

# 动态骨架算法\*

车武军, 杨勋年<sup>+</sup>, 汪国昭

(浙江大学 数学系 计算机图象图形研究所, 浙江 杭州 310027)

## A Dynamic Approach to Skeletonization

CHE Wu-Jun, YANG Xun-Nian<sup>+</sup>, WANG Guo-Zhao

(Institute of Computer Graphics and Image Processing, Department of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: Phn: 86-571-87951609 ext 8107, Fax: 86-571-87952428, E-mail: yxn@zju.edu.cn

<http://www.zju.edu.cn>

Received 2001-08-04; Accepted 2002-04-10

**Che WJ, Yang XN, Wang GZ. A dynamic approach to skeletonization. *Journal of Software*, 2003,14(4): 818~823.**

**Abstract:** The skeleton is an effective representation of object shapes. Methods based on distance transformation can generate skeletons with accurate position, but connectivity of the skeleton branches must be carefully checked. It is difficult to check the connectivity when the structures of the skeleton are very complicated. In this paper, a dynamic skeleton algorithm for binary images is presented by combining with thinning method and Snake model technique. First, compute the initial skeleton based on thinning technology in which the connectivity and the topology of the skeleton can be kept well. Then the initial skeleton can be led to its accurate locations in distance field based on Snake model technique. The skeletons generated by this method are not only locating at accurate positions, but also with correct connectivity and topology.

**Key words:** skeleton; medial axis transform; distance transform; thinning; snake model; active contour model

**摘要:** 骨架是表示物体形状的一种有效形式。基于距离变换的骨架求解算法得到的骨架尽管准确光滑,但必须仔细地检查其连续性;而当骨架的结构较为复杂时,这种连续性检查会变得非常困难。结合 Thinning 技术和 Snake 模型,提出了一个平面二值图的动态骨架算法。首先利用 Thinning 技术生成连续且拓扑保持的初始骨架,然后根据 Snake 模型的思想,将初始骨架引导到正确的位置上。动态骨架算法提取的骨架不仅保持了位置的准确和外形的光滑,同时也解决了骨架的连续性问题。

**关键词:** 骨架;中轴变换;距离变换;细化;蛇模型;活动边界模型

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

形状分析及识别是模式识别、图像处理与计算机视觉的一个基本问题,而如何表示对象的形状则是其关键

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60073023 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1998030600 (国家重点基础研究发展规划(973))

第一作者简介: 车武军(1974-),男,广东广州人,博士生,主要研究领域为计算机图形学,图像处理与可视化。

所在.目前被广泛采用的方法是骨架法,它是形状描述方法中最简单、最有效的方法之一.除了应用于传统领域,如对象识别与表示、工业零件检测、印制电路板校验、医学图像分析以外,骨架方法已运用到图形学中的变形、计算机辅助几何设计中的等距曲线生成等研究中.所谓骨架(skeleton),是指用与原形状连通性和拓扑结构相一致的细曲线作为理想表达的一种对象表示.一块连续二值图的骨架概念首先是由 Blum 提出的,当时他称骨架为“中轴”(medial axis),后来称为“对称轴”(symmetric axis)<sup>[1]</sup>.此后有不少学者对骨架问题作了深入、广泛的研究.按处理对象的不同,当前文献中各类骨架算法可分成两类:一类是基于连续几何模型的中轴变换,这类算法直接处理有连续边界模型的形状区域<sup>[2-4]</sup>,如多边形模型、NURBS“多边形”模型(边界曲线为 NURBS 曲线),由于边界曲线连续、光滑,因此这类算法有可能计算出精确的骨架模型,但这类算法的处理对象比较特殊,大多应用于有特别要求的场合,如 CAD;另一类处理对象形状的离散二值图,是当前大部分骨架算法适用的对象,但它们同时不可避免地要克服一个共同的问题,即离散化对骨架生成的影响.本文主要讨论 2D 离散二值图的骨架生成问题.

