

通用多速率组播加权公平速率分配理论*

翟明玉⁺, 顾冠群

(东南大学 计算机科学与工程系, 江苏 南京 210096)

(东南大学 计算机网络和信息集成教育部重点实验室, 江苏 南京 210096)

A Theory of Generalized Multi-Rate Multicast Weight-Based Fair Rate Allocation

ZHAI Ming-Yu⁺, GU Guan-Qun

(Department of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

(The Key Laboratory of Computer Network and Information Integration, Ministry of Education, Nanjing 210096, China)

+ Corresponding author: Phn: 86-25-3792360, E-mail: myzhai@seu.edu.cn

<http://www.seu.edu.cn>

Received 2001-07-17; Accepted 2001-12-05

Zhai MY, Gu GQ. A theory of generalized multi-rate multicast weight-based fair rate allocation. *Journal of Software*, 2003,14(1):124~131.

Abstract: In this paper, the generalized multi-rate multicast weight-based fair rate allocation problem is studied. First, a multi-rate multicast network model is formalized, and the minimum rate requirement and weight of each virtual session is considered in the model. Based on the model, the concept of generalized multi-rate multicast weight-based max-min fairness is defined, and the theory of generalized multi-rate multicast weight-based max-min fair rate allocation is established. At last, a centralized algorithm to solve the generalized multi-rate multicast weight-based fair rate allocation problem is presented, and its correctness is also proved.

Key words: multi-rate multicast; heterogeneity; weight-based fair rate allocation

摘要: 研究了通用多速率组播加权公平速率分配问题. 首先, 给出了一个形式化的多速率组播网络模型, 在该模型中考虑了接收者的异构性. 在此基础上, 定义了通用多速率组播加权 Max-Min 公平概念, 建立了通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配基本理论. 最后给出了一个解决通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题的集中式算法, 并证明了该算法的正确性.

关键词: 多速率组播; 异构性; 加权公平速率分配

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

组播^[1](multicast)通信提供了在发送者和一组特定接收者之间数据高效传输的手段. 在当今网络带宽资源仍然困乏的情况下, 组播通信已经成为节约带宽的重要手段. 而且, 许多新型网络应用, 如多媒体视频会议、软件分发、大规模分布交互仿真等, 具有内在的组播特性^[2,3](这些应用通常称为组播应用). 目前, 组播通信已经在

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.69896240, 90104009 (国家自然科学基金); the Key Science and Technology Project of Education Ministry of China under Grant No.98046 (国家教育部重点科学技术项目基金)

第一作者简介: 翟明玉(1969—), 男, 江苏丰县人, 博士, 工程师, 主要研究领域为计算机网络.

Internet 上得到了广泛的支持,无论是早期的 Mbone(组播主干试验网),还是即将部署的 Internet2^[4].同样,支持组播的 ATM 交换机的研究也取得了很大的进展^[5-7],为组播通信在 ATM 网络上的应用创造了条件.

对于大规模组播通信,由于组播分发树^[8]可能遍布于整个网络,其接收者具有异构性.这也使得组播通信明显不同于单播通信.为了解决组播通信中接收者的异构性问题,目前主要有单速率组播和多速率组播两种方案.在单速率组播中,发送方根据最慢接收者的速率发送数据.这使得所有接收者无论其接收能力如何,都将以相同的速率接收数据.目前,单速率组播在可靠组播通信(如软件分发和大规模分布交互仿真等)中得到了广泛的应用^[9-11].单速率组播的优点是,可以较快地响应网络拥塞并精确地控制发送速率^[11].但在大规模异构网络中,由于单速率组播以最慢接收者的速率发送数据,显然对具有较高带宽的接收者是不公平的.多速率组播依靠发送方对数据进行分层编码,形成多个数据流发送给接收者^[12,13](称为分层组播),或者由中间设备,如路由器或视频网关等对数据流进行过滤,以得到不同速率的流发送给接收者^[14,15].这时,接收者依据自己的接收能力选择适当的速率接收数据.多速率组播通信的优点是,每个接收者的速率只受从发送方到其自身路径的可用带宽的限制,而不受同一会话中其他接收者速率的影响,从而可以满足接收者的异构性要求(称为接收者之间的公平性).显然,多速率组播是异构网络环境下组播通信的有效手段.

因此,多速率组播网络的速率公平分配问题引起了人们的关注.Rubensrein 首先提出了多速率组播 Max-Min 公平的概念^[16],这是对单播 Max-Min 公平概念的推广.Rubensrein 通过研究指出,在组播网络中,多速率组播比单速率组播更为公平.随后,Sarkar 提出了具有最小速率保证的多速率组播 Max-Min 公平的概念^[17],并给出了计算具有最小速率保证的多速率组播 Max-Min 公平速率的分布式算法,证明了算法的正确性和收敛性.Ros 在文献[18]中同样研究了具有最小速率保证的多速率组播 Max-Min 公平速率分配问题,但使用了一个不同的多速率组播网络模型,在该模型中虚会话的定义不是基于端到端的,而是定义为会话在任何两个相邻分叉节点间的部分.可以看出,上述研究都没有考虑虚会话的权(weight)对多速率组播速率分配的影响.这是本文的主要工作.

