

## 基于 MBR 的主方向关系一致性检验\*

刘永山<sup>1+</sup>, 郝忠孝<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>(哈尔滨理工大学 计算机与控制学院,黑龙江 哈尔滨 150080)

<sup>2</sup>(哈尔滨工业大学 计算科学与技术学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

<sup>3</sup>(齐齐哈尔大学 计算机系,黑龙江 齐齐哈尔 160006)

### Consistency Checking for Cardinal Direction Relations Based on MBR

LIU Yong-Shan<sup>1+</sup>, HAO Zhong-Xiao<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>(College of Computer and Control, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

<sup>2</sup>(College of Computer Science and Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

<sup>3</sup>(Department of Computer, Qiqihar University, Qiqihar 160006, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-451-86390012, Fax: +86-451-86390000, E-mail: ysulys@163.com, http://www.ysu.edu.cn

Liu YS, Hao ZX. Consistency checking for cardinal direction relations based on MBR. *Journal of Software*, 2006,17(5):976-982. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/976.htm>

**Abstract:** Qualitative spatial reasoning has received a lot of attention in the areas of Geographic Information Systems, Artificial Intelligence, Databases and Multimedia. The basic theory and algorithm of spatial reasoning are developing and innovating continually. Direction relation reasoning is an important branch in the field of spatial reasoning. Applying the theory of interval algebra and rectangle algebra, a new reasoning method combining cardinal direction relations with rectangle algebra relations is presented based on the model of MBR (minimum bounding rectangle). By this means, the good calculating property of rectangle algebra is applied to spatial direction relation reasoning, and the following methods are realized such as transform method between MBR-based cardinal direction relations and rectangle algebra relations, composition and inversion operation of cardinal directions, judging method of convex relations in cardinal direction relations and the consistency check algorithm of direction relations.

**Key words:** spatial database; cardinal direction relation; consistency checking; convex relation; MBR (minimum bounding rectangle)

**摘要:** 定性的空间推理在地理信息系统、人工智能、数据库及多媒体等领域中的应用越来越引起人们的注意.空间推理的基础理论以及相应算法也在不断地创新和发展.方向关系推理是空间推理研究领域的重要分支,利用区间代数及矩形代数理论,以物体的极小边界盒(minimum bounding rectangle,简称 MBR)为模型,提出了一种基于 MBR 的主方向关系与矩形代数关系相结合的推理方法.利用该方法,可以将矩形代数良好的计算性质应用于空间方向关系推理中,实现了矩形代数与基于 MBR 主方向关系的相互转换方法、主方向关系合成及求反方法、主方向关系中凸(convex)关系判定方法及方向关系一致性检验算法.

\* Supported by the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province of China under Grant No.F00-06 (黑龙江省自然科学基金)

Received 2005-05-23; Accepted 2005-07-21

关键词: 空间数据库;主方向关系;一致性检验;凸关系;极小边界盒

中图法分类号: TP18 文献标识码: A

在空间数据库主方向关系推理研究中,有一类问题引起了人们的关注,即给定一系列空间物体以及它们之间的主方向关系,判断其所形成的空间方向关系网络是否一致.也就是说,能否找到一组或一组以上的解,满足这些空间方向关系所形成的网络.

本文采用基于极小边界盒(minimum bounding rectangle,简称 MBR)的主方向关系模型,通过结合区间代数及矩形代数<sup>[1,2]</sup>,提出了利用矩形代数理论实现基于 MBR 主方向关系运算及基于 MBR 的主方向关系二元约束网络(binary constraint network,简称 BCN)<sup>[3]</sup>一致性检验问题.本文主要的结论如下:

- (1) 提出了基于 MBR 的主方向关系与矩形代数关系的转化方法;
- (2) 提出了基于 MBR 主方向关系合成与取反运算方法;
- (3) 提出了基于 MBR 主方向关系中凸关系判定方法;
- (4) 给出了基于 MBR 主方向关系的二元约束网络的一致性检验算法.

## 1 相关研究

方向关系是空间数据库研究的重要课题.近几年来,人们主要从以下几个方面来对方向关系进行研究:方向关系模型、基于方向关系的查询、基于方向关系的推理.

