

基于 FBM 约束模型的可控性分形生成方法*

谭建荣[†], 陈洪亮

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

A Controllable Fractal Generation Method Based on FBM Constraint Model

TAN Jian-Rong[†], CHEN Hong-Liang

(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+Corresponding author: Phn: 86-571-87951273, Fax: 86-571-87951899, E-mail: egi@cmee.zju.edu.cn

<http://www.zju.edu.cn>

Received 2001-08-17; Accepted 2002-02-26

Tan JR, Chen HL. A controllable fractal generation method based on FBM constraint model. *Journal of Software*, 2003,14(3):651~659.

Abstract: A controllable fractal generation method is put forward based on FBM constraint model. According to the probability distribution of local deformation energy, the FBM constraint model is set up to keep the statistic self-similarity in detail and the controllability in macrostructure at the same time. And the constraint coefficient of the model can be calculated with the threshold estimation. The regional buffering control and regional harmonic control further enrich the control ways during the fractal generation. The controllable fractal generation examples prove the feasibility, validity and the practicality in nature simulation and engineering visualization.

Key words: graphic; fractal generation; FBM constraint model; controllability; nature simulation; engineering information visualization

摘要: 为了获得分形生成过程的可控性,根据局部变形能的概率分布建立了基本 FBM(factal Brown motion)约束模型,通过阈值估计给出了 FBM 约束因子的具体实现,使得分形生成过程能够在表面细节具备统计自相似性的同时更好地对宏观形状进行控制.其中离散约束下提出的区域缓冲控制与连续约束下提出的区域调和和控制方法进一步丰富了分形生成的控制手段.可控性分形生成实例表明,该方法能够实现分形生成过程的有效控制,可在自然模拟、工程信息可视化等领域中得到广泛应用.

关键词: 图形;分形生成;FBM 约束模型;可控性;自然模拟;工程信息可视化

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

分形形状的计算机模拟是当前图形学研究的热点之一.利用分形形状的生成结果,可以很好地刻画各类极

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.69878038 (国家自然科学基金); the Assisting Project of Ministry of Education of China for Backbone Teachers of University and College (国家教育部高等学校骨干教师资助计划); the Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China under Grant No.601020 (浙江省自然科学基金)

第一作者简介: 谭建荣(1954—),男,浙江湖州人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为产品信息学,CAX 方法学,工程图

形学.

不规则、极不光滑对象的特征属性,如自然景物中的山脉、浮云、水波以及工程实际中的金属腐蚀表面、零件加工粗糙度分布等.

分形形状的生成方法主要分为两类,一类方法采用光滑曲面造型手段,在对分形形状大致轮廓进行刻画的基础上,由纹理合成技术生成伪表面细节^[1];另一类方法基于统计自相似原理采用 FBM(fractal Brown motion,分形布朗运动)方法进行分形形状的生成与绘制,典型的算法包括白噪音积分法^[2]、中点移位法^[3]以及相继中点移位法^[4]等.前者能对所生成的分形形状进行较好的预测与控制,但可视化效果往往不尽如人意;后者虽然能更为逼真地再现各种丰富多彩的分形形态,然而其生成方法具有较大的随机性,难以对生成过程与可视化结果进行有效的控制.

为了在分形生成过程中将两者的优势互补,既能保持随机分形方法的统计自相似性,又能根据给定形状进行有效的控制,国内外许多专家、学者进行了专门的研究.Szeliski 等人提出了基于样条函数对分形生成过程进行约束的模拟方法,通过在样条优化求解过程中加入概率因子并以后验分布的随机采样生成分形表面^[5]; M. Zribi^[6]、高旭^[7]、余龙华^[8]与程辉^[9]等人通过给定数据集的分析对分形特征进行事先估计,施行约束中点移位法来完成分形模拟;骆岩林^[10]、丁友东^[11]与张廷杰^[12]等人则分别对递归细分格式与网函数法等几何造型手段进行研究,利用法向扰动或分形插值等相结合的方法进行分形曲面的生成.

然而,上述分形生成方法在对分形形状可控性作出不同程度改进的同时,仍然存在一些不足之处.Szeliski 的方法包含了较大规模的矩阵方程优化求解,迭代计算与后验采样过程均比较繁琐;采用分形特征事先估计的方法对原始数据集要求较高,对于分形特征存在较大差异或分形特征不十分明显的情形均很难进行准确估计,从而导致模拟效果不佳;通过递归细分法与网函数法所得到的分形结构则往往带有较为明显的人工插值痕迹,且很难获得局部起伏较为剧烈的分形特征.