首先,我们给出了一个形式化的多速率组播网络模型.在该模型中,我们不但考虑了虚会话的最小速率要求,而且为了区分不同虚会话的优先级,我们还引入了“权”的概念.在此基础上,我们定义了通用多速率组播加权 Max-Min 公平概念,建立了通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配基本理论.最后,我们给出了一个解决通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题的集中式算法,并证明了该算法的正确性.

1 多速率组播网络模型

本节形式化定义多速率组播网络模型.这是建立通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配理论的基础.

首先,我们考虑多速率组播会话.多速率组播会话用二元组 (s_i, D_i) 表示,其中 i 是会话的编号(具有惟一性), s_i 是会话的源, D_i 是会话接收者的集合, D_{ij} 是会话 i 的第 j 个接收者.会话 i 的权为 w_i ,表示会话的优先级;权越大,优先级越高,与其他会话竞争资源的能力就越强.我们假定多速率组播会话具有固定的组播树,可以使用 DVMRP^[1],PIM^[8]等组播路由协议来创建.另外,单播会话(unicast sessions)可以看做是只有一个接收者的多速率组播会话.

定义 1.1(虚会话). 虚会话 $M_{ij}=(s_i, D_{ij})$ 是会话 i 的源 s_i 和接收者 D_{ij} 对,其路径是在会话 i 组播树上从源 s_i 到接收者 D_{ij} 的同一条路径;虚会话 M_{ij} 的权是其所属会话的权 w_i .

如果(实际)会话 i 由源 s_i 和接收者集合 $D_i=\{D_{i1}, \dots, D_{im}\}$ 组成,那么该会话共有 m 个虚会话 M_{i1}, \dots, M_{im} (编号为 $1 \sim m$).虚会话 M_{ij} 的最小速率用 μ_{ij} 表示(μ_{ij} 可以等于 0),分配速率用 $r_{ij}(\geq \mu_{ij})$ 表示.虚会话概念是重要的,因为我们的目标是希望在多速率组播网络中获得虚会话之间的加权 Max-Min 公平速率分配.如果在多速率组播网络中仅仅考虑会话的加权 Max-Min 公平速率分配,那么虚会话的速率将等于其对应的会话的速率,这会导致组播会话接收者之间的不公平.

通常,网络图(network graph) $G=\{V, L\}$,其中 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_q\}$ 是 G 中节点的集合, $L=\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ 是 G 中链路的集合.同时,我们假定 G 中节点和链路的数目是固定的,即 q 和 n 是常量.链路的容量表示链路可以承载的最大流量, $C=\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ 表示 G 中所有链路的容量集合.链路 $l_k(k \in [1, \dots, n])$ 是单向的,容量为 $C_k(k \in [1, \dots, n])$.多速率组

播网络模型中使用的其他变量见表 1.

Table 1 Variables and symbols used in multi-rate multicast network model
表 1 多速率组播网络模型使用的部分变量和符号

S	Set of sessions in network graph G	S_k	Set of sessions traversing link $l_k(k \in [1, \dots, n])$
$src(S)$	Set of sources in S	Z_{ik}	Set of virtual sessions belonging to session i traversing link $l_k(k \in [1, \dots, n])$
$dest(S)$	Set of receivers in S	$\psi(M_{ij})$	Sequence number j of virtual session M_{ij} belonging to session i
W	Set of weights of sessions in G	$\nu(i, k)$	The minimum rate of session i traversing link $l_k(k \in [1, \dots, n])$
M	Set of virtual sessions in G	$\lambda(i, k)$	The allocation rate of session i traversing link $l_k(k \in [1, \dots, n])$
L_{ij}	Set of links on the path of virtual session M_{ij}	$ A $	Size of set A
M_k	Set of virtual sessions traversing link $l_k(k \in [1, \dots, n])$		

定义 1.2(多速率组播网络 N). 多速率组播网络 $N=(G, S, M, C, \sigma)$, 且满足如下条件:

- (1) $\sigma(src(S) \cup dest(S)) \rightarrow V$, 并且 $\sigma(D_{ij}) \neq \sigma(D_{i'j'})$, D_{ij} 和 $D_{i'j'}$ 是会话 $i(\forall i \in S)$ 的任意两个接收者;
- (2) $S_k \neq \emptyset, S_k \subseteq S, Z_{ik} \neq \emptyset, Z_{ik} \subseteq M, \forall i \in S_k, \forall l_k \in L, k \in [1, \dots, n]$;
- (3) $\nu(i, k) = \max\{\mu_{i\psi(z)} | z \in Z_{ik}\}, \forall i \in S_k$ 和 $\sum_{i \in S_k} \nu(i, k) \leq C_k, \forall l_k \in L, k \in [1, \dots, n]$;
- (4) $\lambda(i, k) \geq \max\{r_{i\psi(z)} | z \in Z_{ik}\}, \forall i \in S_k, \forall l_k \in L, k \in [1, \dots, n]$;

其中 \emptyset 表示空集.