对于空间方向关系推理,区间代数理论的提出为一维区间关系推理提供了基础.其后的学者致力于确定区间代数中可达子类(tractable subclass)<sup>[4]</sup>及区间代数推理的研究<sup>[5]</sup>.Balbiani<sup>[1,2]</sup>发展了区间代数理论,形成了矩形代数理论.利用矩形代数理论,可以将一维的时态关系推理算法扩展到二维时态领域并进行二维时态推理的研究,为二维空间推理奠定了基础.但是,Balbani 的矩形代数理论没有将方向关系推理整合到其理论中.Ligozat<sup>[3]</sup>定义了点物体间的方向关系,形成点物体间独立的运算基础,给出了求点物体的合成、取反方法及点物体的一致性检验算法.但是,该方法并没有将区间代数及矩形代数结合起来.文献[6]讨论了具有方向关系的线性物体推理,提出了基于线性物体推理演算方法,但文献[3,6]中讨论的物体类型仅限于点、线物体,在实际应用中很难满足区域物体的要求.

Goyal 在文献[7]中提出的模型已被证明是目前较合理、较好的模型.文中基于该模型研究了主方向关系的查询问题.但是,其理论被 Spiros 和 Manolis<sup>[8]</sup>证明是不完善的.而 Spiros 和 Manolis 的合成问题研究及方向关系的一致性检验研究<sup>[9]</sup>是基于方向关系谓词的,不能直观地表示空间区域之间的方向关系.文献[10]讨论了基于 R 树的方向关系推理,通过查询 R 树,利用其相互间位置关系确定物体的方向关系,这实质上是一种拓扑关系推理.

可以看出,以上基于不同模型的方向关系推理方法没有将区间代数及矩形代数理论应用于其中,使其良好的运算性质难以发挥.因此,需要一种既能用来表示各个空间区域的方向关系又能进行方向关系演算的推理方法.

在空间数据库及时空数据库中,MBR 是最常用的空间关系模型,但如何利用 MBR 模型进行主方向关系推理,一直是一个在研究和探索的问题.本文利用该模型,将矩形代数良好的计算性质应用于空间方向关系推理中,讨论了基于空间物体 MBR 的主方向关系表示方法、主方向关系运算法则以及方向关系一致性检验算法.

## 2 基于 MBR 的主方向关系与矩形代数关系的转化

矩形代数中两物体的原子关系集合用  $A_{rec}$  表示,共有  $13 \times 13 = 169$  种关系.与区间关系一样,矩形代数的基本关系是指由这 169 种关系形成的集合.若  $A \in 2^{A_{int}}, B \in 2^{A_{int}} (A_{int} = \{p, m, o, s, d, f, pi, mi, oi, si, di, fi, eq\})$ <sup>[1]</sup> 分别表示矩形代数关系在  $x, y$  轴的分解关系,则矩形代数可以表示为  $A \times B$ .

基于 MBR 的主方向关系是包括一个目标物体  $a$  和一个参照物体  $b$  的二元关系.沿着参照物体划分的 9 个区域分别是:北、南、东、西、东北、东南、西南、西北及本身.这 9 个方向关系就构成了本文研究主方向关

系的基础,分别用 {N,S,E,W,NE,SE,SW,NW,B} 来表示.

定义 1. 原子主方向关系形如  $a R b$ . 其中  $R$  是 {N,S,E,W,NE,SE,SW,NW,B} 的一个元素;  $b$  为参照物体;  $a$  为目标物体. 基本主方向关系(简称主方向关系)是一个原子主方向关系或者形如  $aR_1, \dots, R_K b$ , 其中  $2 \leq K \leq 9; R_1, \dots, R_K \in \{N,S,E,W,NE,SE,SW,NW,B\}$ ; 每一个  $1 \leq i, j \leq k$  且  $i \neq j$  时  $R_i \neq R_j$ ;  $b$  为参照物体;  $a$  为目标物体.