本文提出了基于 FBM 约束模型的可控性分形生成方法,以局部变形能作为与宏观形状和细节特征之间的双向关联,以阈值估计作为该约束模型中 FBM 约束因子的具体实现,以区域缓冲与区域调和作为离散约束与连续约束下的控制手段,从而在局部特征服从统计自相似特性的同时,很好地实现了具有可控性的分形生成过程,并且提供了更为丰富、更为灵活、更为方便的控制形式.

1 基于局部变形能提出的 FBM 约束模型

为了能够获得分形生成过程中分形性与可控性的统一,可以将分形形状表述为宏观形状与表面细节的统一.其中宏观形状用于对可视化对象的总体起伏与大致轮廓进行刻画,如零件的外型设计、山脉的整体走势等;表面细节则描述了分形对象极不规则、极不光滑的外观精细结构,并在一定标度范围内要求满足统计自相似原理.

建立在分形形状=宏观形状+表面细节的基础上,本文基于局部变形能提出了 FBM 约束模型,用以实现可控性分形生成,通过局部变形能与宏观形状、表面细节之间所建立的双向关联,在表面细节特征模拟的同时得以根据宏观形状进行总体把握,从而在分形生成过程中获得更为有效、更为完整的形状控制.局部变形能的这种双向关联性具体表现为:

(1) 根据局部变形能的定义形式:

$$E_d(p_i) = \frac{1}{2}(D(p_i) - d(p_i))^2, i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

其中,参数 $d(p_i)$ 与 $D(p_i)$ 分别表示约束前后分形形状的实际标高值,使得 $p_i = p(x_i)$ 处的局部变形能的大小 E_d 与宏观形状的变形程度发生关联,从而满足分形形状整体可控性的要求.

(2) 根据 Boltzmann 概率分布原理中状态能量与状态概率间的负指数相关性:

$$P_d(p_i) = \frac{1}{Z} \exp(-E_d(p_i)/T), i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

其中,参数 Z 用于对概率分布进行归一化,参数 T 用于控制 E_d 与 P_d 间的关联强度,使得 $p_i = p(x_i)$ 处的局部变形能大小 E_d 在概率分布上与 FBM 约束因子 P_d 发生关联,从而满足分形形状局部统计自相似性的要求.

综合式(1)和式(2)可以得到,基于局部变形能的 FBM 约束模型描述为

$$D(p_i) = d(p_i) \pm \sqrt{-2T \cdot \ln(Z \cdot P_d(p_i))}, i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

其中归一化参数 Z 的取值与正负号的选择参见第 2 节,FBM 约束因子 P_d 的设定要求满足:

$$\text{Var}[P_d(p + \Delta p) - P_d(p)] = k |\Delta p|^{2\alpha} \quad (4)$$

的统计自相似性要求,并且随着 P_d 在定义域 $(0, \frac{1}{Z}]$ 中的过渡,对分形形状的约束程度也相应地发生改变:

- 当 $P_d(p_i) \rightarrow 0^+$ 时, $|D(p_i) - d(p_i)| \rightarrow \infty$, 该点处的最终形状与给定的宏观形状相去甚远,属于自由约束点;
- 当 $P_d(p_i) \rightarrow \frac{1}{Z}^-$ 时, $D(p_i) \rightarrow d(p_i)$, 该点处的最终形状与给定的宏观形状完全一致,属于完全约束点;
- 当 $P_d(p_i) \in (0, \frac{1}{Z})$ 时,该点处的最终形状与给定宏观形状之间的偏差比例与参数 T 的取值有关,属于过渡约束点.

由于该模型中 FBM 约束因子 $P_d(p_i)$ 是以一一映射的方式与分形形状的生成发生关联,因此上述约束模型可以容易地推广至 $p_i = p(x_i, y_i)$ 的二维情形,其中 $P_d(p(x_i, y_i))$ 具有二维意义的随机分形特征,且其均方增量自相似于二维投影上的平移距离.

2 基于阈值估计的 FBM 约束因子生成

在基于 FBM 约束模型的可控性分形生成中,约束因子 P_d 的生成直接关系到表面细节与宏观形状之间有效关联的具体实现.传统的随机分形中点置换方法(包括中点移位法与相继中点移位法)所获得的 FBM 生成因子 P_{fbm} 虽然具有统计自相似特性,但其计算结果并不总是落在 $(0, \frac{1}{Z}]$ 的取值范围内,因而无法在约束模型中直接将约束因子 P_d 等同于生成因子 P_{fbm} (参见第 1 节).本文从理论上对中点置换法进行了阈值估计,并根据阈值估计结果给出了 FBM 约束因子 P_d 的生成方法,从而在满足约束模型要求的同时较好地解决了约束因子的归一化等问题,有效地支持了 FBM 约束模型在可控性分形生成中的具体实施.