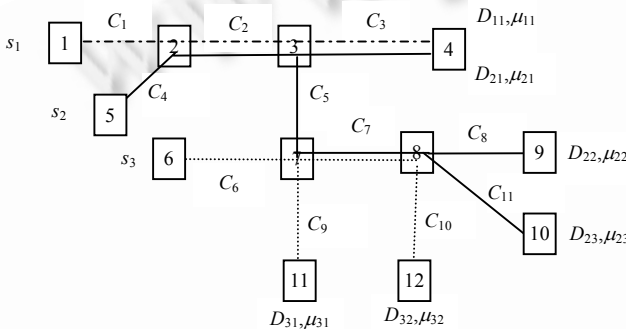


Fig.1 An example of multi-rate multicast network
图 1 多速率组播网络示例

例, 有 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{12}\}, L = \{l_1, l_2, \dots, l_{11}\}, S = \{1, 2, 3\}, M = \{M_{11}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{31}, M_{32}\}$ 等. 在链路 l_7 上, $S_7 = \{2, 3\}, M_7 = \{M_{22}, M_{23}, M_{32}\}, Z_{27} = \{M_{22}, M_{23}\}, Z_{37} = \{M_{32}\}, \nu(2, 7) = \max\{\mu_{22}, \mu_{23}\}, \nu(3, 7) = \mu_{32}$.

2 通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配基本理论

通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配解决在多速率组播网络 N 上, 如何在各虚会话之间加权公平分配带宽的问题, 并且满足条件 $\mu_{ij} \leq r_{ij} (\forall M_{ij} \in M)$ 的限制. 本节着重于解决通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配的理论问题. 首先, 我们定义一些基本概念.

定义 2.1(可行性). 一个速率矢量 $\vec{R} = \{r_{ij}\}$ 是可行的, 如果满足如下条件:

- (1) $\lambda(i, k) = \max\{r_{i\psi(z)} | z \in Z_{ik}\}, \forall i \in S_k, \forall l_k \in L, k \in [1, \dots, n]$;
- (2) $\sum_{i \in S_k} \lambda(i, k) \leq C_k, \forall l_k \in L, k \in [1, \dots, n]$;
- (3) $\mu_{ij} \leq r_{ij}, \forall M_{ij} \in M$.

从定义 2.1 可以看出, 在多速率组播网络 N 上可行的速率矢量集合是非空的.

定义 2.2(正则可行速率矢量). 一个可行速率矢量 \vec{R} 的正则可行速率矢量 \vec{R}_w 定义为对 $\forall r_{ij} \in \vec{R}$, 那么 $r_{ij}/w_i \in \vec{R}_w$ (w_i 是虚会话 $M_{ij} \in M$ 的权).

在定义 1.2 中, 条件 1 给出了会话的源和接收者到 G 中节点的映射关系, 并且要求同一会话的任意两个不同接收者不能映射 G 中同一个节点. 条件(2)~条件(4)刻画了 N 中链路、会话和虚会话之间的关系, 条件(2)要求每条链路上至少有一个会话, 否则该链路可以从 G 中删去; 条件(3)要求链路上所有会话的最小速率之和小于等于链路容量; 条件(4)则体现了多速率组播会话的本质特征, 即链路上会话的速率要大于等于这条链路上属于该会话的所有虚会话的最大速率. 以如图 1 所示的多速率组播网络为

定义 2.3(通用多速率组播加权 Max-Min 公平). 一个速率矢量 $\bar{R} = \{r_{ij}\}$ 是通用多速率组播加权 Max-Min 公平的,如果满足如下条件:

(1) 它是可行的;

(2) 对任意虚会话 M_{ij} 来说,在保持可行性的前提下其速率 r_{ij} 是不可能增加的,除非减少其他虚会话 $M_{i'j'}$ 的速率 $r_{i'j'}$,并且 $r_{i'j'}/w_{i'} \leq r_{ij}/w_i$.

实际上,定义 2.3 反映了在多速率组播网络中虚会话之间加权 Max-Min 公平分配带宽的思想.这一点也使通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题得以与单播加权 Max-Min 公平速率分配问题^[19]区别开来.

我们进一步研究多速率组播网络 N 中两个可行速率矢量的正则可行速率矢量可能具有的关系.

定义 2.4(有序集). 任意矢量 $\vec{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_{|A|}\}$ 的有序集 $\vec{A} = \{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_{|A|}\}$ 定义为把 \vec{A} 中元素进行升序排列得到的集合,即如果 $i < k$,那么 $\bar{a}_i \leq \bar{a}_k$.

