

基于弱顶点覆盖的网络链路使用带宽监测模型*

刘湘辉¹⁺, 殷建平¹, 卢锡城¹, 赵建民²

¹(国防科学技术大学 计算机学院, 湖南 长沙 410073)

²(浙江师范大学 计算机学院, 浙江 金华 321004)

A Monitoring Model for Link Bandwidth Usage of Network Based on Weak Vertex Cover

LIU Xiang-Hui¹⁺, YIN Jian-Ping¹, LU Xi-Cheng¹, ZHAO Jian-Min²

¹(School of Computer Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

²(School of Computer Science, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-731-4573675, Fax: +86-731-4573637, E-mail: LiuXH@tom.com, <http://www.nudt.edu.cn>

Received 2003-06-30; Accepted 2003-09-09

Liu XH, Yin JP, Lu XC, Zhao JM. A monitoring model for link bandwidth usage of network based on weak vertex cover. *Journal of Software*, 2004,15(4):545~549.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/545.htm>

Abstract: Accurate monitoring for the link bandwidth usage of network is important to a variety of network applications. In this paper, a monitoring model on the bandwidth usage of a given set of links is first proposed so as to minimize the overhead imposed by the monitoring procedure on the underlying network. Secondly it is proved that the problem of finding the monitoring model with a minimum overhead is NP-complete. Finally the model is extended by exploiting the flow constraints to further reduce the overhead for monitoring the link bandwidth usage.

Key words: bandwidth usage; weak vertex cover; NP-completeness; flow conservation

摘要: 对于许多网络应用而言,精确的网络链路实际使用带宽的监测非常重要.首先,为了减少监测过程对实际网络带宽的影响提出一个网络链路实际使用带宽的监测模型.然后,证明求该模型最优解的问题是 NP 完全的.最后,通过进一步挖掘流量约束扩展该模型以进一步减少监测过程的影响.

关键词: 实际使用带宽;弱顶点覆盖;NP 完全;流守恒

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

根据测量的方式,网络链路带宽的测量分为主动测量和被动测量两种.主动带宽测量主要测量在没有负载的情况下,链路可以提供的最大吞吐量,所以测量的带宽指标又称为链路容量(link capacity).它通过发送大量数据包,测量传输延迟,并逐跳类推来计算链路带宽.主动带宽测量影响测量精度和使用范围的主要因素是误差累

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.69933030, 60373023 (国家自然科学基金)

作者简介: 刘湘辉(1973—),男,湖南湘潭人,博士生,主要研究领域为计算机网络 QoS,网络安全;殷建平(1963—),男,教授,博士生导师,主要研究领域为算法设计与分析,人工智能,模式识别,信息安全;卢锡城(1946—),男,教授,博士生导师,中国工程院院士,主要研究领域为计算机系统结构,计算机网络;赵建民(1950—),男,教授,主要研究领域为人工智能,模式识别,计算机网络.

积和背景链路实际使用带宽.误差累积使得主动带宽测量不适合于多跳链路的测量.背景链路实际使用带宽使得数据包传输延迟增加,测量的链路带宽比实际的链路带宽小.并且由于主动带宽测量方法只能针对特定感兴趣的路径,了解全局链路带宽情况需要人工合理地规划网络的观测节点,所以这种方法难以扩展,不便于动态适应网络的变化,而且可能因为设置了过多的观测节点而增加了网络的额外负担^[1-3].

被动测量主要测量网络链路实际使用带宽(link bandwidth usage).它在特殊点观察网络的行为,不增加和修改通过网络的数据负载,因此对网络的行为没有太大影响.这种方法能够实现对观察点网络行为的详尽了解,虽然在了解网络全局各链路带宽数值时,需要专门的统一时间和数据收集机制,但是由于其测量精度相对较高,所以一直是网络参数测量研究的热点和难点^[4-7].