在基于 MBR 的主方向关系模型中,两个矩形边界相交的情况作等同考虑<sup>[9]</sup>. 这样,根据基本主方向关系的定义以及上面对边界相遇情况的规定,基于 MBR 的主方向关系模型共有 36 种基本方向关系. 它们分别是: NW, NW:N, NW:N:NE, N, N:NE, NE, NW:W, NW:N:W:B, NW:N:NE:W:B:E, N:B, N:NE:B:E, NE:E, W:SW, NW:W:SW, NW:N:W:B:SW:S, NW:N:NE:W:B:E:SW:S:SE, N:B:W, N:NE:B:E:S:SE, NE:E:SE, W, W:B, W:B:E, B, B:E, E, W:B:SW:S, W:B:E:SW:S:SE, B:S, B:E:S:SE, E:SE, SW, SW:S, SW:S:SE, S:SE, SE.

2.1 矩形代数与基于 MBR 的主方向的关系

定理 1. 设  $b$  为参照物体,  $a$  为目标物体, 若原子方向关系为  $a B b$ , 则对应的矩形代数关系为  $\{eq,s,d,f\} \times \{eq,s,d,f\}$ ; 若原子方向关系为  $a SW b$ , 则对应的矩形代数为  $\{p,m\} \times \{p,m\}$ ; 若原子方向关系为  $a W b$ , 则对应的矩形代数为  $\{p,m\} \times \{eq,s,d,f\}$ ; 若原子方向关系为  $a NW b$ , 则对应的矩形代数为  $\{p,m\} \times \{pi,mi\}$ ; 若原子方向关系为  $a N b$ , 则对应的矩形代数为  $\{eq,s,d,f\} \times \{pi,mi\}$ ; 若原子方向关系为  $a NE b$ , 则对应的矩形代数为  $\{pi,mi\} \times \{pi,mi\}$ ; 若原子方向关系为  $a E b$ , 则对应的矩形代数为  $\{pi,mi\} \times \{eq,s,d,f\}$ ; 若原子方向关系为  $a SE b$ , 则对应的矩形代数为  $\{pi,mi\} \times \{p,m\}$ ; 若原子方向关系为  $a S b$ , 则对应的矩形代数为  $\{eq,s,d,f\} \times \{p,m\}$  (证明略).

表 1 将 13 种区间关系划分为 6 组区间关系. 从其端点表示可以看出, 这 6 组关系是将端点相遇进行了合并.

Table 1 6 group interval relations

表 1 6 组区间关系

Symbol expression	Interzone relations after partition	Point expression
Par1	{p,m}	sup(a) ≤ inf(b)
Par2	{o,fi}	inf(a) < inf(b), inf(b) < sup(a) ≤ sup(b)
Par3	{di}	inf(a) < inf(b), sup(a) > sup(b)
Par4	{eq,s,d,f}	Inf(a) ≥ inf(b), sup(a) ≤ sup(b)
Par5	{si,oi}	inf(b) ≤ inf(a) ≤ inf(b), sup(a) > sup(b)
Par6	{pi,mi}	inf(a) ≤ sup(b)

定理 2. 36 种基于 MBR 的主方向关系与表 1 中两两区间关系的笛卡尔积所形成的矩形代数关系是一一对应的(证明略).

定理 3. 从表 1 中任取两组区间关系, 令它们的幂集(在这里将空集除去)做笛卡尔积操作( $\times$ ), 所得的结果集都对应于唯一的一个主方向关系(证明略).

表 2 列出了所有主方向关系与矩形代数关系的对应情况.

Table 2 36 cardinal direction relations of MBR-based

表 2 36 种基于 MBR 的主方向关系

Y \ X	{p,m}	{o,fi}	{di}	{eq,s,d,f}	{si,oi}	{pi,mi}
{p,m}	SW	SW:S	SW:S:SE	S	S:SE	SE
{o,fi}	W:SW	W:B:SW:S	W:B:E:SW:S:SE	B:S	B:E:S:SE	E:SE
{di}	NW:W:SW	NW:N:W:B:SW:S	all	N:B:W	N:NE:B:E:S:SE	NE:E:SE
{eq,s,d,f}	W	W:B	W:B:E	B	B:E	E
{si,oi}	NW:W	NW:N:W:B	NW:N:NE:W:B:E	N:B	N:NE:B:E	NE:E
{pi,mi}	NW	NW:N	NW:N:NE	N	N:NE	NE

3 基于 MBR 的主方向关系运算

定理 4. 设  $R, S, T, U \in 2^{A_{int}}$ , 合成运算用( $\circ$ )来表示, 则由  $R, S$  及  $T, U$  组成的矩形代数关系满足  $(R \times S) \circ (T \times U) = (R \circ T) \times (S \circ U)$ <sup>[1,2]</sup>.