定义 2.5(词典序小于 $<_{LEX}$). 矢量 \vec{A} 词典序小于矢量 \vec{B} (表示为 $\vec{A} <_{LEX} \vec{B}$),如果 $\bar{a}_1 < \bar{b}_1$,或者 $\exists k, 1 < k \leq |A|$,对于 $1 \leq i < k$ 有 $\bar{a}_i = \bar{b}_i$ 和 $\bar{a}_k < \bar{b}_k$,其中, $|B| = |A|$.

矢量 \vec{A} 词典序大于矢量 \vec{B} ,如果矢量 \vec{B} 词典序小于矢量 \vec{A} .

定义 2.6(词典序等于 $=_{LEX}$). 矢量 \vec{A} 词典序等于矢量 \vec{B} (表示为 $\vec{A} =_{LEX} \vec{B}$),如果 $\vec{A} = \vec{B}$. 同样, $|B| = |A|$.

根据上述定义,多速率组播网络 N 中任意两个正则可行速率矢量 \bar{R}_w^1 和 \bar{R}_w^2 只能具有如下 3 种关系之一: $\bar{R}_w^1 <_{LEX} \bar{R}_w^2$, $\bar{R}_w^1 =_{LEX} \bar{R}_w^2$ 或 $\bar{R}_w^2 <_{LEX} \bar{R}_w^1$.

定义 2.7(词典序最大). 多速率组播网络 N 中一个正则可行速率矢量 \bar{R}_w 是词典序最大的,如果其他所有正则可行速率矢量词典序都小于或等于 \bar{R}_w .

通俗地说,多速率组播网络 N 中一个正则可行速率矢量 \bar{R}_w 是词典序最大的,如果它的最小元素是所有正则可行速率矢量的最小元素中最大的;在此条件下,它有最大的次小元素,依此类推.

下面两个定义用来刻画多速率组播网络 N 中虚会话的性质.

定义 2.8(最小速率受限 MRC). 一个虚会话 M_{ij} 是最小速率受限的,如果存在链路 $l_k \in L_{ij} (V_k = \{i' | \lambda(i', k) > \nu(i', k), \forall i' \in S_k\})$ 满足如下条件:

(1) $\sum_{i' \in S_k} \lambda(i', k) = C_k$;

(2) $r_{ij} = \lambda(i, k) = \nu(i, k)$;

(3) $\lambda(i, k)/w_i \geq \max_{i' \in V_k} (\lambda(i', k)/w_{i'})$, 如果 $V_k \neq \emptyset$.

从定义 2.8 中可以看出,如果虚会话 M_{ij} 在链路 l_k 上是 MRC 受限的,其受限速率为 $\nu(i, k)$,而非其最小速率 μ_{ij} . 这也是多速率组播不同于单播之处.

定义 2.9(瓶颈链路受限 BLC). 一个虚会话 M_{ij} 是瓶颈链路受限的,如果存在链路 $l_k \in L_{ij} (V_k = \{i' | \lambda(i', k) > \nu(i', k), \forall i' \in S_k\})$ 满足如下条件:

(1) $\sum_{i' \in S_k} \lambda(i', k) = C_k$;

(2) $r_{ij} = \lambda(i, k) > \nu(i, k)$;

(3) $\lambda(i, k)/w_i = \max_{i' \in V_k} (\lambda(i', k)/w_{i'})$, 如果 $V_k \neq \emptyset$.

定义 2.10(受限虚会话). 一个虚会话 M_{ij} 是受限的,如果它是 MRC 的或 BLC 的.

定义 2.11(受限会话). 一个会话 i 在链路 l_k 上是受限的,如果任意虚会话 $M_{ij} \in Z_k$ 是受限的.

下面的定理给出通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率矢量两个等价特征.

定理 2.1. 如果 \bar{R} 是多速率组播网络 N 中的一个可行速率矢量, \bar{R}_w 是相应的正则可行速率矢量,那么下述断言是等价的:

(1) \bar{R} 是通用多速率组播加权 Max-Min 公平的;

(2) 任意虚会话 $M_{ij} \in M$,或者是 MRC 的,或者是 BLC 的.

(3) \bar{R}_w 在 N 所有正则可行速率矢量中是词典序最大的.

定理 2.1 的重要性在于:(1) 它揭示了通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率矢量 \bar{R}_w 在 N 的所有正则可行速率矢量中词典序最大.这样,我们就可以把通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题形式化为一个最优化问题,即在 N 的所有正则可行速率矢量集中寻找词典序最大的正则可行速率矢量;(2) 它还表明,对应于通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率矢量 \bar{R} , N 中所有虚会话具有如下性质:或者是 MRC 的,或者是 BLC 的.

同时,定理 2.1 还为我们奠定了解决通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题的理论基础.根据定理 2.1,对于在某种分配策略下得到的可行速率矢量 \bar{R} ,如果我们能够证明它的正则可行速率矢量 \bar{R}_w 是词典序最大的,或者 N 中所有虚会话是 MRC 的或 BLC 的,那么该可行速率矢量 \bar{R} 是通用多速率组播加权 Max-Min 公平的.

