设计、人脸识别、虚拟现实、工程设计、机器人设计等领域^[3,4].

一般假设传统EC的个体适应值是确定不变的^[5],然而,现实世界的许多问题都是含噪的.因此,上述假设是一种理想情况^[6].通常认为,噪声会给算法的收敛性带来负面影响,因此,许多学者提出了各种处理噪声的方法.但是,并不是所有噪声对算法的收敛性都会产生负面影响.基于该思想,本文研究了IEC中判断噪声对收敛性是否有负面影响的条件.

1 已有的关于传统 EC 噪声的成果

本节回顾 EC 噪声的研究成果,如噪声来源、定义、对算法的收敛影响、算法的噪声鲁棒性及处理噪声方法.

当在同一点上重复采样出现不同结果时,就认为噪声存在^[1].噪声有许多来源,如数据输入、对大空间不完全采样、有数量精度、算法中随机策略的使用、人机交互、环境中的随机因素、适应值评价中的随机因素以及特定问题(如多智能体仿真)等的随机性^[1,5-8]等.各种来源的EC噪声可以归纳为两种^[1]:适应值噪声和决策变量噪声,如式(1)和式(2),其中, F 是含噪适应值函数, f 是不含噪的绝对(absolute)或“真(true)”适应值函数.

$$F(x)=f(x)+\delta \quad (1)$$

$$F(x)=f(x+\delta) \quad (2)$$

决策变量噪声较难处理,通常把这种噪声作为适应值噪声来处理^[1].本文也主要讨论适应值噪声.

噪声可能使非优势个体在选择过程中获胜,并通过选择误导整个进化过程^[1].但是对单目标优化问题,当种群规模较大时,算法具有噪声鲁棒性,因为种群通过其适应值平均能够“过滤”部分噪声^[7].而EC在进化过程中拥有的关于搜索空间的“知识”,也使它具有抗噪性^[8].然而,这种噪声鲁棒性必须以较大种群规模作为前提.

重采样方法是最常使用的方法.Miller在其博士论文中对重采样进行了深入的研究^[2].重采样方法的定义可以总结为:在环境未发生变化时^[1,5],对某一个体的适应值多次采样,用其均值作为该个体适应值.但是,重采样方法也有缺点:首先,重采样成本较高,尤其是当评价个体适应值所耗费的时间是优化问题的瓶颈时^[1,9];其次,重采样要求所有候选个体的噪声服从相同分布.Darwen指出,过多采样对于小种群算法甚至是有害的^[9].基于卡尔曼滤波的遗传算法(Kalman-Extended genetic algorithms,简称KGA)则是对重采样方法的改进,该方法能够决定何时产生新个体、何时对存在的个体重新评价以及对哪一个个体重新评价等^[5].Fitzpatrick则研究了在重采样和增

加种群规模之间的均衡问题^[1]。

另一种处理噪声的方法是参考邻域内其他个体适应值信息估计新个体的适应值,如利用邻域个体的适应值信息^[1]、利用双亲适应值信息或者同时利用这两种信息^[10]。基于保存集的适应值评价遗传算法(memory-based fitness evaluation GA,简称MFEGA)^[11]也属于这种分类。但是,正如Kito和Sano指出的那样,参考邻域方法的前提是:适应值函数在局部能够通过低次多项式代替或接近,并且局部相邻的噪声服从相同分布^[12]。

考虑到噪声的存在,借鉴文献[13]的思想,文献[14]不仅保存了最优个体,而且将其他具有较高适应值的所有个体都保存到了列表中,以避免优秀个体被淘汰。阈值方法^[15]则规定,只有当候选个体与原个体间适应值差值大于阈值 τ 时,选择算子才替换原个体。文献[16]利用偏序方法处理含噪适应值函数。文献[15]通过保留适应值较高的多个个体,以阻止受噪声污染的劣势个体被选到后代中。Büche则根据占优情况引入生存期的概念,该方法中某个体的生存期与其占优其他个体的数目成反比。而不被占优的个体在生存期结束后,可以再次被评价^[1]。Hughes将概率排列(probabilistic ranking)引入选择算子以处理噪声。Teich通过定义个体间的占优概率,对含噪个体采用Pareto排列,以提高算法的噪声鲁棒性。但是,这两种方法都假设噪声是一致或正态分布且需要具备先验的梯度知识^[1]。