根据随机分形中点置换法的递归中点内插规则,每次迭代时中点偏置 A_n 均服从 $N(0, 2^{-2nH} (1 - 2^{2H-2}) \sigma^2)$ 分布,最为保守的阈值估计为服从 $N(0, \sigma^2)$ 的初始量 P_0 在中点内插过程中经过 N 次迭代偏置:

$$P_{fbm}^N = P_0 + \sum_{n=1}^N A_n, \text{ 且 } E(A_n) = 0, \text{ Var}(A_n) = 2^{-2nH} (1 - 2^{2H-2}) \cdot \sigma^2, \quad (5)$$

其中 n 代表当前迭代的递归层数, H 反映布朗运动的平滑程度(在分形生成过程中为避免函数增量间的负相关性,一般取 $0.5 \leq H < 1$), σ 为基准方差值.

于是,FBM 生成因子 P_{fbm}^N 的数学期望值与方差值分别有如下的分析结果:

$$E(P_{fbm}^N) = E(X_0) + E(\sum_{n=1}^N A_n) = 0 + \sum_{n=1}^N (E(A_n)) = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(P_{fbm}^N) &= \text{Var}(X_0) + \sum_{n=1}^N (\text{Var}(A_n)) = \sigma^2 + (1 - 2^{2H-2}) \sigma^2 \sum_{n=1}^N (2^{-2nH})^n \\ &= \left(\frac{(1 - 2^{-2NH}) \cdot 2^{-2H}}{1 - 2^{-2H}} \cdot (1 - 2^{2H-2}) + 1 \right) \sigma^2 \underset{N \rightarrow \infty}{=} \left(\frac{1 - 2^{2H-2}}{2^{2H} - 1} + 1 \right) \sigma^2. \end{aligned} \quad (7)$$

进一步,由式(7)在 $0.5 \leq H < 1$ 时的单调递减性可知:

$$\text{Max}(\text{Var}(P_{fbm}^N) |_{N \rightarrow \infty}) = \left(\left(\frac{1 - 2^{2H-2}}{2^{2H} - 1} + 1 \right) \sigma^2 \right) \Big|_{H=0.5} = \frac{3}{2} \sigma^2. \quad (8)$$

综合式(6)与式(8)可得 P_{fbm} 的概率分布,如图 1 所示.根据高斯分布的“3 σ 规则”,该随机变量几乎全都落在区间 $\left[-\frac{3\sqrt{6}}{2} \sigma, \frac{3\sqrt{6}}{2} \sigma \right]$ 中,考虑到中点置换法的阈值估计推导过程均按极限情况进行,因此实际应用中生成因子

P_{fbm} 的阈值估计可采用“2σ规则”压缩至区间 $[-\sqrt{6}\sigma, \sqrt{6}\sigma]$ 中,并令 FBM 约束因子为

$$P_d = 1/Z - |P_{fbm}| = \begin{cases} 1/Z + P_{fbm}, & \text{当 } P_{fbm} \in [-\sqrt{6}\sigma, 0] \\ 1/Z - P_{fbm}, & \text{当 } P_{fbm} \in (0, +\sqrt{6}\sigma] \end{cases} \quad (9)$$

其中归一化参数 $Z = 1/(\sqrt{6}\sigma + \delta)$, δ 取一较小的正量,目的在于防止在 $P_d \rightarrow 0^+$ 时失去局部变形量的约束控制。

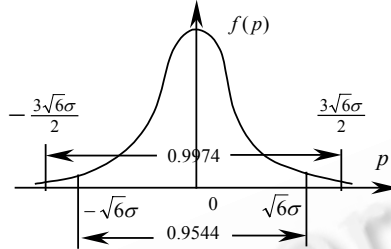


Fig.1 Probability distribution of random fractal variable

图 1 随机分形变量的概率分布

由式(9)可以保证始终有 FBM 约束因子 $P_d \in [\delta, 1/Z] \subset [0, 1/Z]$ 成立,且当完全约束时($P_d \rightarrow \frac{1}{Z}$)其概率密度达到最大,其中由生成因子的绝对值运算所引起的正负号湮没可进一步在局部变形约束过程中得到复现:

$$D(p_i) = \begin{cases} d(p_i) - \sqrt{-2T \cdot \ln(Z \cdot P_d(p_i))}, & \text{当 } P_{fbm} \in [-\sqrt{6}\sigma, 0] \\ d(p_i) + \sqrt{-2T \cdot \ln(Z \cdot P_d(p_i))}, & \text{当 } P_{fbm} \in (0, +\sqrt{6}\sigma] \end{cases} \quad (10)$$