3 一个通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配算法

在上一节的理论上,我们设计了一个算法来解决通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题,并证明这个算法的正确性.

3.1 单链路算法(算法1)

我们先考虑只有一个链路 l_k 的情况.在链路 l_k 上, \bar{S}_k 是其非受限会话的集合 ($\bar{S}_k \neq \emptyset$), \bar{C}_k 是这些非受限会话可以分配的带宽.对会话 $i \in \bar{S}_k$ 来说,其最小速率为 $v(i,k)$ ($\sum_{i \in \bar{S}_k} v(i,k) \leq \bar{C}_k$).算法 1 用来计算单个链路 l_k 的通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率 $\bar{r}_k = \{r_{ijk} | M_{ij} \in M_k, i \in \bar{S}_k\}$.我们用 U_k 表示速率为其最小速率的会话的集合;另外,在单个链路 l_k 的情况下,我们用 $\bar{\lambda}(i,k)$ 表示算法 1 计算的会话 i 的速率,这样可以与在多链路网络 N 中会话 i 在链路 l_k 上的通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率 $\lambda(i,k)$ 区别开来.在只有一个链路 l_k 的网络 N 中, $\bar{\lambda}(i,k) = \lambda(i,k)$.

算法 1. (\bar{S}_k, \bar{C}_k).

(1) $U_k = \emptyset$;

(2) $\xi_k = (\bar{C}_k - \sum_{i \in U_k} v(i,k)) / (\sum_{i \in \bar{S}_k} w_i - \sum_{i \in U_k} w_i)$;

(3) 如果对所有会话 $i \in \bar{S}_k - U_k$ 都有 $\xi_k * w_i > v(i,k)$, 转到第(5)步;

(4) 对任意会话 $i \in \bar{S}_k - U_k$, 如果 $v(i,k) \geq \xi_k * w_i$, 那么 $U_k = U_k + i$. 如果 $|\bar{S}_k| \neq |U_k|$, 转到第(2)步继续执行;

(5) 对任意会话 $i \in \bar{S}_k - U_k$, $\bar{\lambda}(i,k) = \xi_k * w_i$; 对任意会话 $i \in U_k$, $\bar{\lambda}(i,k) = v(i,k)$; 算法终止.

在算法 1 中, ξ_k 称为正则链路控制参数.当算法 1 终止时,集合 $\bar{S}_k - U_k (= \bar{U}_k)$ 或者 U_k 可以分别为空,但不能同时为空,因为 $\bar{S}_k \neq \emptyset$.在链路 l_k 上任意虚会话 $M_{ij} \in Z_{ik}(i \in \bar{S}_k)$ 的速率 r_{ijk} (用 r_{ijk} 表示)和会话 i 的速率相同,即 $r_{ijk} = \bar{\lambda}(i,k)$.容易看出, l_k 的通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率 \bar{r}_k 具有如下特性:

(1) $\sum_{i \in \bar{S}_k} \bar{\lambda}(i,k) = \bar{C}_k$;

(2) $\xi_k = \min_{i \in \bar{S}_k} (\bar{\lambda}(i,k) / w_i)$;

(3) $\forall i \in \bar{S}_k, \bar{\lambda}(i,k) = \max(v(i,k), \xi_k * w_i)$; 具体来说,对 $\forall i \in \bar{U}_k, \bar{\lambda}(i,k) > v(i,k)$ 和 $\bar{\lambda}(i,k) = \xi_k * w_i$; $\forall i \in U_k, \bar{\lambda}(i,k) = v(i,k)$ 和 $\bar{\lambda}(i,k) \geq \xi_k * w_i$.

定理 3.1. $\bar{r}_k = \{r_{ijk} | M_{ij} \in M_k, i \in \bar{S}_k\}$ 是算法 1 终止时计算的 l_k 上的虚会话速率矢量, ξ_k 是正则链路控制参数.假定 $\bar{r}'_k = \{r'_{ijk} | M_{ij} \in M_k, i \in \bar{S}_k\}$ 是 l_k 的另一个可行速率分配矢量 ($\bar{r}_k \neq \bar{r}'_k$), 那么:

(1) $\xi_k > \min\{r'_{ijk} / w_i | M_{ij} \in M_k, i \in \bar{S}_k\}$;

(2) \bar{r}'_k 是通用多速率组播加权 Max-Min 公平的.

定理 3.2. 算法 1 在 $O(|\bar{S}_k|)$ 步内终止.

3.2 网络N算法(算法2)

现在我们给出在多速率组播网络 N 上计算通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率矢量的算法(算法 2).

