

# 采用能量法进行真实感布仿真\*

陈 晔, 徐乃平

(西北工业大学 自动控制系, 陕西 西安 710072)

E-mail: cwyj98@pub.xaonline.com

**摘要:** 采用粒子结构作为布的模式. 该模型是将布的经线和纬线的多叉点当作一个粒子. 在此基础上, 将布的形式归纳为弹性形变、弯曲和剪切 3 类, 并根据物理定律推导出这 3 种形变的能量函数. 最后, 对由布的能量函数构成的 D'Alembert-Lagrange 方程进行数值积分, 得到布的动态真实感图形.

**关键词:** 能量函数; 粒子; 真实感图形; 弯曲; 剪切; 延伸; 压缩

**中图法分类号:** TP391      **文献标识码:** A

在计算机技术得到广泛应用的今天, 计算机在各个领域大显身手, 不但在科学技术领域, 而且在制造业、艺术界也得到了广泛的应用——CAD 软件是各个制造企业的必备工具; 计算机三维动画被用来制作大量的广告和电影; 虚拟演员即将代替真人演员进行演出. 在以上这些情况中, 有一个技术难点是它们都需要解决的, 那就是如何产生具有真实感的布或衣服图形. 在服装界, 虽然已有 CAD 和 CAM 软件, 但设计对象时针对的是静态的布和衣服, 无法考虑设计好的衣服穿在身上的效果, 而这一点正是服装设计师们最需要了解的. 同样, 能够随着环境和穿着者的运动而产生飘动和褶皱效果的真实感衣服也是虚拟演员技术和三维动画所必须的.

为了在计算机上生成具有真实感的衣服图形, 国内外的学者们进行了大量的工作, 得到了许多成功的算法. 这些算法总的来说可以大致分以两类, 一类是几何方法, 另一类是物理方法. 在几何方法中, 布的模式不考虑布的物理特性, 而将注意力集中在布的外形上, 通过几何方程产生布的褶皱, 如 Weil 在 1986 年提出的方法<sup>[1]</sup>. 该方法通过在曲线间进行插值形成曲面来产生具有下垂感的布, 这是第一次在计算机上人工产生布的图形. 几何方法的计算速度快, 但真实感和灵活性都不是太好. 物理方法则从布的物理特性出发, 虽然速度较慢, 但真实感和灵活性得到了很大提高, 是一种很有发展前途的方法. 由于布的外形是一张连续的膜片, 因此很多计算机科学家采用有限元的方法建立布的模式, 为此做了大量的工作<sup>[2~5]</sup>, 但做出的布的真实感效果不如下面叙述的各种物理方法. Terzopoulos 等人 1987 年根据弹性理论建立了一个微分方程, 通过这个微分方程可以描述各种非刚性的曲线、曲面、实体在外力作用下的行为<sup>[6~8]</sup>. 此后, 很多人根据 Terzopoulos 等人的模型做了大量合成演员和真实感布仿真的工作<sup>[9~12]</sup>. D. E. Breen 等人 1992 年通过粒子法生成了一块真实感极强的桌布<sup>[13~16]</sup>, 他们将二维粒子网格作为布的模式, 用几个能量函数表示各粒子之间的相互作用, 采用能量最小化的方法得到布的真实感图形. D. E. Breen 等人提出的模型的缺点是只能产生布的静止图形, 而且计算时间很长, 在 IBM RS6000 工作站上需要计算 3 天~1 周的时间. 关于更多的产生真实感布的计算机图形学方法, 可参考文献<sup>[17]</sup>.

\* 收稿日期: 1999-05-07; 修改日期: 1999-11-12

基金项目: 211 工程建设基金资助项目(198022); 西北工业大学科研启动经费资助项目

作者简介: 陈晔(1971—), 男, 陕西蓝田人, 博士, 讲师, 主要研究领域为真实感图形, 仿真; 徐乃平(1935—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为智能信息处理.

我们在 D. E. Breen 等人所作模型的基础上,提出了一种基于能量描述的方法进行真实感布仿真,取得了良好的结果.该方法重新建立了布的能量函数,简化了计算过程,提高了计算速度,并能实现布的动态仿真.

## 1 建立布的模式

我们都知道布是由经向和纬向的棉线编织而成的,为了更好地与布的物理结构对应,从而简化建模和便于计算,我们采用了 D. E. Breen<sup>[13]</sup>所采用的粒子模型,如图 1 所示.在这种模型中,每一个经线和纬线的交叉点都被看做一个粒子(或质点),该粒子集中了邻近的矩形区域的质量.从图 1 的粒子结构出发,布在外力作用下的形变可以根据粒子之间的相互位置归纳为弹性伸缩、弯曲和剪切 3 种,如图 2 所示.我们用能量的形式来表示使布产生上述 3 种形变的外作用力,如下所述.