我们认为,测量方法最关键的是既要准确获取网络链路带宽参数,又要尽量减少由于数据收集对实际网络传输数据的影响^[4,7].根据以上原则,我们挖掘与节点相关联的各链路带宽的冗余数值信息,首先提出基于弱顶点覆盖的网络实际使用带宽监测模型,然后证明求该模型最优解的问题是 NP 完全的,最后对该模型进行了扩展.

1 模型的提出

定义 1. 给定无向图 $G=(V,E)$,其中 V 是顶点集, E 是边集, S 是 V 的子集,若根据与 S 中顶点相关联的各条边的链路实际使用带宽,可以确定 E 中任意边的链路实际使用带宽,则称 S 是图 G 关于链路实际使用带宽的测量集.

如果监测代理是路由器或交换机等交换设备,那么在求图 G 关于链路实际使用带宽的测量集时,还可以挖掘以下两条约束:

- (1) 对图 G 的顶点集 V 中的任意顶点 v ,其度 $Degree(v) \geq 2$;
- (2) 对图 G 的顶点集 V 中的任意顶点 v ,满足流守恒方程,即流进=流出.

因此,求图 G 关于链路实际使用带宽的测量集的问题便归结为求以下定义 2 中定义的图 G 的弱顶点覆盖集的问题.

定义 2. 假定无向图 $G=(V,E)$,满足对任意 $v \in V$ 有 $Degree(v) \geq 2$,称 $S \subset V$ 是图 G 的弱顶点覆盖集,当且仅当执行以下操作能使 E 中所有边可以被标记.

- (1) 标记所有与 S 中顶点相关联的边.
- (2) 若某个顶点 v 的 $Degree(v)-1$ 条相关联的边已被标记,则标记剩下的那条相关联的边.
- (3) 重复第(2)步,直到不能再标记新的边为止.

图 G 的弱顶点覆盖集 S 就是在流守恒方程约束下的关于链路实际使用带宽的测量集.首先,与集合 S 中顶点相关联的边的链路实际使用带宽可通过测量手段来获取.其次,如果 $v \notin S$,且 v 的 $Degree(v)-1$ 条边的链路实际使用带宽已获得,那么根据流守恒方程,可以计算出另外一条边的链路实际使用带宽.反复应用流守恒方程,可以计算出图 G 中所有边的链路实际使用带宽.

尽管诸如交换设备本身的数据包延迟或丢弃、设备控制信令的不确定性、多播导致输出端口的数据复制会导致流守恒方程失真,但对于占网络流量绝大多数的应用流量而言,流守恒方程具有的相对误差是很小的^[3].

弱顶点覆盖的规模就是 S 中的顶点数.弱顶点覆盖问题就是寻求给定图中的最小规模的弱顶点覆盖.所以,有效监测问题的目标就是求图的最小弱顶点覆盖集,即求解弱顶点覆盖问题.

2 模型的 NP 完全证明

求图 G 的最小弱顶点覆盖集的问题是一个优化问题,通过为将被优化的值(顶点数)增加一个界限,优化问题可改造成判定问题.若能证明判定问题是难的,则原优化问题也是难的.作为判定问题就是确定一个图中是否具有给定规模 k 的弱顶点覆盖.作为一种语言,定义 $WVC = \{(G,k) \mid \text{图 } G \text{ 具有规模为 } k \text{ 的弱顶点覆盖}\}$.为了证明弱顶点覆盖问题是 NP-完全的,首先必须引入以下 3 条引理.

引理 1. 假定无向图 $G=(V,E)$ 满足对任意 $v \in V$ 有 $Degree(v) \geq 2$, 则 $S \subset V$ 是图 G 的弱顶点覆盖集, 当且仅当 $G'=(V',E')$ 是森林, 其中 $V'=V-S, E'=\{(u,v) | (u,v) \in E \wedge u \in V' \wedge v \in V'\}$ (证明见参考文献[7]).

根据引理 1 可得: 假定无向图 $G=(V,E)$ 满足对任意 $v \in V$ 有 $Degree(v) \geq 2$, 则 $S \subset V$ 是图 G 的弱顶点覆盖集, 当且仅当 $G=(V,E)$ 的每个圈中至少有一个顶点属于集合 S .