在算法 2 中,我们使用如下变量:

$\bar{L}(I)$: 第 I 次循环中得到的瓶颈链路的集合;

$\Pi_k(I)$: 对任意链路 $l_k \in \bar{L}(I)$, 第 I 次循环中得到的受限虚会话的集合;

$\bar{\Pi}(I)$: 第 I 次循环中得到的所有受限虚会话的集合;

$Q_k(I)$: 对任意链路 $l_k \in L$, 第 I 次循环中得到的受限会话的集合;

$M(I)$: 第 I 次循环开始时所有受限虚会话的集合;

$E_k(I)$: 第 I 次循环开始时链路 $l_k \in L$ 上非受限会话的集合;

$C_k(I)$: 第 I 次循环开始时链路 $l_k \in L$ 上非受限会话可以分配的链路容量;

$\xi_k(I)$: 第 I 次循环中由算法 1 计算的链路 $l_k \in L$ 的正则链路控制参数($E_k(I) \neq \emptyset$);

$r_{ijk}(I)$: 第 I 次循环中链路 $l_k \in L$ 的虚会话 $M_{ij} \in M_k$ 的速率.

算法 2. 网络 N .

(0) $I=1, M(I)=\emptyset, E_k(I)=S_k, C_k(I)=C_k$, 对任意链路 $\forall l_k \in L, k \in [1, \dots, n]$.

(1) $\bar{L}(I)=\emptyset$.

(2) 对 N 中任意链路 $l_k \in L$,

(2.1) 如果 $E_k(I) \neq \emptyset$, 执行算法 1 ($\bar{S}_k = E_k(I), \bar{C}_k = C_k(I)$), 求得 $\xi_k(I)$ 和 $r_{ijk}(I) (M_{ij} \in M_k, \forall i \in E_k(I))$;

(2.2) 对任意虚会话 $M_{ij} \in Z_{ik} (\forall i \in S_k - E_k(I)), r_{ijk}(I) = r_{ij}$.

(3) 对 N 中任意链路 $l_k \in L$, 如果 ① $E_k(I) \neq \emptyset$, ② 对 $\forall i \in E_k(I)$, 都存在虚会话 $M_{ij} \in Z_{ik}$ 满足 $r_{ijk}(I) \leq r_{ijk}'(I), \forall l_{k'} \in L_{ij}$, ③ $\Pi_k(I) = \{M_{ij} | r_{ijk}(I) \leq r_{ijk}'(I), \forall M_{ij} \in M_k \text{ 和 } \forall l_{k'} \in L_{ij}\} - M(I) \neq \emptyset$, 那么: ① 对 $\forall M_{ij} \in \Pi_k(I), M_{ij}$ 是受限的, 其速率 $r_{ij} = r_{ijk}(I)$; ② 链路 l_k 称为虚会话 $M_{ij} \in \Pi_k(I)$ 的瓶颈链路, $\bar{L}(I) = \bar{L}(I) + \{l_k\}$.

(4) $\bar{\Pi}(I) = \bigcup_{l_k \in \bar{L}(I)} \Pi_k(I), M(I+1) = M(I) + \bar{\Pi}(I)$.

(5) 对 N 中任意链路 $l_k \in L, Q_k(I) = \{i | i \in E_k(I) \text{ 和 } Z_{ik} \subseteq M(I+1)\}$, 那么: ① $\forall i \in Q_k(I), \lambda(i, k) = \max\{r_{ij} | M_{ij} \in Z_{ik}\}$; ② $E_k(I+1) = E_k(I) - Q_k(I)$; ③ $C_k(I+1) = C_k(I) - \sum_{i \in Q_k(I)} \lambda(i, k)$.

(6) 如果 $M(I+1) \neq M$, 那么 $I=I+1$, 转第(1)步; 否则, 算法终止.

定理 3.3. 在多速率组播网络 N 上, $\bar{R} = \{r_{ij} | M_{ij} \in M\}$ 是算法 2 终止时计算的虚会话速率矢量. 如果算法 2 终止所需的循环步数 $I=\Gamma$, 该网络 N 称为 Γ -阶的. $\bar{\xi}(I) = \min\{\xi_k(I) | l_k \in \bar{L}(I)\}$, 称为 I -阶正则链路控制参数. 对任意链路 $l_k \in \bar{L}(I)$, 其 $\Pi_k(I)$ 中的虚会话 M_{ij} 的速率 $r_{ij} = \max(v(i, k), \xi_k(I) * w_i)$. 那么, 如下结论成立:

(1) 对 $\forall l_k \in L$, 如果 $E_k(I) \neq \emptyset$, 那么, $\xi_k(I-1) \leq \xi_k(I) (2 \leq I \leq \Gamma)$.

(2) 对 $\forall l_k \in L$, 如果 $E_k(I) \neq \emptyset$, 那么, $r_{ijk}(I-1) \leq r_{ijk}(I) (\forall M_{ij} \in Z_{ik}, i \in E_k(I), 2 \leq I \leq \Gamma)$.

(3) $\bar{\xi}(1) < \bar{\xi}(2) < \dots < \bar{\xi}(\Gamma)$.