在离散空间下,骨架的基本算法主要有两类.一类是所谓的细化(thinning)过程<sup>[5,6]</sup>,在满足拓扑不变和几何约束条件下,通过重复剥离边界点直至得到一个连通点集作为“骨架”,其最大优点是能够保证得到的骨架连续,且保持原对象的主要拓扑结构,但位置一般不准确,只是欧氏空间中真正骨架的一个近似.另一类算法基于距离变换(distance transform)在高一维空间中生成的距离曲面形成的脊线来建立骨架<sup>[7-9]</sup>.它们的主要特点是骨架位置准确,外形顺滑,缺点在于容易受边缘噪声的干扰,且难以保证骨架的连续性<sup>[8,9]</sup>.此外,从距离变换的概念引申出了基于场变换的算法<sup>[10,11]</sup>,它们对骨架的提取不再局限于只考虑最短距离的边界点,而是其邻近甚至更大范围的一系列边界点集,因而在一定程度上抑制了边界噪声的影响.

由于距离变换方法与 Thinning 方法的优缺点正好互补,本文结合 Thinning 法与距离变换,提出了一个新的骨架算法——动态骨架法.它首先用 Thinning 法得到对象的一个初始骨架,这样得到的初始骨架可以反映原物体的重要拓扑结构,但位置不够准确;接着,我们通过 Active contour 模型思想令初始骨架在距离变换场中跟踪脊线,而在跟踪过程中骨架的连续性和拓扑结构都不受影响.这样,动态骨架法的优点在于,最后得到的骨架不仅位置准确,而且骨架的连续性和拓扑都能得到保证.

第 1 节简要介绍 Snake 模型.第 2 节给出算法框架.第 3 节重点讨论如何利用 Snake 方法将初始骨架调整到准确位置.在第 4 节给出实验结果.第 5 节作出总结.

## 1 Snake 模型(Active Contour 模型)

Snake 方法最早是由 M.Kass 等人提出来的<sup>[12]</sup>.一条 Snake 就是一条由假想弹性物质组成、可变形的曲线或轮廓线.用数学语言来描述,Snake 是一条参数曲线:  $\mathbf{r}(s) = (x(s), y(s))$ ,  $s \in [0, 1]$ ; 当  $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}(1)$  时,它是封闭的.这条 Snake 受到两种假想力,即外力和内力的作用,内力使 Snake 保持光滑,外力则令 Snake 向特征目标发生变形.Snake 的形变过程,就是其能量的降低过程.为了从总体上保证能量最低,通常用能  $E_{\text{int}}$  和  $E_{\text{ext}}$  来描述 Snake 的状态.内力作用常取  $E_{\text{int}} = \int_0^1 (\alpha |\partial \mathbf{r} / \partial s| + \beta |\partial^2 \mathbf{r} / \partial s^2|) ds$  这种形式,其中  $\alpha$  参数控制 Snake 的张力,而  $\beta$  参数控制其“刚性”;外力作用取相似的形式:  $E_{\text{ext}} = \int_0^1 \gamma P(\mathbf{r}(s)) ds$ , 这里,  $\gamma$  是一个常量,  $P(x, y)$  是一个标量势函数,可以根据需要采用不同的形式,一般的设计原则是使其在目标特征处取最小值,如梯度.于是,目标解  $\mathbf{r}^*$  就是使得 Snake 能量最低的解,即目标函数  $E = E_{\text{ext}} + E_{\text{int}}$  达到最小值.

## 2 动态骨架法

动态骨架(dynamic skeleton)的概念最初是由 F.Leymarie 等人于 1992 年提出来的<sup>[8]</sup>,但没有提出切实可行的办法.P.Golland 等人<sup>[13]</sup>对这一概念作了推广,并称其为拓扑不变骨架(fixed topology skeletons),但要求有物体形状的先验知识;而当缺少物体形状的先验知识时,其拓扑结构不能过于复杂,这就使得其应用范围受到了很大的限制.