引理 2. 若 $D_1 \in NPC, D_1 \leq_p D_2$ 且 $D_1 \in NP$, 则 $D_2 \in NPC$.

引理 3. 顶点覆盖问题是 NP-完全的.

记 $V_C = \{ \langle G, k \rangle \mid \text{图 } G \text{ 具有规模为 } k \text{ 的顶点覆盖} \}$.

定理 1. 弱顶点覆盖问题是 NP-完全的.

证明: 先证 $WVC \in NP$.

假设给定图 $G=(V,E)$ 和整数 k , 选取的证据是弱顶点覆盖 $S \subset V$. 验证算法确认 $|S|=k$, 然后检查按定义 2 中的方法能否使 E 中所有边可以被标记. 这些验证可在多项式时间内完成, 所以 $WVC \in NP$.

下面通过证明 $V_C \leq_p WVC$ 来证明弱顶点覆盖问题是 NP-完全的.

归约算法以顶点覆盖问题的实例 $\langle G, k \rangle$ 作为输入, 它构造弱顶点覆盖问题的实例 $\langle G', k' \rangle$ 如下:

令 $G=(V,E)$, 其中 $E = \{ e_i \mid 1 \leq i \leq m \}$, $e_i = (v_{e_1(i)}, v_{e_2(i)})$.

假设图 G 中度为 0 的顶点(即孤立点)的集合为 $U = \{ v_{g(i)} \mid 1 \leq i \leq n \}$.

那么 $k' = k + n$ 且 $G'=(V',E')$ 由 G 构造而来. 对 U 中的每个顶点 $v_{g(i)}$, 引入新的顶点 u_i 和 u'_i 以及新的边 $(v_{g(i)}, u_i), (v_{g(i)}, u'_i)$ 和 (u_i, u'_i) . 对 E 中的每条边 e_i , 引入新的顶点 w_i 以及新的边 $(v_{e_1(i)}, w_i)$ 和 $(v_{e_2(i)}, w_i)$. 即: $V' = V \cup U' \cup W$, 其中

$$U' = \{ u_i \mid 1 \leq i \leq n \} \cup \{ u'_i \mid 1 \leq i \leq n \}, W = \{ w_i \mid 1 \leq i \leq m \};$$

$E' = E \cup E_g \cup E_e$, 其中

$$E_e = \{ (v_{e_1(i)}, w_i) \mid 1 \leq i \leq m \} \cup \{ (v_{e_2(i)}, w_i) \mid 1 \leq i \leq m \}, E_g = \{ (v_{g(i)}, u_i) \mid 1 \leq i \leq n \} \cup \{ (v_{g(i)}, u'_i) \mid 1 \leq i \leq n \} \cup \{ (u_i, u'_i) \mid 1 \leq i \leq n \}.$$

显然图 $G'=(V',E')$ 满足对任意 $v \in V'$ 有 $Degree(v) \geq 2$, 并且从 $G=(V,E)$ 到 $G'=(V',E')$ 的构造可以在多项式时间内完成.

下面证明这个变换确实是一个归约, 即图 G 有规模为 k 的顶点覆盖当且仅当图 G' 有规模为 k' 的弱顶点覆盖.

假设图 G 有规模为 k 的顶点覆盖 S , 下面证明 $S' = S \cup \{ u_i \mid 1 \leq i \leq n \}$ 是图 G' 的规模为 k' 的弱顶点覆盖.