(4) 对 $\forall l_k \in \bar{L}(I) (I=1, \dots, \Gamma)$ 和 $M_{ij} \in \Pi_k(I), \xi_k(I) = r_{ij}/w_i$, 如果 $r_{ij} > v(i, k); \xi_k(I) \leq r_{ij}/w_i$, 如果 $r_{ij} = v(i, k)$.

(5) $\bar{\Pi}(1) \cup \bar{\Pi}(2) \dots \cup \bar{\Pi}(\Gamma) = M$ 和 $\bar{\Pi}(I) \cap \bar{\Pi}(J) = \emptyset (I \neq J)$.

(6) 对 $\forall l_k \in \bar{L}(I) (I=1, \dots, \Gamma)$ 和 $M_{ij} \in \Pi_k(I)$, 其速率为 $r_{ijk}(I)$, 那么, $\exists J (1 \leq J \leq I)$,

(6a) 对 $\forall i' \in E_k(J)$, 至少存在一个虚会话 $M_{i'j'} \in Z_{i'k}, M_{i'j'} \in \Pi_k(J)$, 并且若 $J > 1$, 对 $J' (1 \leq J' < J) \Pi_k(J') = \emptyset$;

(6b) 若 $M_{ij'} \in \Pi_k(J)$, 其速率为 $r_{ij'k}(J)$, 那么 $r_{ijk}(I) = r_{ij'k}(J)$;

(6c) 若在算法 2 第 $I' (I \leq I' \leq \Gamma)$ 循环时, 会话 $i \in Q_k(I')$, 那么 $\lambda(i, k) = r_{ij'k}(J)$.

(7) 对 $\forall M_{ij} \in M$, 存在一个链路 $l_k (l_k \in \bar{L}(I))$, 如果 $M_{ij} \in \bar{\Pi}(I)$, 使得

(7a) $M_{ij} \in M_k$;

(7b) $r_{ij} = \lambda(i, k)$;

$$(7c) \sum_{i' \in S_k} \lambda(i', k) = C_k,$$

$$(7d) \lambda(i, k) / w_i \geq \text{Max}_{i' \in V_k} (\lambda(i', k) / w_{i'}), \text{ 如果 } V_k = \{i' | \lambda(i', k) > \nu(i', k), \forall i' \in S_k\} \neq \emptyset.$$

(8) \bar{R} 是通用多速率组播加权 Max-Min 公平的.

3.3 示 例

下面我们以如图 2 所示的网络 N 为例,利用算法 2 计算 N 的通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率矢量. 在图 2 中,会话 1~会话 4 的权分别为 $w_1=1, w_2=2, w_3=3$ 和 $w_4=1$. 虚会话 $M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}, M_{31}$ 和 M_{41} 的最小速

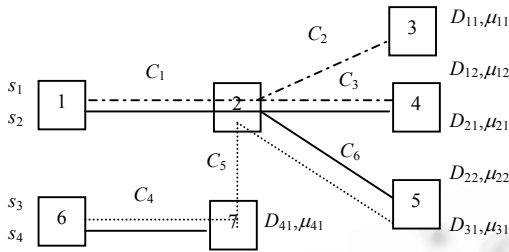


Fig.2 Multi-Rate multicast network N
图 2 多速率组播网络 N

率分别为 $\mu_{11}=0, \mu_{12}=1, \mu_{21}=10, \mu_{22}=0, \mu_{31}=1, \mu_{41}=0$. 链路 l_1 到 l_6 的容量分别为 $C_1=12, C_2=1, C_3=18, C_4=4, C_5=24, C_6=15$. 那么, 在第 1 次循环中, $\xi_1(1)=2, \xi_2(1)=1, \xi_3(1)=6, \xi_4(1)=1, \xi_5(1)=8, \xi_6(1)=3, \bar{L}(1)=\{l_1, l_2, l_4\}, \Pi_1(1)=\{M_{12}, M_{21}\}, \Pi_2(1)=\{M_{11}\}, \Pi_4(1)=\{M_{31}, M_{41}\}, M(2)=\{M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{31}, M_{41}\}, E_1(2)=\{2\}, C_1(2)=10, E_6(2)=\{2\}, C_6(2)=12$; 在第 2 次循环中, $\xi_1(2)=5, \xi_6(2)=6, \bar{L}(2)=\{l_1\}, \Pi_1(2)=\{M_{22}\}, M(3)=\{M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}, M_{31}, M_{41}\}, M(3)=M$, 算法终止. 当算法终止时, $\Gamma=2, \bar{R}=\{1, 2, 10, 10, 3, 1\}$ 是通用多速率组播加权 Max-Min 公

平的; M_{11} 在 l_2 上是 BLC 的, M_{12} 在 l_1 上是 BLC 的, M_{21} 和 M_{22} 在 l_1 上是 MRC 的, M_{31} 和 M_{41} 在 l_4 上是 BLC 的.