2 IEC 的适应值噪声

不同于传统EC,环境因素从客观适应度函数变成了IEC用户的主观评价^[17]。许多噪声问题需要重新考虑。

2.1 IEC的适应值噪声

由于IEC不同于传统EC,其个体适应值由用户赋予,所以,IEC中适应值噪声主要来源于用户的局部认知。

设 P^t 是第 t 代种群中的所有个体集合, n 是种群规模, $x_i^{(t)}$ ($0 \leq i < n$)是 P^t 的第 i 个个体。面对初始种群中的个体表现型,用户如何为 $x_0^{(0)}$ 赋予适应值?由于用户不知道 $x_0^{(0)}$ 与最满意以及最不满意个体相差多少,因此,用户不可能为 $x_0^{(0)}$ 赋予精确适应值。这正如赋予温度的情形,假如参照温度,如0或100摄氏度未被规定,那么不可能确定温度的具体值。但是, P^0 中的每个个体必须被赋予适应值,因为,IEC需要适应值的引导以便在搜索空间 S 中寻优。因此,用户必须确定其对 $x_0^{(0)}$ 的偏好。此时,用户只能通过比较 P^0 中的个体以决定其偏好,这表明 $F(x_0^{(0)})$ 不仅与用户对 $x_0^{(0)}$ 的偏好 $g(x_0^{(0)})$ 有关,而且与 $g(x_i^{(0)})$ ($0 < i < n$)有关。在以后的进化过程中,用户为个体 $x_i^{(t)}$ 赋予适应值时,除了参照 P^t ($t > 0$)中的个体外,也要参照 P^j ($j < t$)中的历史个体。这意味着,即使是相同的个体,在不同的进化代数也会有不同的适应值,因为,在不同进化代数,用户参考的信息不同。根据噪声存在判断的标准“相同个体多次采样出现不同值”可知,IEC中的适应值噪声存在且不可避免,而且这种不可避免是IEC与生俱来的一个特征^[17]。

2.2 IEC中的适应值噪声定义

参考传统EC中适应值噪声的定义,给出IEC适应值噪声的定义:

$$\delta(x) = F(x) - f(x), \forall x \in S \tag{3}$$

适应值噪声作用下的IEC流程图如图1所示。

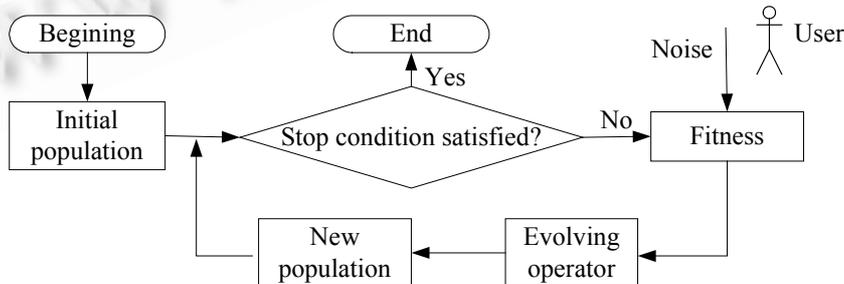


Fig.1 IEC's flowchart under the occurrence of fitness noise

图1 适应值噪声作用下IEC流程图

2.3 传统EC处理噪声方法引入IEC的可行性分析

IEC的第1个特征就是在通常人机交互系统中都具有的用户易疲劳特征;第2个特征是种群规模受交互条件限制,如屏幕上可同时显示的图像数目或用户对依序出现的图像或声音的记忆能力等;第3个特征是最大进化代数一般不超过10或20^[2]。

鉴于上述特征,在传统EC处理噪声的方法中,重采样方法需要大种群规模和较多进化代数,所以不再适宜于IEC。而适应值估计方法的潜在假设:适应值函数在局部能够通过低次多项式代替或接近,且局部相邻噪声服从相同分布,在IEC中也较难被满足,因为IEC的适应值函数无法确定。生存期方法实际上是一种重采样方法。改进的最优列表方法也依赖于较大种群规模^[14]。阈值方法及偏序方法对种群规模没有特别的要求,但是对噪声范围却有所限制。实际上,IEC噪声范围可以不加限制,本文以下的讨论就没有对噪声范围加以限制。