因为 S 是 G 的顶点覆盖, 所以对任意 $e_i = (v_{e_1(i)}, v_{e_2(i)}) \in E$ 有 $v_{e_1(i)} \in S$ 或 $v_{e_2(i)} \in S$. 由定义 2 的第 1 步可知: e_i 和 $(v_{e_1(i)}, w_i)$ 或 $(v_{e_2(i)}, w_i)$ 可以被标记, 进而由定义 2 的第 2 步可知: $(v_{e_2(i)}, w_i)$ 或 $(v_{e_1(i)}, w_i)$ 可以被标记. 即 E 和 E_e 中的所有边可以被标记. 对 E_g 中的边, 因为 $u_i \in S'$, 所以由定义 2 的第 1 步知: $(v_{g(i)}, u_i)$ 和 (u_i, u'_i) 可以被标记, 进而由定义 2 的第 2 步可知: $(v_{g(i)}, u'_i)$ 可以被标记. 即 E_g 中的所有边可以被标记. 又 $|S'| = |S| + n = k + n = k'$, 因此图 G' 有规模为 k' 的弱顶点覆盖.

反之, 假设图 G' 有规模为 k' 的弱顶点覆盖 S' . 记 $S = ((S' - U - U') \cap V) \cup \{ v_{e_1(i)} \mid w_i \in S' \}$, 那么对任意 $e_i = (v_{e_1(i)}, v_{e_2(i)}) \in E$, 因为 $w_i, v_{e_1(i)}, v_{e_2(i)}, w_i$ 是 G' 中的一个圈, 根据引理 1 可知: 顶点 $w_i, v_{e_1(i)}, v_{e_2(i)}$ 中至少有一个属于 S' . 若 $w_i \in S'$, 则由 S 的构造可知: $v_{e_1(i)} \in S$, 从而边 e_i 被 S 覆盖. 否则, 若 $v_{e_1(i)}$ 或 $v_{e_2(i)}$ 属于 S' , 则由 $v_{e_1(i)}$ 和 $v_{e_2(i)}$ 在 V 中而不在 U 和 U' 中以及 S 的构造可知: $v_{e_1(i)}$ 或 $v_{e_2(i)}$ 属于 S . 从而边 e_i 被 S 覆盖. 所以 S 是图 G 的顶点覆盖.

因为对 $1 \leq i \leq n$ 有 $u_i, u'_i, v_{g(i)}, u_i$ 是 G' 中的一个圈, 根据引理 1 可知: 顶点 $u_i, u'_i, v_{g(i)}$ 中至少有一个属于 S' . 由 u_i 和 u'_i 在 U' 中且 $v_{g(i)}$ 在 U 中可知: $|S' - U - U'| \leq |S'| - n = k' - n = k$.

因为 $U \cap W = \emptyset$ 并且 $U' \cap W = \emptyset$, 所以 $(S' - U - U') \cap W = S' \cap W$.

因为 $U \cap W = \emptyset$ 并且 $(S' - U - U') \subseteq V \cup W$, 所以,

$$\begin{aligned} |S| &= |((S' - U - U') \cap V) \cup \{ v_{e_1(i)} \mid w_i \in S' \}| \leq |(S' - U - U') \cap V| + |\{ v_{e_1(i)} \mid w_i \in S' \}| \\ &= |(S' - U - U') \cap V| + |S' \cap W| = |(S' - U - U') \cap V| + |(S' - U - U') \cap W| \\ &= |(S' - U - U') \cap (V \cup W)| = |S' - U - U'| \leq k, \end{aligned}$$

即图 G 有规模不超过 k 的顶点覆盖 S .

因为在某个顶点覆盖中再增加若干顶点所得集合仍是顶点覆盖,所以图 G 有规模为 k 的顶点覆盖。 □

既然已经证明弱顶点覆盖问题是 NP-完全的,这就意味着至今尚无多项式时间算法来求解图的最小弱顶点覆盖集.实际应用的需要迫使我们退一步设法求出该问题的近似最优解,当然我们希望得到的近似解尽量接近真正的最优解.我们曾在文献[7]中给出了一个求给定图 $G=(V,E)$ 的最小弱顶点覆盖集的近似算法,并证明了该算法具有比界 $2(\ln d+1)$,其中 d 是图 G 中顶点的最大度,该算法的时间复杂性为 $O(|V|^2)$.寻找近似程度更好的算法的工作正在进行之中.