4 结 论

在本文中,我们研究了通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题. 首先,我们给出了一个形式化的多速率组播网络模型;在该模型中,我们不但考虑了虚会话的最小速率要求,而且为了区分不同虚会话的优先级,我们还引入了“权”的概念. 在此基础上,我们定义了通用多速率组播加权 Max-Min 公平概念,建立了通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配基本理论. 最后,我们给出了一个解决通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题的集中式算法,并证明了该算法的正确性. 作为下一步的工作,我们希望给出一个实用的异步分布式算法来求解通用多速率组播加权 Max-Min 公平速率分配问题.

References:

- [1] Deering S. Multicast routing in internetworks and extended LANs. In: Proceedings of the SIGCOMM'88. New York: ACM Press, 1988.
- [2] Pan JP, Gu GQ. Model of group communications and projection of transport protocols. Journal of Software, 1998,9(8):574~579 (in Chinese with English Abstract).
- [3] Gu GQ, Pan JP. Communication services and protocols to support cooperative work over high speed packet networks. In: Lin ZK, ed. Proceedings of the 1st International Conference on CSCW in Design. Beijing, 1996. 242~250.
- [4] Almeroth K. The evaluation of multicast: from the Mbone to interdomain multicast to Internet2 deployment. IEEE Networks, 2000,14(1):10~20.
- [5] Guo M-H. Design issues for multicast ATM switches. Computer Communications, 1999,22(9):771~777.
- [6] McKeown N. Multicast scheduling for input-queued switches. Journal of Selected Areas in Communications, 1997,15(5):855~866.
- [7] Zhai MY, Gu GQ. Design of an input-queued ATM switch supporting multicast and research on its scheduling policy. Chinese Journal of Computers, 2000,23(5):509~515 (in Chinese with English Abstract).
- [8] Deering S. An architecture for wide area multicast routing. In: Proceedings of the ACM SIGCOMM'94. New York: ACM Press, 1994. 126~135.
- [9] Floyd SA. Reliable multicast framework for lightweight sessions and application level framing. IEEE/ACM Transactions on Networking, 1995,3(4):365~386.

- [10] Lin JC, Paul S. RMTP: a reliable multicast transport protocol. In: Storms P, ed. Proceedings of the IEEE INFOCOM'96. Piscataway: IEEE Press, 1996. 1414~1424.
- [11] Zhai MY, Gu GQ. Overview of congestion control for Internet reliable multicast. Journal of Computer Research and Development, 2000,37(1):9~16 (in Chinese with English Abstract).
- [12] Jacobson V, McCanne S, Vetterli M. Receiver-Driven layered multicast. In: Proceedings of the ACM SIGCOMM'96. New York: ACM Press, 1996. 117~130. <http://citeseer.nj.nec.com/steven96receiverdriven.html>.
- [13] Vicisano L, Rizzo L, Crowcroft J. TCP-Like congestion control for layered multicast data transfer. In: Proceedings of the IEEE INFOCOM'98. Piscataway: IEEE Press, 1998. 996~1003. <http://citeseer.nj.nec.com/vicisano97tcp-like.html>.
- [14] Amir E, McCanne S, Zhang H. An application level video gateway. In: Proceedings of the ACM Multimedia'95. New York: ACM Press, 1995. <http://citeseer.nj.nec.com/amir95application.html>.
- [15] Pasquale JC, Polyzos GC, Anderson EW, Lompella VP. Filter propagation in dissemination trees: trading off bandwidth and processing in continuous media networks. In: Proceedings of the 4th International Workshop on NOSSDAV. 1993. <http://citeseer.nj.nec.com/pasquale93filter.html>.
- [16] Rubenstein D, Kurose J, Towsley D. The impact of multicast layering on network fairness. In: Proceedings of the ACM SIGCOMM'99. New York: ACM Press, 1999. 1492~1499.
- [17] Sarkar S, Tassiulas L. Distributed algorithms for computation of fair rates in multi-rate multicast trees. In: Proceedings of the IEEE INFOCOM 2000. Piscataway: IEEE Press, 2000.
- [18] Ros J, Tsai WK. A general theory of constrained max-min rate allocation for multicast networks. In: Proceedings of the IEEE ICON 2000. Piscataway: IEEE Press, 2000.
- [19] Hou YT, Tzeng H, Panwar SS. A generic weight-based network bandwidth sharing policy for ATM ABR service. In: Proceedings of the IEEE ICC'98. Piscataway: IEEE Press, 1998. 1492~1499.

附中文参考文献:

- [2] 潘建平,顾冠群.群组通信模型及运输协议映射.软件学报,1998,9(8):574~579.
- [7] 翟明玉,顾冠群.支持组播的输入队列 ATM 交换机设计及其调度策略研究.计算机学报,2000,23(5):509~515.
- [11] 翟明玉,顾冠群.Internet 可靠组播拥塞控制研究进展.计算机研究与发展,2000,37(1):9~16.