由于骨架结构比较复杂且在初始骨架远离最优解时,情况就变得复杂了,必须协调好骨架各分枝之间的拓

扑连接关系.为此,我们将动态骨架的思想推广到一般情况,给出了一个完整的动态骨架算法.整个算法如图 1 所示.首先应用 Thinning 法取得初始骨架  $S$ ,同时构造距离场  $F$ ,接着我们将  $S$  置入  $F$  内, $S$  各分枝在  $F$  作用下被引向距离曲面的脊线位置(Snake 模型),从而生成目标骨架  $S^*$ .

### 2.1 Thinning

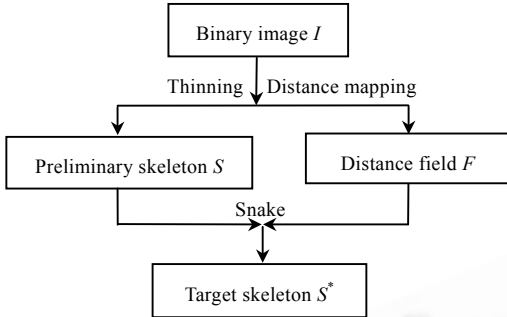


Fig.1 A dynamic approach to skeletonization  
图 1 动态骨架法

中轴可以认为是用以下方法生成的:在一小块与对象形状相同的草地边缘同时点火,火向内蔓延,向前推进的火前线相遇点的轨迹就是中轴.这就是地表火(grassfire)技术的含义.Thinning 实际上是 Grassfire 概念的一个近似,它连续删除对象的边界点,直到剩下骨架线为止.由于在轮廓线剥离过程中,Grassfire 的蔓延速度在离散像素中各个方向并非相同,因此,由 Thinning 得到的骨架一般都偏离其准确位置,这是该方法的一个缺点.但 Thinning 生成的骨架在连续性和拓扑结构方面能得到很好的保证<sup>[5,6]</sup>.而基于脊线概念的骨架生成算法最大的问题在于骨架连通性很难得到根本保证,尤其是在对象的

拓扑结构非常复杂的时候,如包含有环,对如何检验结果的有效性,并不是一个显然的问题.Thinning 是与骨架化密切相关的图像操作,有大量的相关文献可供参阅,这里不再赘述.

### 2.2 欧氏距离变换(EDT)

设  $I$  是一幅平面二值图,区域  $\Omega$  是  $I$  内一个物体,且  $\Omega$  是连通的,  $\partial\Omega$  为其边界集,  $\partial\Omega$  的每一个连通子集都是封闭不自交的曲线段,距离函数构造为  $f(P) = \begin{cases} \inf_{Q \in \partial\Omega} \rho(P, Q), & P \in \Omega \\ 0, & P \notin \Omega \end{cases}$ , 这里,  $\rho(P, Q)$  表示  $P, Q$  的欧氏距离.

距离变换是图像处理的一个经典问题,可以参见文献[14].

### 2.3 骨架的变形

将第 1 节得到的初始骨架  $S$  置入距离场  $F$  内,这样,根据 Snake 模型,  $S$  将在  $F$  作用下发生变形.但 EDT 形成的梯度场对 Snake 的影响与通常灰度图中有很大的不同,最明显的例子就是,即使骨架完全落在脊线上,按照通常的 Snake 能量模型,这时  $S$  仍然是不稳定的,除非  $S$  的每条“分枝”(Snake)是落在  $F$  的等值脊线上,这是极其特殊的情况.因此,我们不能完全遵循经典方法对 Snake 进行求解,对这一问题,我们将在下一节加以展开.

## 3 骨架的变形

本节讨论如何对初始骨架  $S$  进行 Snake 变形.

### 3.1 骨架各枝的优先权

由于骨架结构的复杂性,将整个骨架作为一条“Snake”进行操作显然是不可行的,因此我们的首要任务是将  $S$  分解为各条独立的 Snake.为讨论方便并避免概念重复,我们直接引用图论中的一些基本概念.