可见,已有的传统EC中处理噪声的方法较难适用于IEC。

2.4 IEC的收敛性分析

2.4.1 IEC的空间映射关系

IEC至少有3个空间:候选个体 x 集合空间 S 、适应值 $f(x)$ 集合空间 F 、用户对个体偏好 $g(x)$ 集合空间 G 。上述3个空间之间的映射如图2所示,其中:

$$T_0: S \rightarrow G, \text{即} \forall x \in S, T_0x = g(x) \in G \tag{4}$$

$$T_1: G \rightarrow F, \text{即} \forall g(x) \in G, T_1g(x) = f(x) \in F \tag{5}$$

$$T: S \rightarrow F, \text{即} Tx = T_1T_0x = T_1g(x) = f(x) \tag{6}$$

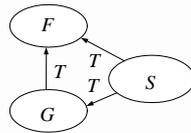


Fig.2 Mapping among spaces of S, G and F

图2 空间 S, G 和 F 之间的映射

2.4.2 IEC占优关系

在多目标优化中,如果满足式(7),就说解 x_1 占优 x_2 ^[1],如

$$x_1 \succ x_2, \text{if } \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} : f_i(x_1) \leq f_i(x_2) \cap \text{if } \exists j \in \{1, 2, \dots, m\} : f_j(x_1) < f_j(x_2) \tag{7}$$

式(7)描述的是一种最小化优化问题,占优关系也可以描述最大化优化问题,如

$$x_1 \succ x_2, \text{if } \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} : f_i(x_1) \geq f_i(x_2) \cap \text{if } \exists j \in \{1, 2, \dots, m\} : f_j(x_1) > f_j(x_2) \tag{8}$$

实际上,占优关系也可用于描述单目标的优化问题。本文下面所用的占优关系主要以单目标优化问题为例,其结论可类推于多目标优化问题。同时,本文结论既可用于最大化优化问题,也可用于最小化优化问题。

标记最优解为 x_o (可以是一个或多个,下面为形式简便起见,以一个最优解为例进行讨论,多个最优解的情况可以类推),则 x_o 以适应值占优其他个体,如式(9)。其中,为了强调是以适应值占优,上标用 f 表示

$$x_o^f \succ = x^f, x \in S \tag{9}$$

$\forall x_1, x_2 \in S$, 如果 x_1 以适应值占优 x_2 ,则可表示为

$$x_1^f \succ x_2^f \tag{10}$$

同理,用户最满意的个体 x_m 以用户满意度占优所有其他个体:

$$x_m^g \succ = x^g, x \in S \tag{11}$$

同理, $\forall x_1, x_2 \in S$, 如果 x_1 以满意度占优 x_2 ,也可以表示为

$$x_1^g \succ = x_2^g \tag{12}$$

2.4.3 IEC 的收敛

基于上述映射与占优关系的分析,IEC 的收敛表示为

$$x_o = x_m \tag{13}$$

该式表明,假如算法进化得到的全局最优个体 x_o 正好是用户最满意的个体 x_m ,就称IEC全局收敛,否则称IEC不全局收敛.IEC不全局收敛意味着通过IEC得不到用户最满意个体,IEC进化结果的可信度就降低了.所以,IEC应该从理论上满足式(13).本文称式(13)是IEC的基本进化原理.

当采用最优个体保留策略时,IEC能以概率 1 收敛到 x_o ^[18].但是,由于适应值是由用户赋予的,算法是否能够收敛到用户最满意个体 x_m 就成为IEC基本进化原理的一个主要问题.

2.5 抗适应值噪声的收敛鲁棒性

因为 $f(x)$ 是通过对 $g(x)$ 的映射得到的,而 $f(x)$ 很难或不可能用显式函数表示,所以,通过式(3)直接分析 IEC 对适应值噪声的收敛鲁棒性较为困难.因此,本文通过式(3)和式(5)得到式(14).如果能够得到关于 $F(x)$ 与 $g(x)$ 的某种关系以满足 IEC 基本进化原理,则找到了保持 IEC 收敛鲁棒性对应的条件:

$$F(x) = T_1 g(x) + \delta(x) \tag{14}$$

2.5.1 强条件定理

定理 1(强条件定理). $\forall x_1, x_2 \in S, \Delta x^F = x_1^F - x_2^F, \Delta x^g = x_1^g - x_2^g$. 如果

$$\Delta x^F \cdot \Delta x^g \succ = 0 \tag{15}$$

并且,采用最优个体保留策略,那么,算法满足 IEC 基本进化原理,且 IEC 对满足该条件的噪声具有收敛鲁棒性.

这里,“ $\succ =$ ”和“ \succ ”都是占优关系运算符.该定理说明,在整个搜索空间上,如果个体被赋予的含噪适应值与用户偏好保持一致的占优关系,则 IEC 具有收敛鲁棒性.

证明:

设 $x_1 = x_o, \forall x_2 \in S$,则 $\Delta x^F = x_1^F - x_2^F = x_o^F - x_2^F \succ = 0$.

因为 $\Delta x^F \cdot \Delta x^g \succ = 0$,而 $\Delta x^F \succ = 0$,所以 $\Delta x^g \succ = 0$,即 $x_1^g - x_2^g \succ = 0$.