定理 5. 设  $R, S \in 2^{A^{int}}$ , 取反运算用  $(-)$  来表示, 则由  $R, S$  组成的矩形代数关系满足  $(R \times S)^{-1} = R^{-1} \times S^{-1}$  [1, 2].

表 3 是根据区间代数合成表求出的 6 组区间关系的合成结果. 其正确性可以通过区间代数合成法则以及合成表得到证明, 在此不再赘述.

Table 3 The composition table of 6 basic interval relations

表 3 6 组基本区间关系的合成表

$R_1 \circ R_2$	$\{p, m\}$	$\{o, fi\}$	$\{di\}$	$\{eq, s, d, f\}$	$\{si, oi\}$	$\{pi, mi\}$
$\{p, m\}$	$\{p\}$	$\{p\}$	$\{p\}$	$\{p, m, o, d, s\}$	$\{p, m, o, d, s\}$	all
$\{o, fi\}$	$\{p, m\}$	$\{p, m, o, fi\}$	$\{p, m, o, fi, di\}$	$\{o, fi, eq, s, d, f\}$	$\{o, fi, di, eq, s, d, f, si, oi\}$	$\{di, si, oi, pi, mi\}$
$\{di\}$	$\{p, m, o, fi, di\}$	$\{o, fi, di\}$	$\{di\}$	$\{o, fi, di, eq, s, d, f, si, oi\}$	$\{di, oi, si\}$	$\{di, si, oi, pi, mi\}$
$\{eq, s, d, f\}$	$\{p, m\}$	$\{p, m, o, fi, eq, s, d, f\}$	all	$\{eq, s, d, f\}$	$\{eq, s, d, f, oi, si, pi, mi\}$	$\{pi, mi\}$
$\{si, oi\}$	$\{p, m, o, fi, di\}$	$\{o, fi, di, eq, s, d, f, si, oi\}$	$\{di, oi, si, pi, mi\}$	$\{eq, s, d, f, oi, si\}$	$\{oi, si, pi, mi\}$	$\{pi, mi\}$
$\{pi, mi\}$	all	$\{d, f, oi, pi, mi\}$	$\{pi\}$	$\{d, f, oi, pi, mi\}$	$\{pi\}$	$\{pi\}$

下面给出利用矩形代数求解基于 MBR 方向关系运算的步骤:

令  $R_1, R_2$  表示两个基于 MBR 的主方向关系,  $R_1$  的取反关系表示为  $R_1^{-1}$ ,  $R_1, R_2$  的合成关系表示为  $R_1 \circ R_2$ .

(1) 根据表 2, 将基于 MBR 的主方向关系  $R_1, R_2$  转化为矩形代数关系  $S_1, S_2$ .

(2) 对于取反运算, 根据定理 5 以及各区间关系的反关系, 可求得矩形代数关系结果. 若  $S_1 = A \times B, A, B \in 2^{A^{int}}$ , 则  $R_1^{-1} \Rightarrow S_1^{-1} = (A \times B)^{-1} = A^{-1} \times B^{-1}$ .

对于合成运算, 根据定理 4 以及表 3 求得相对应的矩形代数的合成结果. 若  $S_1 = A \times B, A, B \in 2^{A^{int}}, S_2 = C \times D, C, D \in 2^{A^{int}}$ , 则  $R_1 \circ R_2 \Rightarrow S_1 \circ S_2 = (A \times B) \circ (C \times D) = (A \circ C) \times (B \circ D)$ . 令  $E = A \circ C, F = B \circ D, E, F \in 2^{A^{int}}$ .

(3) 对于步骤 2 中的合成结果区间关系  $E, F$  与表 1 中的 6 组区间关系做交运算, 即  $E_i = E \cap Par_i, F_i = F \cap Par_j$  (其中  $i, j \leq 6$ ). 经过以上操作之后, 形成了  $E' = \{E_1, \dots, E_6\}, F' = \{F_1, \dots, F_6\}$  两个新的集合. 若  $E_i, F_j$  为空集, 则将其从  $E', F'$  中去掉. 对于取反操作与合成类似可得集合  $(A^{-1})'$  和  $(B^{-1})'$ .