3 模型的扩展

前面的监测模型利用了节点的流守恒性质,通过进一步挖掘流信息,例如在 IP 网络中采用 OSPF^[8]协议的链路状态信息或 MPLS^[9]中的标记交换路径信息,我们可以获取节点连接链路之间的相互关系,以进一步减少监测节点数目或数据收集时的数据量.

假设 $E(v)$ 是图 $G=(V,E)$ 中与顶点 v 相关联的边的集合.对任意 $e_v \in E(v)$,定义链路 e_v 的相关链路集 $R(e_v)=\{e|e \in E(v), \text{并且通过链路 } e_v \text{ 的数据包也通过链路 } e\}$,使用 OSPF 协议和路由表可以确定节点 v 的各条链路 e_v 的相关链路集 $R(e_v)$.

定义 3. 给定无向图 $G=(V,E)$ 中任意顶点 v 的各条边 e_v 的相关链路集 $R(e_v)$,那么顶点 v 的流划分是边集 $E(v)$ 的一个划分: $E(v)=E_1(v) \cup E_2(v) \cup \dots \cup E_k(v)$ 且对任意 $1 \leq i \neq j \leq k$ 有 $E_i(v) \cap E_j(v) = \emptyset$ 并满足非重叠流特性,即:不存在 $1 \leq i \neq j \leq k$ 使得有 $e_v \in E_i(v), e'_v \in E_j(v)$ 而 $e_v \in R(e'_v)$ 或 $e'_v \in R(e_v)$.其中 $E_i(v) (1 \leq i \leq k)$ 称为顶点 v 的流划分元素. k 取最大值的流划分称为顶点 v 的最大流划分, k 取最小值 1 的流划分称为顶点 v 的最小流划分.

由定义 3 可知:对图 $G=(V,E)$ 的顶点集 V 中的任意顶点 v ,若 $E_i(v)$ 是其流划分元素,则关于 $E_i(v)$ 中的各边流守恒方程成立,即:流进=流出.这样,对每个顶点可能能够建立多个约束方程,基于这些约束方程,也许能够进一步减少监测节点数量或监测链路数量.要想获得尽可能多的约束方程,就必须对每个顶点求最大流划分.

对 V 中的任意顶点 v ,若 $E(v)=\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$,则可按以下过程来求其最大流划分.

开始令 $E(v)=E_1(v) \cup E_2(v) \cup \dots \cup E_m(v)$,其中对 $1 \leq i \leq m$ 有 $E_i(v)=\{e_i\}$.然后反复寻找 $1 \leq i \neq j \leq m$ 使得有 $e_v \in E_i(v), e'_v \in E_j(v)$ 而 $e_v \in R(e'_v)$ 或 $e'_v \in R(e_v)$,找到后则将 $E_i(v)$ 和 $E_j(v)$ 合并成一个集合,直到不能再合并为止.

定义 4. 假定无向图 $G=(V,E)$ 满足对任意 $v \in V$ 有 $\text{Degree}(v) \geq 2$,称 $S \subset V$ 是图 G 的基于最大流划分的弱顶点覆盖集,当且仅当执行以下操作能使 E 中所有边可以被标记.

- (1) 标记所有与 S 中顶点相关联的边.
- (2) 若某个顶点 v 的某个最大流划分元素中只有一条边尚未被标记,则标记剩下的这条边.
- (3) 重复第(2)步,直到不能再标记新的边为止.

所以,求图 G 关于链路实际使用带宽的测量集的问题便归结为求图 G 的基于最大流划分的弱顶点覆盖集的问题.基于最大流划分的弱顶点覆盖的规模就是 S 中的顶点数.基于最大流划分的弱顶点覆盖问题就是寻求给定图中的最小规模的基于最大流划分的弱顶点覆盖问题.因此,有效监测问题的目标就是求图的最小基于最大流划分的弱顶点覆盖集,即求解基于最大流划分的弱顶点覆盖问题.