从而更好地实现 FBM 约束因子对于分形生成过程的控制。

3 离散约束下的区域缓冲控制方法

可控性分形生成中的离散约束是一种点对点的约束,其目的在于使分形结果准确地插值于给定的离散点处,从而以逐点的方式对生成形状进行控制.在 FBM 约束模型中,当 p_i^* 处存在离散约束使得 $D(p_i^*) \equiv d(p_i^*)$ 成立时,需要将 FBM 约束因子退化为 $P_d(p_i^*) = \frac{1}{Z}$,或相应地将 FBM 生成因子退化为 $P_{fbm}(p_i^*) = 0$.然而上述强制退化过程均有可能局部破坏原有的随机分形特性,并导致离散控制点处的分形形状发生畸变。

为了尽可能地避免离散约束对随机分形特性的局部影响,本文提出了离散约束下的区域缓冲控制方法:通过离散控制点邻域中约束缓冲域的定义,将 FBM 生成因子(或约束因子)的退化过程 $P_{fbm}(p_i) \rightarrow P_{fbm}(p_i) = 0$ 间接地转化为缓冲域中的分布作用,从而在离散约束邻域内近似地重构出表面细节的随机分形特征。

根据 FBM 生成因子局部退化过程与 FBM 递归中点内插形成过程之间的相关性联系,将离散约束 p_i^* 对应的缓冲域点集定义为

$$B_{p_i^*} = \left\{ p_m \mid p_m = p_i^* + \frac{1}{2}(\bar{p}_{i,m} - p_i^*), m = \overline{1, M} \right\}. \quad (11)$$

相应地, p_i 处 FBM 生成因子 $P_{fbm}^n(p_i)$ 的 n 阶迭代过程表达为

$$P_{fbm}^n(p_i) = P_{fbm}^{n-1}(p_i) + \left[\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} P_{fbm}^{n-1}(\bar{p}_{i,m}) + A_n \right]. \quad (12)$$

其中 $\bar{p}_{i,m}$ 表示 $P_{fbm}^n(p_i)$ 形成过程中各初始迭代点的集合,从 p_i^* 出发到各初始迭代点 $\bar{p}_{i,m}$ 间的有向线段称为该离散约束的缓冲方向,缓冲方向上各线段中点的集合即为缓冲域点集. M 为该次迭代中涉及的初始迭代点数,进而也决定了缓冲域点集的数目,一般一维情形下 $M=2$,二维情形下根据 p_i 位置的不同可分别取 M 为 3 或 4,图 2(a)与图 2(b)分别表示了一维和二维情形下的缓冲域形成过程.不难看出,上述构造性定义给出的缓冲域点集,正是 $n+1$ 阶迭代过程中受到 $P_{fbm}^n(p_i^*)$ 退化影响的所有迭代点的集合,这种缓冲域形成过程中迭代阶的递增性,不仅反映了局部分形影响与迭代过程的相关性,并且有效地保证了缓冲域点集之间的分离。

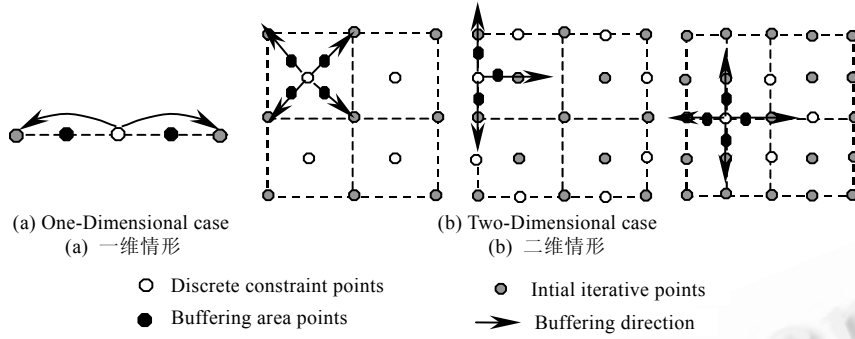


Fig.2 The buffering area of discrete constraint

图 2 离散约束下缓冲域的形成

由式(12)可以得到,退化后的 FBM 生成因子仍将以 $1/M$ 的形式作用于缓冲域点集中,于是令 $\left(-\frac{1}{M}(P_{fbm}(p_i)-P_{fbm}(p_i^*))\right)$ 为相应离散约束的缓冲因子,通过缓冲域点集中各元素的缓冲因子叠加作用可对 FBM 因子的退化过程进行平衡控制,使得离散约束邻域中仍然近似地服从统计自相似性.具体算法描述为:

Step1. 进行第 n 阶的 FBM 生成因子递归中点内插,初始时 $n=0$;

Step2. 检查当前迭代结果中是否存在离散约束点,若存在,则执行 Step3,若不存在,则执行 Step6;

Step3. 根据离散约束点位置标记相应的缓冲域点集,并以当前离散约束处的 FBM 生成因子值计算缓冲因子大小;

Step4. 遍历缓冲域点集,并在其 FBM 生成因子初值中叠加相应的缓冲因子;

Step5. 令离散约束点处的 FBM 生成因子退化为 0;

Step6. 判断是否满足递归终止条件,若是,则结束;若否,则令 $n=n+1$,继续执行 Step1.

4 连续约束下的区域调和控制方法

可控性分形生成中的连续约束是一种点对线、点对面的约束,其目的在于能够通过给定点处逼近度约束或起伏度约束的设置,在约束源一定范围内的邻域中产生渐变影响,以实现不同区域中逼近控制与起伏控制的连续变化,其中逼近度约束可利用式(3)中关联强度参数 T 的逐点调整进行实现,起伏度约束可利用式(5)中平滑程度参数 H 的逐点调整进行实现.然而无论是起伏度约束还是逼近度约束,当约束源向周边邻域进行约束辐射时均有可能存在重叠,从而导致连续约束作用域之间产生冲突.

为了实现分形形状连续约束的平滑过渡,本文提出了连续约束下的区域调和控制方法,当作用域之间存在重叠时采取一定方式进行约束的调和,并将原作用域相应地扩大为调和作用域,通过对调和作用域内各点进行统一的调和约束作用可以避免约束的不一致现象,从而更有利于分形生成过程的综合控制.

对于分形形状中的连续约束作用点 p_i^* 而言,其约束作用域点集定义为

$$S_{p_i^*} = \{p_j \mid |p_j, p_i^*| \leq 2^n \cdot i_{Interval}\}, \tag{13}$$

其中 $|p_j, p_i^*|$ 为两点之间的距离, $i_{Interval}$ 为分形形状在平面投影上的水平(垂直)间距, n 用于控制连续约束作用域的大小,视具体需要而定.在不同维数情形下,连续约束作用域表现为不同的形态,一维情形下为以 p_i^* 为中点的线域,二维情形下为以 p_i^* 为中心的正菱形域,图 3(a)与图 3(b)分别表示了当 $n=1$ 时的作用域分布情况.位于连续约束作用域点集中的各形状点,随着其与约束点之间距离的增大所受到的约束影响相应地减小,描述为

$$F(p_j, p_i^*) = F_0 + \frac{F(p_i^*) - F_0}{1 + f_d \cdot |p_j, p_i^*|^2}, \forall p_j \in S_{p_i^*}, \tag{14}$$

其中 F 可分别指代逼近度约束与起伏度约束, F_0 为每一点上相应约束的初值, f_d 用于控制约束影响随距离变化的快慢程度.

注意到连续约束作用域与约束作用点之间具有反身特性,即若有 $p_1 \in S_{p_2}$,则必有 $p_2 \in S_{p_1}$ 成立,于是可将约束作用域点集作为虚拟约束源,根据其虚拟作用域中是否包含其他约束作用点来判断是否需要进行调和,重复上述过程并将所有相关约束作用域进行求并,可得到扩大了调和作用域 $\overline{S_U}$. 在连续约束的调和作用域中,同一约束点上可能受到多个连续约束的共同影响,因此调和约束的计算式可进一步表达为

$$\overline{F}(p_j) = F_0 + \sum_{m=1}^{M_j} \left(\frac{1}{M_j} \cdot \frac{F(p_{i_m}^*) - F_0}{1 + f_d \cdot |p_j - p_{i_m}^*|^2} \right), \forall p_j \in \overline{S_U}, \quad (15)$$

其中 $p_{i_m}^*$ ($m=1, M_j$) 为调和作用域 $\overline{S_U}$ 中 p_j 所关联的约束作用点, M_j 为该点处连续约束的关联数目,具体算法描述为