(4) 求  $(A^{-1})'$  和  $(B^{-1})'$  的笛卡尔积  $(A^{-1})' \times (B^{-1})'$  和  $E' \times F'$ . 对每个矩形代数关系  $(A_i^{-1})' \times (B_j^{-1})'$  和  $E'_i \times F'_j$ , 根据表 2 和定理 3 得到方向关系  $R_k (k \leq 36)$ , 所有  $R_k$  的集合构成基于 MBR 方向关系的运算结果.

#### 4 基于 MBR 主方向关系中凸关系的判定方法

在研究基于 MBR 主方向关系中凸关系的判定方法之前, 先了解本文所需要的有关矩形代数的定理.

定理 6. 两个凸关系的笛卡尔乘积 ( $\times$ ) 的结果所组成的矩形代数关系还是凸关系; 反之, 凸矩形代数关系分解到每一维的区间关系也是凸关系 [1].

定理 7. 两个凸矩形代数关系的合成和取反所得到的矩形代数关系结果还是凸关系 [1].

表 1 将一维的区间代数关系进行了划分, 形成 6 组区间关系, 根据区间代数凸关系的定义, 可以清楚地看出这 6 个划分本身是凸关系. 令  $pm = \{p, m\}, ofi = \{o, fi\}, di = \{di\}, coo = \{eq, s, d, f\}, soi = \{si, oi\}, pmi = \{pi, mi\}$ , 列举出这 6 组关系所形成的全部凸关系如下:

$$pm, \{pm, ofi\}, \{pm, ofi, di\}, \{pm, ofi, coo\}, \{pm, ofi, di, coo, soi\}, \{all\}, soi, \{soi, pmi\}, pmi, di, \{di, soi\}, \{di, soi, pmi\},$$

$$ofi, \{ofi, di\}, \{ofi, coo\}, \{ofi, di, coo, soi\}, \{ofi, di, coo, soi, pmi\}, coo, \{coo, soi\}, \{coo, soi, pmi\}.$$

为了直观地给出凸关系的求法, 在这里将上述 6 组关系编号: 用“1”表示  $pm$ ; “2”表示  $ofi$ ; “3”表示  $di$ ; “4”表示  $coo$ ; “5”表示  $soi$ ; “6”表示  $pmi$ . 从上面所形成的全部凸关系可以看出:  $di, coo$  (对应于编号为 3, 4) 在其中是不稳定的. 这里, 把不稳定解释为这两个关系引起了凸关系的不连续.

(1) 若关系集合起始点从小于 3 的点开始到点 3 或点 4 终止, 则凸关系要么包含点 3, 要么包含点 4, 没有点 3、点 4 并存的情况; (2) 若关系集合起始点从点 3 或点 4 开始到大于 4 的点结束, 则凸关系要么包含点 3, 要么包含点 4, 没有点 3、点 4 并存的情况; (3) 若关系集合起始点从小于 3 的点开始到大于 4 的点结束, 则这时凸关系既包含点 3 又包含点 4.

下面将一维的区间关系扩展为矩形代数关系, 建立如图 1 所示的网格图形, 其中: 横向点表示矩形代数关系分解到  $x$  轴所对应的 6 组区间关系; 纵向点表示分解到  $y$  轴所对应的 6 组区间关系. 图中点 3、点 4 表示的是图

2 中的点 3、点 4 所形成的菱形关系.这个网格图形是我们对于如图 2 所示的一维凸关系寻找图形的二维扩充.利用这张网格图,可以容易地找出所有的凸关系.

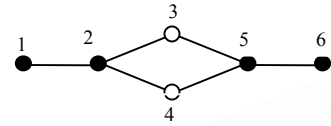
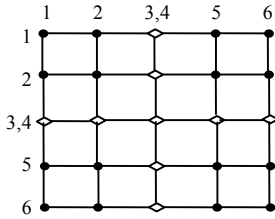


Fig.1 The lattice of convex relation of cardinal direction

Fig.2 The diamond representation of the relation

图 1 主方向凸关系网格

图 2 区间关系的菱形表示

令  $R_{dir}=\{d_1,d_2,\dots,d_n\}(0<n\leq 36)$  为一组基于 MBR 的主方向关系集合,其对应地转化为矩形代数关系用  $R_{rec}=\{d'_1,d'_2,\dots,d'_n\}(0<n\leq 36)$  表示. $R_{rec}$  中的每个元素都对应于图 1 中的一个点.这里,我们令  $d'_{ix},d'_{iy}$  分别代表  $R_{rec}$  中元素  $d'_i$  分解到  $x$  轴、 $y$  轴所形成的区间关系.