首先将  $S$  抽象成一个图  $G$  (在不致混淆的情况下,  $S$  与  $G$  认为是等同的),且  $G$  不含度数为 2 的顶点.根据 Thinning 原理可知,  $G$  是一个连通图,每条边可作为一条 Snake 处理,其中环对应于封闭的 Snake,不形成环的边对应不封闭的 Snake.为了清楚起见,我们称不是环的边为单边,度数为 1 的顶点称为叶点.这样我们就将  $S$  按环和单边为基本元素分解成可独立操作的 Snake,图 2(a)和图 2(b)中的实线部分分别是环和单边的例子.

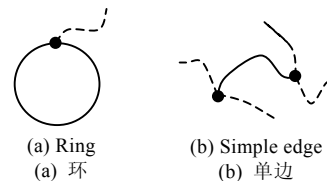


Fig.2 Primary elements of skeletons  
图 2 骨架的基本单位

对于  $G$  各边,我们可以定义相应的优先权.首先定义顶点  $x$  的“深度”  $D$ ,这是一个递归定义:

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ 是叶点或者 } x \text{ 在某环上} \\ \min_{y \in N(x)} (D(y)) + 1, & \text{else } N(x) \text{ 是 } x \text{ 的邻顶集} \end{cases}$$

根据顶点的“深度”,接着我们定义边  $b$  的优先权  $W$  如下:

$$W(b) = \begin{cases} 0, & \text{if } u = v \\ \min(D(u), D(v)), & \text{else} \end{cases}$$

其中  $u, v$  是  $b$  的两个顶点. 优先权  $W$  的特点是, 边离叶点越近, 其值越小.

### 3.2 骨架的分步形变

EDT 形成的梯度场与灰度图像中的梯度场对 Snake 的影响有很大的不同. 由于距离曲面中对应于  $S$  各边的脊线上各点一般不等势, 按照通常的 Snake 理论,  $F$  中的 Snake 多数情况下会收缩成一个点; 另一方面,  $S$  被分解后, 虽然各条 Snake 能独立地进行变形, 但是  $S$  作为一个整体, 它们之间依然有一定的制约关系. 为此, 我们安排各 Snake 由外到内分步变形, 使得整个骨架能够有次序地趋向目标位置.

我们已经为每条边计算了的优先权  $W$ , 优先权小的被优先变形(优先权相同的次序任意). 根据其定义可知, 这种处理顺序是按照  $S$  的“外形”由外向内逐步完成的. 为了减少能量约束  $E = E_{\text{ext}} + E_{\text{int}}$  对求解造成的复杂性, 我们采用了三次 B 样条 Snake 模型<sup>[15]</sup>, 它隐含了 Snake 的光滑性约束.

设  $\{Q_i | i = 0, 1, \dots, n\}$  是  $n+1$  个控制顶点, 由它们确定的 B-样条曲线可表示为  $r(t) = \sum_{i=0}^n Q_i B_{i,3}(t)$ , 其中  $B_{i,3}(t)$  是 4 阶 B-样条基函数. 通常情况下  $r(t)$  并不通过控制顶点, 但我们可用反求顶点的方法令样条曲线正好通过指定的型值点<sup>[16]</sup>. 令  $\{P_i | i = 0, 1, \dots, n\}$  为相应的  $n+1$  个型值点, 于是我们将能量函数定义为  $E(r) = -\sum_{i=0}^n f(P_i)$ . 我们可以用梯度法求解上述方程, 而外力方程则根据  $F$  的梯度计算,  $g(x, y) = (\partial f / \partial x, \partial f / \partial y)$ .

#### 3.2.1 环的变形

由边的优先权  $W$  定义可知, 环总是被优先处理.

图 3(a)是  $S$  的局部图, 实线表示环  $c$ ; 当  $c$  在  $F$  梯度场力作用下向内收缩到  $c'$  时, 以  $w$  为顶点的其他邻边随之向内延伸到  $w'$ , 如图 3(b)所示; 当  $c$  向外扩张到  $c'$  时, 如图 3(c)所示, 情形类似, 以  $w$  为顶点的其他邻边随之向外延伸到  $w'$ . 这时候, 邻边的位置是否准确并不重要(将由后继变形完成), 只须保证  $c$  落在期望位置上及  $S$  的拓扑不被改变即可.