- Step1. 设置分形形状中所有点的约束关联数为 0,当前调和约束作用域为空;
- Step2. 搜索分形形状中未被标记的连续约束作用点;
- Step3. 标记当前约束作用点为已处理,并生成当前约束作用点所对应的作用域点集,将作用域点集中各约束关联数相应增 1;
- Step4. 当前调和约束作用域=当前调和约束作用域 \cup 当前约束作用域;
- Step5. 令当前作用域点集中的元素为虚拟约束源,生成相应的虚拟作用域;
- Step6. 在虚拟作用域中继续搜索未被标记的连续约束作用点,若存在,则递归执行 Step3,若不存在,则执行 Step7;
- Step7. 遍历当前调和约束作用域点集,根据各点的约束关联数利用式(15)进行调和约束计算;
- Step8. 判断是否满足搜索终止条件,若是,则结束;若否,则令当前调和约束作用域为空,继续执行 Step2.

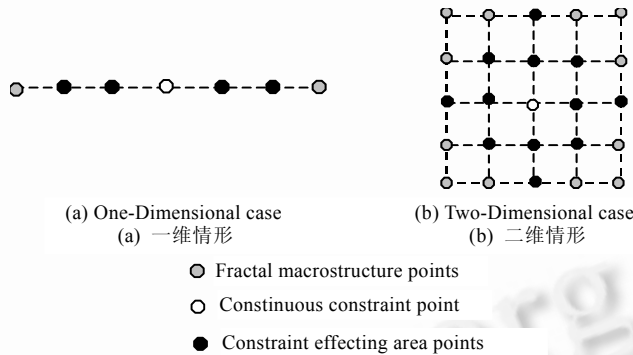


Fig.3 The harmonic area of continuous constraint

图3 连续约束下调和域的形成

5 实例与结论

本文分别以一维线域与二维面域上的各类宏观控制形状为例,基于 FBM 约束模型有效地满足了分形生成过程的可控性要求.

图 4 为一维线域上基于 FBM 约束模型实现的可控性分形生成过程.以图 4(a)为宏观控制形状,图 4(b)表示了相应的分形生成结果.图 4(c)用竖直线进一步表示了该生成过程中所施加的 8 处离散约束以及离散约束处的插值结果.图 4(d)与图 4(e)分别为宏观控制形状与起伏度参数进行调整后的分形生成情况,其中图 4(e)将起伏度参数统一由 0.5 调整为 0.65,其生成结果的起伏程度明显减小.

图 5 为连续约束下一维线域的可控性分形生成过程.以图 5(a)为宏观控制形状,图 5(b)与图 5(c)分别在指定区域中施加 0.95 的起伏度约束,图 5(d)与图 5(e)分别在指定区域中施加 0.05 的逼近度约束.可以看到,施加了起伏度约束以后,作用域中的光滑程度明显高于其他区域,但仍与宏观控制形状存在一定的偏差;施加了逼近度约束后,作用域与宏观控制形状的偏差程度明显低于其他区域,但局部区域中仍显粗糙不平.

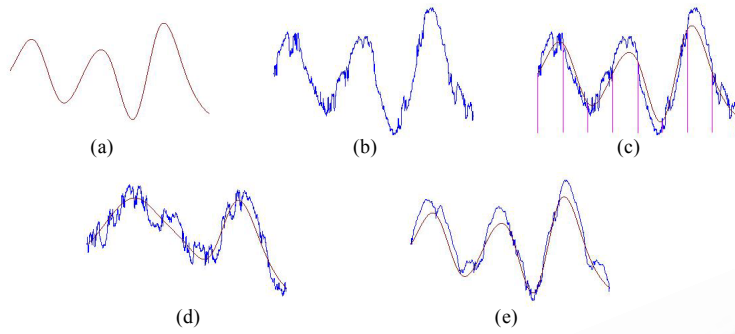


Fig.4 The controllable fractal generation samples based on FBM constraint model in 1-dimensional domain