定义 2.  $R_{rec}$  的边界关系是指  $R_{rec}$  中所有元素代表的矩形代数关系分解到  $x$  轴、 $y$  轴所形成的区间关系的并集,即  $R_{edx},R_{edy}$  表示  $R_{rec}$  在  $x,y$  轴的边界关系,则  $R_{edx}=\{d'_{1x}\cup d'_{2x}\cup\dots\cup d'_{nx}\},R_{edy}=\{d'_{1y}\cup d'_{2y}\cup\dots\cup d'_{ny}\}$ .

定义 3. 图 1 中的一个网格区间(简称为区间)是指图 1 中一组点集合,它包括了从这组点中坐标最小值到坐标最大值之间所有的点.例如,区间(1,1)~(3,2)是指点集合  $\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$ .

定义 4. 凸区间是一个具有凸性质关系的区间.对于一组矩形代数关系集合  $R_{rec}$ ,它满足凸关系的定义并且对于  $R_{rec}$  中的所有元素对应到图 1 中所形成的点集合构成一个区间.这时称  $R_{rec}$  是一个凸区间.

定理 8. 一个凸区间所在  $x$  轴、 $y$  轴所对应的边界关系(区间关系集合)都是凸的.

证明:根据凸区间的定义可知,凸区间对应于一个凸矩形关系集合.根据定理 6,一个凸矩形关系集合分解到  $x$  轴、 $y$  轴的区间关系集合也是凸的.而边界关系是这个矩形关系集合分解到  $x$  轴、 $y$  轴所形成的区间关系所形成的并集,它显然也是凸的.所以,一个凸区间所对应的边界关系集合是凸的.

定理 9. 令  $I_c$  代表矩形代数关系集合  $R_{rec}$  所对应的凸区间, $E_{Ix},E_{Iy}$  代表  $I_c$  所对应的边界关系集合, $E_x,E_y$  代表  $R_{rec}$  所对应的边界关系集合.若  $E_x=E_{Ix}$  且  $E_y=E_{Iy}$ ,则称矩形代数关系集合  $R_{rec}$  是凸的,并且该矩形代数关系集合所对应的主方向关系集合  $R_{dir}$  是凸的.

证明:由于矩形关系集合  $R_{rec}$  是由主方向关系集合  $R_{dir}$  转化而来,根据定理 2 可推知,由基于 MBR 主方向关系转化而来的矩形关系是凸关系.根据定理 6 可知,判定矩形关系集合  $R_{rec}$  是否为凸,可以转化为判定  $R_{rec}$  在一维区间关系上是否为凸.若矩形关系集合  $R_{rec}$  的边界关系与它所对应的凸区间边界关系相等,则可知  $R_{rec}$  矩形关系集合在每一维上都是凸的.同理,根据定理 6 可知  $R_{rec}$  是凸的.根据定理 2,一个基于 MBR 的主方向关系与组矩形关系一一对应.由于  $R_{rec}$  是凸的,所以我们说  $R_{dir}$  也是凸的.

### 5 基于 MBR 的主方向关系一致性检验

在主方向关系中,主要使用区间代数方法、点代数方法及谓词演算方法进行推理研究.利用矩形代数研究空间关系,主要是利用区间代数求矩形代数的可达类.文献[3]研究了基于投影模型的对象主方向关系推理,利用区间代数方法给出了一个复杂度为  $O(n^3)$  的二元约束网一致性检验算法.文献[9]研究了基于真实物体模型<sup>[4]</sup>的主方向关系推理,利用谓词演算方法给出了一个复杂度为  $O(n^5)$  的一致性检验算法.下面讨论基于 MBR 模型的主方向关系与矩形代数相结合的三元约束网络一致性检验问题.