#### 3.2.2 单边的变形

事实上, 除了骨架本身就是一个环这种简单情形外, 我们完全可以将  $S$  内的环从某顶点处折分为单边, 作为单边处理. 因此我们着重讨论单边的变形.

由边的优先权定义可知, 带叶点的单边先被处理, 记为  $b$ , 两端点为  $u, v$ , 其中  $v$  为叶点.  $b$  在  $F$  中变动时  $S$  其他边不受影响, 我们称作  $S$  的余骨架, 记为  $\bar{S} = S \setminus b \cup \{u\}$ . 下面我们讨论  $b$  在  $F$  中运动的约束问题.

##### (1) 端点的运动

对于叶点  $v$ , 当  $f(v)$  很小时 (如在  $\partial\Omega$  附近),  $v$  的位置就是其目标位置; 若它到  $\partial\Omega$  距离很大, 则对应于边界是一个或接近一个圆弧, 因为对称的关系, 由 Thinning 方法得到  $v$  的

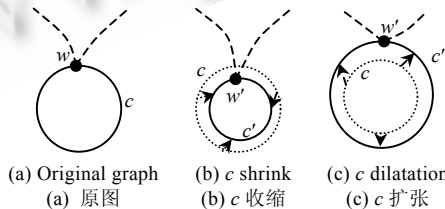


Fig.3 Evolution of the ring  
图 3 环的变形

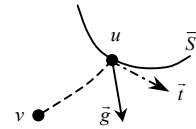


Fig.4 Movement of the end points  
图 4 端点的运动

累积误差不会太大, 所以在大部分情况下  $v$  的位置是准确的, 在本算法中一般固定不变. 如果需要修正, 可参阅第 3.3 节.

对于端点  $u$ , 情况稍为复杂一些. 如图 4 所示, 若  $F$  在  $u$  处的梯度为  $\bar{g}$ ,  $\bar{S}$  在  $u$  处的切线方向为  $\bar{t}$ , 其中  $\bar{g}$  与

$\bar{t}$  夹角为锐角.  $b$  在  $F$  中运动, 为保持  $S$  拓扑不变, 我们规定  $u$  只能沿着  $\bar{S}$  上滑动.

(2) 内点的运动

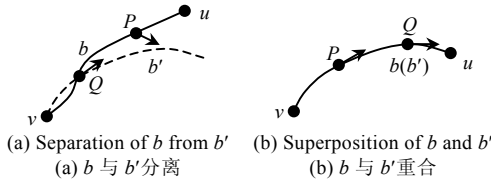


Fig.5 Movement of the interior points

图5 内点的运动

对于  $b$  的内部点, Snake 变形约束比较自由. 如图 5(a) 所示,  $b$  是待变形的单边,  $b'$  是  $b$  的目标位置. 设  $P$  是  $b$  上的一个内点, 但不落在  $b'$  上, 根据  $F$  的定义可知,  $P$  点的梯度将指向  $b'$ ; 对于落在  $b'$  上  $b$  的内点  $Q$ , 其梯度是  $b'$  在该点处的切线方向, 所以每经过一次梯度法叠代,  $b$  越靠近  $b'$ . 经若干叠代处理,  $b$  与  $b'$  重合, 如图 5(b) 所示, 这时  $b$  上内部点的受力总是沿着  $b'$  的切线方向,  $b$  的形状不再发生改变, 我们可以认为  $b$  已经处于“最低能量态”.

对于  $S$  内部的单边(端点不是叶点), 由于两个端点都是非叶点, 可以按照上述  $u$  点的约束条件进行处理.