图 4 一维线域上基于 FBM 约束模型的可控性分形生成

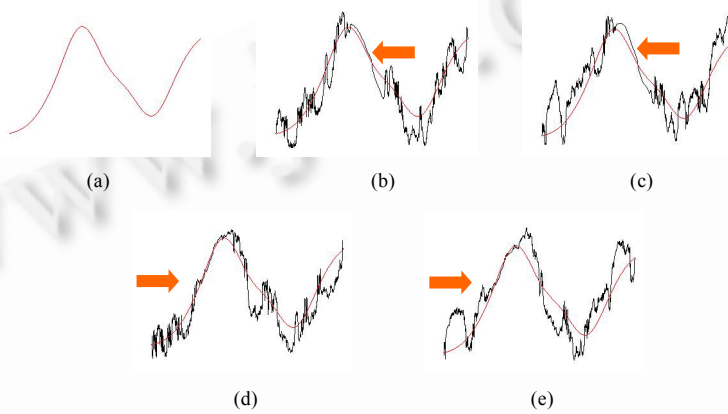


Fig.5 The controllable fractal generation samples under continuous constraint in 1-dimensional domain

图 5 连续约束下的一维线域可控性分形生成

图 6 为二维面域上基于 FBM 约束模型的可控性分形生成过程.以图 6(a)为宏观控制形状,图 6(b)表示了相应的分形生成结果,其控制过程包含了 7 处离散约束,逼近度参数为 0.2,起伏度参数为 0.8.图 6(c)与图 6(d)进一步采取了只对水平线以上部分进行显示的方法,模拟了带湖泊的自然地貌形成过程.

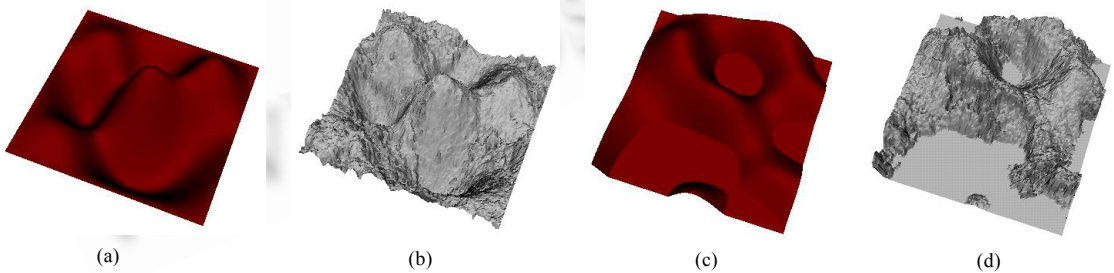


Fig.6 The controllable fractal generation samples based on FBM constraint model from 2-dimensional domain

图 6 二维面域上基于 FBM 约束模型的可控性分形生成

图 7 为连续约束下二维面域的可控性分形生成过程.以图 7(a)为宏观控制形状,图 7(b)表示在指定区域中施加了 0.95 的起伏度约束与 0.05 的逼近度约束后的生成结果(其余区域中的起伏度设置为 0.80,逼近度设置为 0.30),中间“山峰”处的光滑程度与逼近程度均高于其他区域.图 7(c)与图 7(d)分别表示了“凸台”顶部受腐蚀后的

形状生成过程,其中图 7(c)在指定区域中施加 0.98 的起伏度约束后,表现了该局部区域未受腐蚀的情形;图 7(d)在指定区域中施加 0.92 的起伏度约束后,表现了该局部区域受到腐蚀的情形。

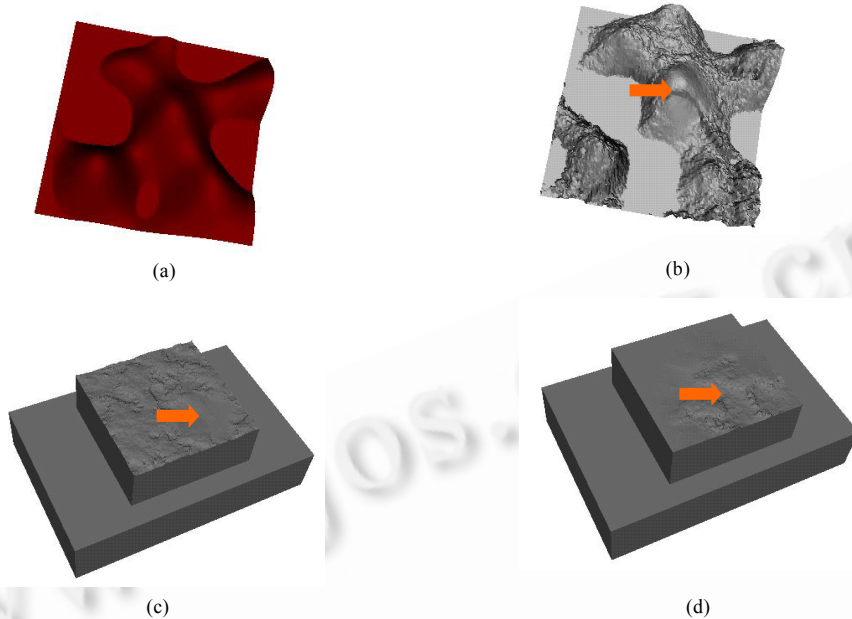


Fig.7 The controllable fractal generation samples under continuous constraint in 2-dimensional domain