定理 2. 基于最大流划分的弱顶点覆盖问题是 NP-完全的.

证明:若对图 $G=(V,E)$ 中的任意顶点 $v \in V$ 和任意边 $e_v \in R(e_v)$ 都有 $R(e_v)=E(v)$,则每个顶点 v 的流划分元素只可能有 1 个,即 $E(v)$ 本身.这时,基于最大流划分的弱顶点覆盖集就是弱顶点覆盖集.所以,弱顶点覆盖问题是基于最大流划分的弱顶点覆盖问题的特例.由定理 1 可知:弱顶点覆盖问题是 NP-完全的,所以,基于最大流划分的弱顶点覆盖问题是 NP-难的.显然,基于最大流划分的弱顶点覆盖问题是多项式时间可验证的.因此,基于最大流划分的弱顶点覆盖问题是 NP-完全的. □

有关求给定图 $G=(V,E)$ 的最小基于最大流划分的弱顶点覆盖集的近似算法的研究,我们将另文探讨.

4 结 论

由于采用 SNMP 基于网络设备 MIB/RMON 查询分析的方法可以获取 MIB 库中的标称带宽,所以结合以上监测的链路实际使用带宽,我们可以计算出链路的带宽利用率。

虽然本文给出的模型较为充分地挖掘了约束信息,但是求这些模型最优解的问题却是 NP-完全的,因此近似算法的研究就显得十分重要。当然,近似算法的近似程度与其时间复杂性之间存在固有的矛盾,我们必须根据实际需要和现实条件找到一个平衡点。对监测节点和监测链路分配一定的代价,如何结合弱顶点覆盖模型来寻找总代价最小的解以及各种模型与算法的实际效能的评估是我们下一步将要研究的问题。

References:

- [1] Downey AB. Using path char to estimate Internet link characteristics. In: Proc. of the ACM SIGCOMM'99 Conf. on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communications. Cambridge, 1999. 241~250.
- [2] Lai K, Baker M. Measuring bandwidth. In: Proc. of the Conf. on Computer Communications (IEEE INFOCOM'99). New York, 1999. 235~245.
- [3] Caceres R, Duffield NG, Feldman A, Friedmann J, Greenberg A, Greer R, Johnson T, Kalmanek C, Krishnamurthy B, Lavelle D, Mishra PP, Ramakrishnan KK, Rexford J, True F, van der Merwe JE. Measurement and analysis of IP network usage and behavior. IEEE Communications Magazine, 2000,38(5):144~151.
- [4] Breibart Y, Chan CY, Carofalakis M, Rastogi R, Silberschatz A. Efficiently monitoring bandwidth and latency in IP network. In: Proc. of the IEEE Infocom. Anchorage, 2001. 933~942.
- [5] Lai K, Baker M. Nettimer: A tool for measuring bottleneck link bandwidth. In: Proc. of the USENIX Symp. on Internet Technologies and Systems. San Francisco, 2001. 122~133.
- [6] Habib A, Khan M, Bhargava B. Edge-to-Edge measurement-based distributed network monitoring. Technical Report, CSD-TR-02-019, Purdue University, 2002.
- [7] Liu XH, Yin JP, Tang LL, Zhao JM. Analysis of efficient monitoring method for the network flow. Journal of Software, 2003,14(2):300~304 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/300.htm>
- [8] Shaikh A, Isett C, Greenberg C, Roughan M, Gottlieb J. A case study of OSPF behavior in a large enterprise network. In: Proc. of the ACM Internet Measurement Workshop 2002. Marseille, 2002. <http://citeseer.nj.nec.com/shaikh02case.html>
- [9] Mortier R, Isaacs R, Fraser K. Switches and resource-assured MPLS networks. Technical Report, No.510, Computer Laboratory, Cambridge University, 2000.

附中文参考文献:

- [7] 刘湘辉,殷建平,唐乐乐,赵建民.网络流量的有效测量方法分析.软件学报,2003,14(2):300~304.<http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/300.htm>