3.3 带叶点单边的位置修正

正如第 3.2.2 节指出的, 在本算法中, 叶点初始位置一般不需要修正, 但在特殊情况下(主要是叶点  $v$  的  $f(v)$  较大时)或是采用其他的叶点位置不大准确的初始骨架提取算法时, 则可能需要对带叶点单边的位置作修正.

我们采用了逆向梯度法. 该方法与一般做法的不同之处在于, 它不是通过计算边界曲率来修正叶点  $v$  的位置的<sup>[8,13]</sup>, 而是仍统一采用动态骨架来处理, 但这时能量函数取  $E(r) = \sum_{i=0}^n f(P_i)$ , 同时梯度取反向,  $u, v$  的地位互换, 即  $u$  位置固定不变,  $v$  需要变动. 首先, 我们将  $\partial\Omega$  看成是一条假想骨架; 若  $v$  不在  $\partial\Omega$  上, 根据  $F$  的定义,  $v$  在能量最低原则下会“流动”到  $\partial\Omega$  上, 这时,  $v$  的运动被限制在“骨架” $\partial\Omega$  内; 随后, 单边变形的处理方法与第 3.2.2 节相似, 这里不再赘述; 最后, 若对应于边界是一个或接近一个圆弧段, 叶点  $v$  不应当落在  $\partial\Omega$  上, 这时我们还需要将叶点  $v$  还原到期望位置, 这可以通过截除单边  $uv$  靠近叶点  $v$  的非骨架部分来实现.

4 算法的实现和结果

当初始骨架  $S$  和距离场  $F$  计算完毕时, 利用上述方法,  $S$  的每一条边会自动地被引向脊线位置, 而且  $S$  的每条边  $b$  在变形过程中其连续性和拓扑性都不改变, 从而得到方位和拓扑都较为完整的形状骨架.

图 6(a)是距离变换的效果图, 形状内部高亮显示的就是相应的脊线, 人的视觉很容易地就能分辨出我们所需要的骨架. 但事实证明, 这个过程若是由计算机模拟完成, 要得到精确、合理的骨架存在相当大的困难. 图 6(b)是用 Thinning 技术获得的粗骨架, 可以看到, 有些地方的粗骨架偏离脊线位置相当严重, 这反映出该方法的最大缺点. 图 6(c)中的骨架就是用本文提出的方法得到的精确骨架. 用 Snake 技术对图 6(b)中的粗骨架进行处理, 最后被引导到脊线位置. 从图中可以看到, 这时候的骨架与我们看到的脊线位置基本一致.

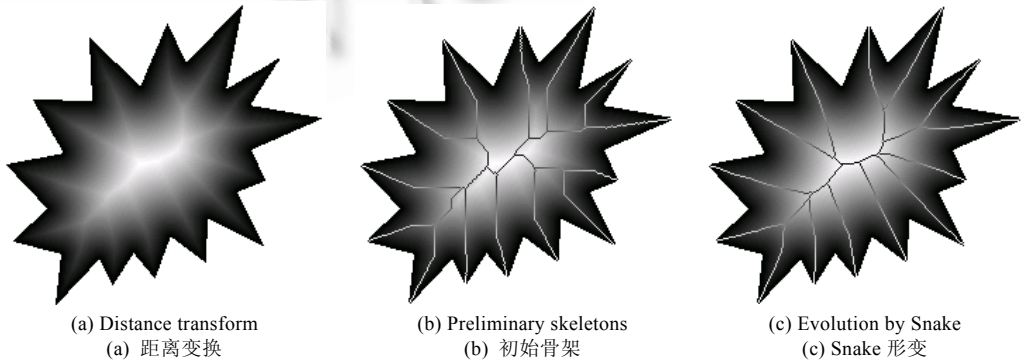


Fig.6 Skeleton of a star shape

图6 星形的骨架

另外一组是对一个内部有一个空洞的形状作处理, 如图 7 所示.