图 7 连续约束下的二维面域可控性分形生成

上述实例表明,本文基于 FBM 约束模型实现的可控性分形生成方法具有如下特点:

(1) 基于局部变形能的 FBM 约束模型能够有效地保证分形生成结果在具备局部特征统计自相似性的同时,能够较好地由宏观形状进行控制;

(2) 基于阈值估计的 FBM 约束因子生成方法在满足约束模型要求的同时较好地解决了概率因子的归一化等问题,有效地支持了可控性分形生成方法的具体实施;

(3) 离散约束下的区域缓冲控制与连续约束下的区域调和控制在不同约束条件下给出了相应的处理方法,丰富并完善了分形生成过程中可控性的具体表现。

除此以外,由于本文的方法可以直接通过对传统 FBM 中点置换方法进行相应的改进而实现,因此具有较大的实际应用价值。且从上述实例中可以得到,当 FBM 约束模型中的 $D(p_i)$ 指代地貌标高、零件尺寸、云层灰度、水波高度等不同物理量时,本文的可控性分形生成方法也可直接在自然模拟、工程信息可视化等各相关领域中得到推广应用。

References:

- [1] Geoffrey Y. Gardner simulation of natural scenes using textured quadric surface. In: Christiansen H, ed. Proceedings of the SIGGRAPH'84. Anaheim, CA: ACM Press, 1984. 11~20.
- [2] Lewis JP. Generalized stochastic subdivision. ACM Transactions on Graphics, 1987,6(3):167~190.
- [3] Fournier A, Fussell D, Carpenter L. Computer rendering of stochastic models. Communications of the ACM, 1982,25(6):371~384.
- [4] Voss RF. Random fractal forgeries. In: Earnshaw RA, ed. Fundamental Algorithms for Computer Graphics. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 805~835.
- [5] Szeliski R, Terzopoulos D. From splines to fractals. Computer Graphics, 1989,23(3):51~60.
- [6] Zribi M, Ciarletti V, Taconet, O. Characterisation of the soil structure and microwave backscattering based on numerical three-dimensional surface representation: analysis with a fractional Brownian model. Remote Sensing of Environment, 2000,72(2):159~169.

- [7] Gao X, Xu YA. Application of fractal curve and surface to 3-D terrain. Journal of Hehai University, 1996,24(6):83~87 (in Chinese with English Abstract).
- [8] She LH, Shen LC, Chang WS. FBM-Based fractal simulation of terrain. Journal of Astronautics, 1999,20(3):21~25 (in Chinese with English Abstract).
- [9] Cheng H, Tian JW, Liu J. The random fractal application in 3-D surface reconstruction. Radio Engineering, 1996,26(1):38~42 (in Chinese with English Abstract).
- [10] Luo YL, Wang GZ, Peng WL. Subdivision scheme of topography simulation. Chinese Journal of Computers, 1999,22(7):746~750 (in Chinese with English Abstract).
- [11] Ding YD, Hua XJ. Preserving-Convexity and fractal properties of a nonlinear subdivision scheme. Journal of Software, 2000,11(9):1263~1267 (in Chinese with English Abstract).
- [12] Zhang TJ, Qiu PZ, Li HT. A method of generating fractal surface of coons type. Journal of Software, 1998,9(9):709~712 (in Chinese with English Abstract).

附中文参考文献:

- [7] 高旭,徐永安,张牧.分形曲线曲面在三维地貌中的应用.河海大学学报,1996,24(6):83~87.
- [8] 余龙华,沈林成,常文森.基于 FBM 的分形地形模拟原理研究.宇航学报,1999,20(3):21~25.
- [9] 程辉,田金文,柳建.随机分形在三维表面重建中的应用.无线电工程,1996,26(1):38~42.
- [10] 骆岩林,汪国昭,彭望禄.地形模拟的细分细化方法.计算机学报,1999,22(4):749~751.
- [11] 丁友东,华宣积.一类非线性细分格式的保凸与分形性质.软件学报,2000,11(9):1263~1267.
- [12] 张廷杰,邱佩璋,李海涛.Coons 型分形曲面的生成方法.软件学报,1998,9(9):709~712.