因为 x_2 是从搜索空间 S 中任意生成的个体,所以 $x_1 = x_m$.

因为采用最优个体保留策略,所以算法能以概率 1 收敛到 x_o .

因为 $x_1 = x_o$ 且 $x_1 = x_m$,所以 $x_o = x_m$.

所以,满足IEC基本进化原理,即算法对于满足 $\Delta x^F \cdot \Delta x^g \succ = 0$ 的适应值噪声具有收敛鲁棒性. □

在进化过程中,为了满足强条件定理,用户不得不记忆所有的历史信息,包括个体的适应值信息和个体的表现型信息,而用户极易疲劳,尤其是当搜索空间很大时.所以,强条件定理在实现时非常困难,因为该定理要求对于 $\forall x_1, x_2 \in S$ 都满足 $\Delta x^F \cdot \Delta x^g \succ = 0$.因此,强条件定理只具有理论上的可行性,而不具有实现的可行性.

2.5.2 弱条件定理

记: $P' = \bigcup_{t=0}^{N-1} P^t$, 与 P' 对应的适应值空间和用户偏好空间为 F' 和 G' .记 P' 中的个体为 $x^{(t)}$,于是 $x_o^{(t)} \succ = x^{(t)}$.

定理 2(弱条件定理). $\forall x_1^{(t)}, x_2^{(t)} \in P^t, \Delta x^{(t)F} = x_1^{(t)F} - x_2^{(t)F}, \Delta x^{(t)g} = x_1^{(t)g} - x_2^{(t)g}$. 如果

$$\Delta x^{(t)F} \cdot \Delta x^{(t)g} \succ = 0 \tag{16}$$

并且,采用最优个体保留策略,那么,算法满足 IEC 基本进化原理,且 IEC 对满足该条件的噪声具有收敛鲁棒性.

该定理说明,在同一种群中,如果个体的含噪适应值与用户偏好保持一致占优关系,则 IEC 具有收敛鲁棒性.

证明:

因为 $\Delta x^{(t)F} \cdot \Delta x^{(t)g} \succ = 0$,所以根据强条件定理,算法在 P^t 上满足IEC基本进化原理,即 $x_o^{(t)} = x_m^{(t)}$.

同理, $x_o^{(t+1)} = x_m^{(t+1)}$.

所以当算法满足式(16)时,在 P^t 和 P^{t+1} 中分别满足IEC基本进化原理.

因为采用最优个体保留策略,所以 $x_o^{(t)} \in P^{t+1}$ 且 $x_o^{(t+1)} = x_m^{(t+1)} \succ = x_m^{(t)} = x_o^{(t)}$,所以 $x_o^{(t+1)g} \succ = x^{(t+1)g}$.

又因为 IEC 是一种马尔可夫链,所以 $x_o^{(t+1)F} = x_m^{(t,t+1)g}$.

这里, $x_m^{(t,t+1)g}$ 是在空间 $P' \cup P^{t+1}$ 中的用户最满意的个体,且在空间 $P' = \bigcup_{t=0}^N P^t$ 中, $x_o^{(N)F} = x_m^{\{1,2,\dots,N\}g}$.

根据模式定义及交叉与变异算子的作用,容易证明 $S = \lim_{N \rightarrow \infty} P'$,所以在整个空间 S 上有 $x_o = x_m$,且

$$x_o^g = x_m^g \succcurlyeq x^g, x \in S .$$

所以,算法满足 IEC 的基本进化原理,且算法对满足式(16)的噪声具有收敛鲁棒性. □

通常情况下,IEC种群规模不超过 20^[2],用户较容易比较同一种群内个体表现型的优劣.所以对用户来说,保持种群内赋予适应值与其偏好的一致性是比较容易的,所以弱条件定理容易实现.

在以前的工作中,我们曾提出了一种极端的赋值方法:为种群内的最不满意个体赋予最低的允许适应值,如 0;而为种群内最满意的个体赋予最高的适应值,如 1 000.显然,某一种群内具有最高/低适应值的个体不一定是全局最满意/不满意的个体.这种赋值方法通过一种灭绝机制^[19]被证明了可行性和有效性^[17],而且在平均 7.5 代内就从 4 096 个个体中搜索到了全局最满意个体,这种方法也证明了弱条件定理的可行性.

3 实验及结论

实验目的是检验弱条件定理是否正确.如果弱条件定理正确,那么强条件定理也一定正确.因为搜索空间 S 是 P' 的一种特例,所以强条件定理也是弱条件定理的一种特殊情况.