定义 5(矩形代数约束网络).一个矩形代数约束网络是具有形如  $(n,R)$  的一种网络结构,其中  $n\geq 1$  代表了  $n$  个矩形, $R$  是  $2^{A_{rec}}$  中的矩形代数关系.对于所有  $i\in(n),R_{ii}=\{(eq,eq)\}$  并且对于所有  $i,j\in(n),R_{ji}$  是  $R_{ij}$  的取反关系.若当所有  $i,j\in(n),R_{ij}$  是  $2^{A_{rec}}$  中的凸关系时,说  $(n,R)$  是凸网络;若当所有  $i,j\in(n),R_{ij}\neq\emptyset$  且所有  $i,j,k\in(n),R_{ij}\circ R_{jk}\supseteq R_{ik}$  时,我们

说 $(n,R)$ 是路径一致网络.

定理 10. 若一个矩形代数约束网 $(n,R)$ 是一致的,则该网络必定是路径一致网络<sup>[1]</sup>.

定理 11. 若 $(n,R)$ 是凸网络,并且是路径一致的,则网络 $(n,R)$ 是一致的<sup>[1]</sup>.

有了上面的基本定义和定理,下面我们给出基于 MBR 的主方向关系二元约束网 CDBCNC(cardinal direction binary constraint network)的定义.

定义 6. 一个 CDBCNC 网络是具有形如 $(n,D)$ 的一种网络结构,其中  $n \geq 1$  代表了  $n$  个物体的 MBR, $D$  是主方向关系.对于所有  $i \in (n), D_{ii} = \{B\}$ ,并且对于所有  $i, j \in (n), D_{ji}$  是  $D_{ij}$  的取反关系.

定理 12. 若 CDBCNC $(n,D)$ 中的每条边  $D_{ij}$  都是凸关系,且 CDBCNC $(n,D)$ 是路径一致的,则 CDBCNC $(n,D)$ 是一致的.

证明:对于网络 $(n,D)$ ,其中的每个主方向关系都可以通过表 2 转化为矩形代数关系,若主方向关系是凸的,并且是路径一致的,则必然其对应的矩形代数关系也是凸的以及路径一致的.根据定理 11 和定理 9 可知, CDBCNC $(n,D)$ 是一致的.

算法. 基于 MBR 的主方向关系的二元约束网一致性检验算法.

输入:一个基于 MBR 的主方向关系的二元约束网 CDBCNC $(n,D)$ .其中, $n$  表示  $n$  个物体的 MBR; $D$  表示 MBR 间的主方向关系.

输出:网络是否是一致的.

PATH-CONSISTENCY  $(n,D)$

Begin

For CDBCNC $(n,D)$ 中的每条边 do //判定是否为凸网络;

Begin

转换为矩形代数表示并判定是否为凸关系;

If 为非凸关系 then 输出“非凸网络”,算法终止 else Push(stack);

End

While 栈 stack 非空 do //判定是否为一致性网络;

Begin

$C_{ij} = \text{Pop}(stack)$ ; //出栈操作;

$T = C_{ij} \cap C_{ik} \circ C_{kj}$ ; //路径一致性检验;

If  $T \neq \emptyset$  then

If  $T \neq C_{ij}$  then

Begin

$C_{ij} = T$

Push( $C_{ij}$ )

End

Else 返回“not consistency”

End

输出“consistency”

End

算法是正确的.第一,定理 2 证明了基于 MBR 的 36 种主方向关系都对应于一组矩形代数关系,通过表 2 可将主方向关系转换为矩形代数表示;第二,定理 9 给出了凸关系的判定方法;第三,算法中 While 循环是算法的主体部分,当栈 stack 不为空时,弧关系  $C_{ij}$  出栈,选择与  $i, j$  成三角形的点  $k$  进行路径一致性算法中的合成检验,将  $C_{ij}$  与  $C_{ik} \circ C_{kj}$  交集的结果存入临时变量  $T$  中:若  $T$  为空,说明关系集合  $C_{ij}$  中没有属于关系集合  $C_{ik} \circ C_{kj}$  的元素,这与路径一致性的定义是相冲突的,所以返回“不一致”(一致网络必定是路径一致的);若  $T \neq C_{ij}$ ,则将新关系  $T$  替换原有关系  $C_{ij}$ .这时,网络关系已经改动,重新将弧 $(i, j)$ 加入栈中.继续循环,直到网络关系不再变动为止.当所有的弧都检测完成以后,得到的新网络必定是路径一致的.