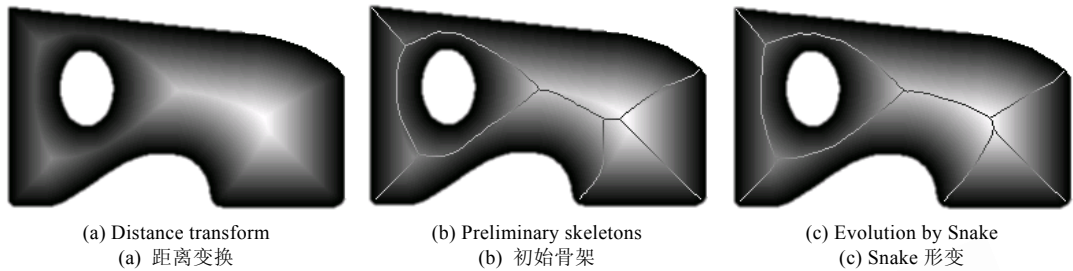


Fig.7 Skeleton of a shape with a hole  
图 7 内部带孔的区域骨架

## 5 结 论

Thinning 技术的优越性在于能够保证所得到的骨架连续,并保持重要的拓扑信息,而这正是大部分算法所欠缺的.在本文中,我们结合 Thinning 技术和 Snake 技术,利用动态骨架的概念,提出了一个有效的中轴变换方法,弥补了一般算法的缺陷.同时可以知道,初始骨架在变形过程中并不改变拓扑信息,即最终骨架的形状取决于初始骨架,这是本算法的一个优点,但同时也是一个缺点,因为当形状的边界出现噪声扰动时,Thinning 方法很可能造成不必要的分枝.为了克服这类缺点,我们可以采用剪枝法,将不需要的分枝剪除掉.

## References:

- [1] Maragos PA, Schafer RW. Morphological skeleton representation and coding of binary images. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1986,34(5):1228~1244.
- [2] Lee DT. Medial axis transformation of a planar shape. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1982,4(4): 363~369.
- [3] Shaked D, Bruckstein AM. The curve axis. *Computer Vision and Image Understanding*, 1996,63(2):367~379.
- [4] Choi HI, Choi SW, Moon HP, Wee NS. New algorithm for medial axis transform of plane domain. *Graphical Models and Image Processing*, 1997,59(6):463~483.
- [5] Lee TC, Kashyap RL. Building skeleton models via 3-D medial surface/axis thinning algorithms. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, 1994,56(6):462~478.
- [6] Lobregt S, Verbeek PW, Groen FCA. Three-Dimensional skeletonization: principle and algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1980,2(1):75~77.
- [7] Kimmel R, Shaked D, Kiryati N, Bruckstein AM. Skeleton via distance maps and level sets. *Computer Vision and Image Understanding*, 1995,62(3):382~391.
- [8] Leymarie F, Levine MD. Simulating the grassfire transform using an active contour model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992,14(1):56~75.
- [9] Ivanov D, Kuzmin E, Burtsev S. An efficient integer-based skeletonization algorithm. *Computers and Graphics*, 2000,24(1):41~51.
- [10] Ahuja N, Chuang JH. Shape representation using a generalized potential field model. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997,19(2):169~176.
- [11] Shroff H, Ben-Arie J. Finding shape axes using magnetic fields. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999,8(10):1388~1394.
- [12] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1988,1:321~331.
- [13] Golland P, Eric W, Grimson L. Fixed topology skeletons. In: *IEEE, ed. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol 1. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society, 2000. 10~17.
- [14] Borgefors G. Distance transformations in digital images. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 1986,34(3):344~371.
- [15] Brigger P, Hoeg J, Unser M. B-Spline snakes: A flexible tool for parametric contour detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000,9(9):1484~1496.
- [16] Wang GJ, Wang GZ, Zheng JM. *Computer Aided Geometric Design*. Beijing: Higher Education Press; Springer-Verlag, 2001 (in Chinese).

## 附中文参考文献:

- [16] 王国瑾,汪国昭,郑建民.计算机辅助几何设计.北京:高等教育出版社;施普林格出版社,2001.