3.1 实验对象

实验对象是服装设计.服装设计的目的是得到“好的设计”,然而,不同的用户对“好的设计”有着不同的看法.因此,确定统一的显式表示的适应值函数是不可能的,所以,传统EC方法无法用于服装设计.Kim等人研究了交互式遗传算法(interactive genetic algorithm,简称IGA,一种IEC)应用于服装设计中的可行性^[3].本文也采用将IGA应用于服装设计进行实验.

3.2 实验设置

搜索空间的大小是 4 096,种群规模是 8.采用轮赌选择算子、交叉概率为 0.8 的单点交叉、变异概率为 0.01 的单点变异.算法终止条件是用户搜索到最满意个体.采用最优保留策略.另外采用了灭绝机制,因为在用户偏好稳定后,这种方法能在有限的代数内较快地找到最优解.灭绝机制见文献^[19].

3.3 分组实验

为了检验弱条件定理,要求用户只提供对个体的偏好 $g(x)$,而由计算机从 $g(x)$ 计算适应值 $F(x)$.这样做的目的是保证含噪适应值与用户偏好之间占优关系一致性.如果算法能够收敛到 x_m ,那么弱条件定理是正确的.

用户表达自己偏好 $g(x)$ 的模糊语言在表 1 的第 1 列中.这些模糊语言也可以从图 3 所示种群内每个个体的表现型下面的选项按钮组中看到.计算机根据用户选择的模糊语言自动求出个体的适应值 $F(x)$,这些值在表 1 的第 2 列、第 3 列中.表 1 就是计算机实现从 $g(x)$ 到 $F(x)$ 的映射表.

Table 1 Mapping from fuzzy assignment to fitness value

表 1 模糊赋值向适应值的映射

Fuzzy assignment words, $g(x)$	Fitness value, $F(x)$	
	$F^1(x)$	$F^2(x)$
Most satisfied	1.000	1 000
More satisfied	0.857	857
Satisfied	0.714	714
Up moderate	0.571	571
Low moderate	0.429	429
Dislike	0.286	286
More dislike	0.143	143
Most dislike	0.000	0

实验共分为 3 组,每一组由 20 个用户进行 15 次实验.这 3 组实验之间的不同之处在于它们采用不同的含

噪适应值.第1组实验(#1)的适应值是 $F^1(x)$ (表1中的第2列);第2组实验(#2)的适应值是 $F^2(x)$ (表1中的第3列);第3组实验(#3)的适应值是轮流取两种适应值 $F^1(x)$ 和 $F^2(x)$.例如,在奇数代适应值取 $F^1(x)$,在偶数代适应值取 $F^2(x)$.显然,在上述3组实验中,由 $g(x)$ 得到的 $F(x)$ 与“真”适应值 $f(x)$ 相比是含噪的.理性用户通过选择图3中相应选项正确表达对个体偏好时,都能在灭绝机制帮助下搜索到各自最满意的个体.



Fig.3 GUI of the experiments

图3 实验界面 GUI

3.4 算法流程

算法流程如图4所示.其中,阴影部分是灭绝机制的内容,包括识别 gsu_{ms} (用户满意等位基因)和 gsu_d (用户不满意等位基因)、个体和物种的灭绝、搜索空间的划分等.

3.5 实验结果

为了验证用户理性是影响算法收敛鲁棒性最重要的因素,我们检验了各组实验中收敛代数的均值 μ_i .首先给出两种假设:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_0 = 0.75,$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_0, \mu_2 \neq \mu_0, \mu_3 \neq \mu_0 = 0.75.$$

3组实验(分别用#1,#2和#3表示)的收敛代数列于表2.为了检验假设,我们利用t分布双侧检验法,并取分位点为 $\alpha=0.01$,于是, $t_{0.01/2}(19)=2.8609$.由此可知^[20]:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{20}} \sim t(19) \tag{17}$$

记各组的值为 $t_i(i=1,2,3)$,于是, $t_1=0.349358, t_2=0.409289, t_3=0.426993$.因为 $|t_i| < t_{0.01/2}(19)=2.8609$,所以, H_0 被接受.

实验同时表明,不仅算法可以收敛,而且用户在评价个体过程中也不易疲劳.因为用户不需要仔细考虑为个体赋予的具体适应值,而只需要提交自身的偏好即可.从而验证了只要用户是理性的,算法就会收敛到用户最满意的个体.