通过前面的介绍可知,该算法的复杂度为  $O(n^3)$ .因为在一个有  $n$  个节点的网络中存在  $n(n-1)(n-2)/6$  个三角形,对这  $n(n-1)(n-2)/6$  个三角进行路径一致性检验所需的时间为  $O(n^3)$ ,所以整个算法的复杂度也为  $O(n^3)$ .

为了进一步验证算法的正确性,我们用 JAVA 语言实现了算法 PATH-CONSISTENCY,运行在 JDK4.0 平台.程序实现的基本思想是:将二元约束网用邻接矩阵方法表示,通过查表法将其转换为矩形代数表示.程序的主要功能通过类函数实现:类函数 Composing 实现矩形代数的合成运算;类函数 Conversion 实现矩形代数的取反运算;类函数 Convex 实现凸关系的判定;类函数 Pathcheck 实现路径一致性检验.将实验结果与理论推导相比较,结果相同.可以看到,该算法能够正确地实现一致性检验,并具有较好的算法复杂度.

## 6 结束语

将矩形代数与 MBR 模型相结合进行主方向关系推理是一个新的方法,存在一些需要进一步研究和探讨的问题:(1) 本文研究的是凸关系,就像区间代数、矩形代数研究子类问题一样,是否还存在其他子类?(2) 文中给出了一致性检验的算法,但没有给出在一致性网络中寻找一致性场景的算法.回溯算法<sup>[5]</sup>在网络一致性求解中应用广泛,如何将该算法应用于一致性场景查找?(3) 在城市交通 GIS(geography information system)和电脑辅助设计中,基于线性物体的方向关系推理也具有极高的应用价值,能否将本文提出的方法应用于线性物体推理?以上问题都有待进一步研究解决.

## References:

- [1] Balbiani P, Condotta JF, Del Cerro LF. A new tractable subclass of the rectangle algebra. In: Dean T, ed. Proc. of the 16th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1999. 442-447.
- [2] Balbiani P, Condotta JF, Del Cerro LF. A model for reasoning about bidimensional temporal relations. In: Cohn AG, Schubert LK, Shapiro SC, eds. Proc. of Principles of Knowledge Representation and Reasoning (KR). Trento: Morgan Kaufmann Publishers, 1998. 124-130.
- [3] Ligozat G. Reasoning about cardinal directions. Journal of Visual Languages and Computing, 1998,9(1):23-44.
- [4] Nebel B, Burckert HJ. Reasoning about temporal relations: A maximal tractable subclass of Allen's interval algebra. Journal of the Association for Computing Machinery, 1995,42(1):43-66.
- [5] van Beek P. Reasoning about qualitative temporal information. Artificial Intelligence, 1992,58(1-3):297-326.
- [6] Moratz R, Renz J, Wolter D. Qualitative spatial reasoning about line segments. In: Horn W, ed. Proc. of the 14th European Conf. on Artificial Intelligence (ECAI 2000). Amsterdam: IOS Press, 2000.
- [7] Goyal RK, Egenhofer MJ. Consistent queries over cardinal directions across different levels of detail. In: Tjoa AM, Wagner R, Al-Zobaidie A, eds. Proc. of the 11th Int'l Workshop on Database and Expert Systems Applications. Greenwich: IEEE Computer Society, 2000. 876-880.
- [8] Skiadopoulos S, Koubarakis M. Composing cardinal direction relations. Artificial Intelligence, 2004,152:143-171.
- [9] Skiadopoulos S, Koubarakis M. On the consistency of cardinal direction constraints. Artificial Intelligence, 2005,163(1):91-135.
- [10] Xiao YQ, Zhang J, Jing N. Direction relation query processing using R-Trees. Journal of Software, 2004,15(1):103-111 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/103.htm>

## 附中中文参考文献:

- [10] 肖予钦,张巨,景宁.基于 R 树的方向关系查询处理.软件学报,2004,15(1):103-111. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/103.htm>



刘永山(1963 - ),男,河北张家口人,博士,教授,主要研究领域为数据库理论,计算机应用技术.



郝忠孝(1940 - ),男,教授,博士生导师,主要研究领域为数据库理论及应用.