Table 2 Experimental data

表2 实验数据

	Convergence generation																			
#1	6	11	8	6	9	5	7	5	10	6	8	5	8	7	10	8	10	9	9	6
#2	12	10	5	10	8	6	8	10	6	6	9	5	7	8	6	5	7	11	6	9
#3	7	5	11	10	11	6	5	10	9	4	11	9	6	9	4	9	5	5	11	6

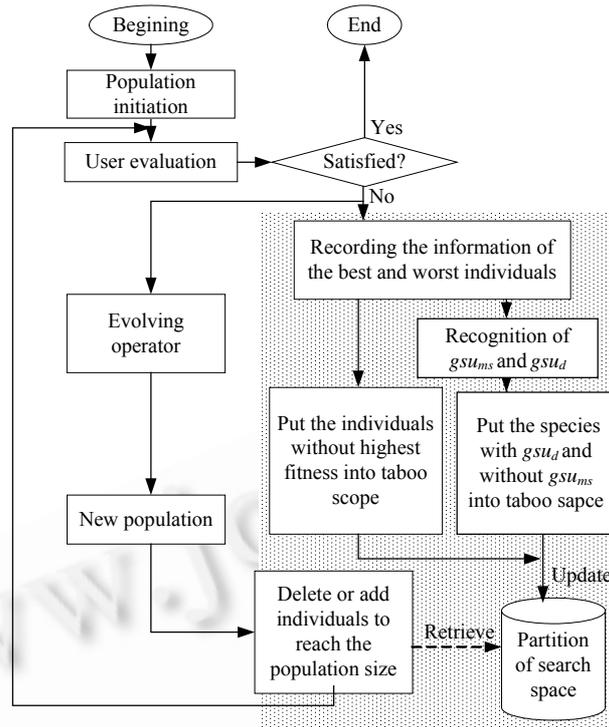


Fig.4 Flowchart of the algorithm

图4 算法流程图

4 讨论

4.1 强条件定理与弱条件定理之间的关系

两个条件定理都揭示:在保持被赋予的适应值与用户偏好之间占优关系的一致性时,IEC基本进化原理可以被保证.强条件与弱条件定理的不同在于:强条件定理指出应该在搜索空间层次上保持这种一致性,而弱条件定理则揭示了可以在种群空间上保持这种一致性.实际上,强条件是弱条件的一个特例:当 P' 足够大时,就成了搜索空间 S .因此,下面只讨论弱条件定理与适应度尺度变换的关系,强条件的情况可以类推得到.

两个条件定理都强调在噪声情况下保持个体间占优关系的不变性,但是,实现强条件定理需要保持的个体间这种关系的数目为搜索空间个体数目 $|S|$ 的阶乘,即 $|S|!$,而实现弱条件定理需要保持的关系数目为 $\sum_{i=1}^N |P'|!$,如果种群规模一直保持不变,则为 $N \cdot |P'|$.如果以需要处理的个体间的关系数目作为用户疲劳度量尺度,以第3节实验为例,则实现强条件定理,用户疲劳度为 $4096!$,面对如此大的关系数,理性的用户会由于疲劳变为非理性用户.然而实现弱条件定理时,用户疲劳度仅为 $7.5 \times 8!$.显然,用户疲劳度大为降低.

4.2 弱条件与适应度尺度变换之间的关系

弱条件定理与适应度尺度变换的相同点在于二者都是讨论对适应值的变换.不同点在于,前者讨论的是在“真”适应值上被动加载噪声后,算法是否仍然收敛的问题;后者讨论的则是主动在“真”适应值上进行尺度变换,达到改进算法性能的问题.显然,有效的适应度尺度变换都应当在保证算法收敛的前提下,保持适应值变换前后的占优关系^[21].若不能保证这种占优关系的适应度尺度变换,则可能会破坏算法的全局收敛性.适应度尺度变换通常有3种:线性、指数型和幂型;而保证弱条件定理的函数则有无数种.从这种意义上说,有效的适应度尺度变

换属于弱条件的一部分.

既然可以通过适应度尺度变换来理解弱条件定理,那么第 3 节中的第 3 组实验交替采用[0,1]和[0,1000]的适应值范围就可以理解为不同代采用不同的有效适应度尺度变换.因此,其收敛必然性是可以理解的.

但是,让人感到困惑的现象不是算法能收敛这一结论,而是 3 组实验具有相同的平均收敛代数.如果从适应度尺度变换来理解,就意味着不同的适应度尺度变换会产生相同的结果.从直觉来看,这是很难让人信服的.这就引发了一个新问题:IEC 的“真”适应值究竟是什么?

4.3 IEC 中的“真”适应值

首先讨论“真”适应值范围的问题.假如有人说“真”适应值 $f(x)$ 的范围应该规定为[0,1000],另一个人也可能说应该是[0,1]或[0,100].哪一种说法正确?对于搜索空间的一个个体,应该只有一个确定的“真”适应值 $f(x)$.

对 IEC 的个体,确定不变的是用户偏好 $g(x)$ ——用户为个体赋予适应值的基础. IEC 中的适应值噪声是对 $g(x)$ 的偏离.因此,IEC 中的“真”适应值应该是 $g(x)$. 只有“真”适应值是 $g(x)$, x_m 才是真的 x_m .

当 $g(x)$ 作为“真”适应值时,式(3)就变为

$$\delta(x) = F(x) - g(x) \tag{18}$$

因此,映射 T_0 就成为单位映射,图 2 中的空间 G 与 F 就成为相同的空间.为了在空间映射过程中体现噪声的加载,将空间 F 重新定义为含噪适应值 $F(x)$ 的集合,而映射 $T_1: G \rightarrow F$, 则可以得到图 5.

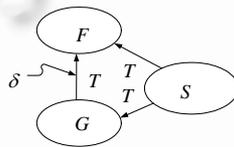


Fig.5 New mapping among spaces in IEC

图 5 IEC 中新的空间映射

用 $Y=Y(G,F)$ 表示映射 T_1 , 则弱条件定理可以表示为

$$Y=Y(G,F), \text{当 } \Delta x^{(t)F} \cdot \Delta x^{(t)g} >= 0 \text{ 且采用最优个体保留策略} \tag{19}$$

所以,弱条件定理是映射 T_1 的一种情况.

4.4 IEC 适应值噪声的狭义定义

另一个问题是:IEC 中确切的噪声定义是什么?传统适应值噪声定义难以体现负面作用本质.因此,本文把式(3)称为适应值噪声的广义定义.为体现适应值噪声对算法收敛性的负面影响,给出狭义定义:

$$\delta^{(t)}(x) = F^{(t)}(x) - g^{(t)}(x), \Delta x^{(t)F} \cdot \Delta x^{(t)g} <= 0 \tag{20}$$

4.5 弱条件定理的意义

弱条件定理的意义主要有以下几个方面:(1) 找到了保持算法收敛性的噪声类型;(2) 为 IEC 的模糊赋值奠定了理论基础;(3) 用户不必过分关心其为个体所赋予的适应值,只要满足式(16)即可.弱条件定理不刻意要求用户为不同代出现的相同个体赋予同样的评价.实际上,用户也很难记住所有已经出现过的历史个体,而且这样的要求只会增加用户的疲劳感.弱条件定理为有效地减轻用户疲劳给出了理论支持;(4) IEC 系统的设计者不必过分关心允许的适应值范围对算法收敛性的影响.

5 结论

本文通过研究 IEC 适应值噪声,提出了 IEC 的基本进化原理,即算法的收敛结果应该是用户最满意的个体.在此基础上,提出了强条件和弱条件定理,并通过实验进行了验证;进一步分析了两个定理与用户疲劳度之间的关系、弱条件定理与适应度尺度变换之间的关系,并讨论了 IEC 的“真”适应值、IEC 适应值噪声的狭义定义等基本问题.

但是,本文给出的强弱两个条件定理只是算法收敛的充分条件,因此,分析必要条件是需要进一步研究的问题.另外,如果用户偏好 $g(x)$ 是 IEC 中的“真”适应值,仍然会有随着种群规模的变化,“真”适应值由于参照物不同而发生变化.这也是需要进一步研究的问题.

References:

- [1] Büche D, Stoll P, Dornberger R, Koumoutsakos P. Preprint: Multi-Objective evolutionary algorithm for the optimization of noisy combustion processes. *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics*, 2002,32(4):1–14.
- [2] Takagi H. Interactive evolutionary computation: Fusion of the capabilities of EC optimization and human evolution. *Proc. of the IEEE*, 2001,89(9):1275–1296.
- [3] Kim HS, Cho SB. Application of interactive genetic algorithm to fashion designs. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2000,13:635–644.
- [4] Takagi H, Kishi K. On-Line knowledge embedding for an interactive EC-based montage system. In: *Proc. of the 3rd Int'l Conf. on Knowledge-Based Intelligent Information Engineering Systems*. Adelaide, 1999. 280–283. <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/DynWel.jsp>
- [5] Stroud PD. Kalman-Extended genetic algorithm for search in nonstationary environments with noisy fitness evaluations. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2001,5(1):66–77.
- [6] Arnold DV, Hans-Georg B. A general noise model and its effects on evolution strategy performance. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2006,10(4):380–391.
- [7] Bui LT, Abbass HA, Essam D. Fitness inheritance for noisy evolutionary multi-objective optimization. In: Beyer HG, ed. *Proc. of the 2005 Genetic and Evolutionary Computation Conf.* New York: Association for Computing Machinery (ACM) Press, 2005. 1779–785.
- [8] Arnold DV, Beyer HG. Local performance of the (1+1)-ES in a noisy environment. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2002,6(1):30–41.
- [9] Krink T, Filipič B, Fogel GB. Noisy optimization problems—A particular challenge for differential evolution. In: Porto VW, Saravanan N, Waagen DE, eds. *Proc. of the 7th Int'l Conf. on Evolutionary Computation*. San Diego: IEEE Press, 2004. 332–339.
- [10] Tanooka K, Tamaki H, Abe S, Kitamura S. A continuous age model of genetic algorithms applicable to optimization problems with uncertainties. In: *Proc. of the '99 IEEE Int'l Conf. on Systems, Man and Cybernetics*. 1999. 637–642. <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/DynWel.jsp>
- [11] Sano Y, Kita H. Optimization of noisy fitness functions by means of genetic algorithms using history of search with test of estimation. In: Merelo JJ, Panagiotis A, Beyer HG, eds. *Proc. of the 7th Int'l Conf. on Parallel Problem Solving from Nature*. LNCS, Berlin: Springer-Verlag, 2002. 360–365.
- [12] Sano Y, Kita H, Kamihira I, Yamaguchi M. Online optimization of engine controller by means of genetic algorithm using history of search. In: *Proc. of the 4th Asia-pacific Conf. on Simulated Evolution and Learning 2002*. Piscataway: IEEE Press, 2002. 2929–2934.
- [13] Then TW, Chong EKP. Genetic algorithms in noisy environment. In: *Proc. of the '94 IEEE Int'l Symp. on Intelligent Control*. Berlin: Springer-Verlag, 1994. 225–230. <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/DynWel.jsp>
- [14] Wang J, Jiang H, Yang JJ. A genetic algorithm in noisy environment. *Journal of Beijing University of Chemical Technology*, 2004, 31(1):95–98 (in Chinese with English abstract).
- [15] Markon S, Arnold DV, Baeck T, Bebelsten T, Beyer HG. Thresholding—A selection operator for noisy ES. In: *Proc. of the 2001 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway: IEEE Press, 2001. 465–572. <http://ieeexplore.ieee.org>
- [16] Rudolph G. A partial order approach to noisy fitness functions. In: *Proc. of the 2001 Conf. on Evolutionary Computation*. Piscataway: IEEE Press, 2001. 318–325. <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/DynWel.jsp>
- [17] Hao GS. Theory and application of interactive genetic algorithm [MS Thesis]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2005 (in Chinese with English abstract).
- [18] Wang ZZ, Bo T. *Evolutionary Computation*. Changsha: National University of Defense Science Publishing Company, 2000. 26–162 (in Chinese).

[19] Hao GS, Zhang Y, Shi MH, Zhang JH, Shi YQ. Interactive genetic algorithm based on extinction mechanism. Control Theory & Applications, 2006,23(5):665-670 (in Chinese with English abstract).

[20] Sheng J, Xie SQ, Pan CY. Theory of Probability Statistics. Beijing: Higher Education Publishing Company, 1989. 176-180 (in Chinese).

[21] Wang XP, Cao LM. Genetic Algorithm's Theory, Application and Realization. Xi'an: Press of Xi'an Jiaotong University, 2003. 63-78 (in Chinese).

附中文参考文献:

[14] 王晶,江弘,杨建军.噪声环境下的遗传算法.北京化工大学学报,2004,31(1):95-98.

[17] 郝国生.交互式遗传算法理论与应用[硕士学位论文].徐州:中国矿业大学,2005.

[18] 王正志,薄涛.进化计算.长沙:国防科技大学出版社,2000.26-162.

[19] 郝国生,张勇,石明辉,张建华,史有群.基于灭绝机制的交互式遗传算法.控制理论与应用,2006,23(5):665-670.

[20] 盛骤,谢式千,潘承毅.概率论与数理统计.北京:高等教育出版社,1989.176-180.

[21] 王小平,曹立明.遗传算法理论、应用与软件实现.西安:西安交通大学出版社,2003.63-78.



郝国生(1972—),男,河北万全人,讲师,主要研究领域为智能计算,演化博弈.



吕俊怀(1959—),男,副教授,主要研究领域为嵌入式系统,智能控制.



史有群(1964—),男,博士,副教授,主要研究领域为计算智能,网络计算.



郭广颂(1978—),男,硕士生,主要研究领域为进化计算,智能控制.



黄永青(1974—),男,讲师,主要研究领域为进化计算,决策分析.