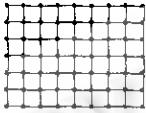


Fig. 1 Particle structure of cloth  
图 1 布的粒子结构

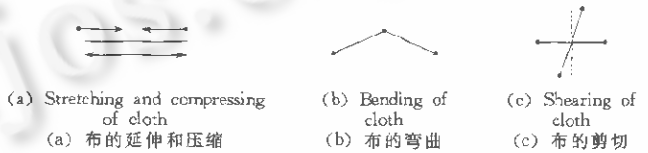


Fig. 2 Stretching, compressing, bending, shearing of cloth  
图 2 布的延伸和压缩、弯曲以及剪切

### 1.1 建立弹性伸缩能量函数

在给出弹性伸缩能量函数以前,我们先给出一些合理的假设.首先,我们认为布受到的拉力不是很大,不足以将布撕裂;其次,我们假设布的织纹是均匀的,每个粒子之间具有平衡位置,相邻两个粒子之间的平衡距离为  $\sigma$ .这样,我们就可以将布的弹性伸缩用一个在平衡位置附近受外力作用的弹簧来模拟,于是,布的弹性伸缩能量函数可以用弹簧的势能函数来代替:

$$E_{\text{strain } ij} = \sum_{i=0}^3 \frac{1}{2} k (l_i - \sigma)^2. \quad (1)$$

式中  $l_i$  是粒子与相邻 4 个粒子之间的距离,  $k$  是弹性系数.  $k$  在经线和纬线方向的取值是不同的,但考虑到布的弹性系数很大,因而布的拉伸或压缩相对于弯曲和剪切而言,产生的变形很小,对布的外形的影响相对来说很小,所以,我们在这里认为布是各向同性的,  $k$  在经向和纬向取值相同,以简化计算.

### 1.2 拟合 Kawabata 实验曲线

日本科学家 Kawabata 通过大量实验得到了布的弯曲力矩与曲率、剪切力与剪切角的函数关系<sup>[16]</sup>.从 Kawabata 实验的弯曲函数和剪切函数曲线可以看出,布在弯曲和剪切时呈现出非线性,整个曲线大致可以分为 3 段:初始段、低变形段和高变形段,可以分段用多项式进行拟合.考虑到布的各向异性,经向和纬向分别拟合, D. E Breen<sup>[13]</sup>已经得到了拟合结果,下面给出 100% 棉布的拟合公式(式中  $K$  是弯曲曲率,  $\varphi$  是剪切角),其他布料可参考文献[13].

弯曲力矩函数:

$$\text{经向: } M = \begin{cases} -0.71212123K^2 + 0.85984849K & 0 \leq K \leq 0.4 \\ -0.018939394K^2 + 0.30530303K + 0.11090909 & 0.4 < K \leq 2.52. \\ 0.20984848K + 0.23118183 & K > 2.52 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{纬向: } M = \begin{cases} -0.30257426K^2 + 0.43128713K & 0 \leq K \leq 0.5 \\ 0.12871287K + 0.075643564 & K > 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

剪切力函数:

$$\text{经向: } F_s = \begin{cases} -17993.714\varphi^2 + 420.54446\varphi & 0 \leq \varphi \leq 0.00873 \\ 106.37421\varphi + 1.3713532 & 0.00873 < \varphi < 0.13 \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{纬向: } F_s = \begin{cases} -17125.983\varphi^2 + 412.96917\varphi & 0 \leq \varphi \leq 0.00873 \\ 113.94950\varphi + 1.3052208 & 0.00873 < \varphi < 0.13 \end{cases} \quad (5)$$

### 1.3 建立弯曲能量函数

根据图 2,我们将相邻粒子之间的连线看做一段弹性梁,弹性梁在外力矩  $M$  作用下弯曲  $\theta$  角,如图 3 所示.布的弯曲能量就是由外力矩做功而储存在弹性梁中的能量.根据力矩做功公式,外力矩  $M$  作用在长度为  $ds$  的弹性梁上,使梁弯曲  $\theta$  角所做的功可以这样计算:力矩做功公式  $W = M\theta$ ,根据圆心角和圆周角的关系,图中  $\theta' = \theta/4$ ,又因为  $\theta = ds/\rho$ ,所以右侧力矩做功为  $du = \frac{Mds}{4\rho}$ ,左右两侧力矩做功总和为

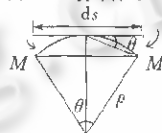


Fig. 3 Bending of elastic beam  
图3 弹性梁的弯曲

$$dU = \frac{Mds}{2\rho} \quad (6)$$

$\rho = 1/K$  是曲率半径,所以

$$dU = \frac{MK}{2} ds \quad (7)$$

在第 1.2 节中我们已经说过,每一个粒子代表一块  $\sigma \times \sigma$  大小的区域,则沿经线(或纬线)弯曲的能量  $U$  可以由上式积分得出.

$$U = \int_0^\sigma \frac{MK}{2} ds \quad (8)$$

由于  $\sigma$  很小,可以认为曲率和外力矩在这一小段是恒值,上式简化为

$$U = \frac{MK}{2} \sigma \quad (9)$$

在 Kawabata 的实验中,所测得的力矩及剪切力均除以被测样品的长度,以得到归一化结果,实际计算时要乘以对象的长度,所以应用 Kawabata 经验数据计算弯曲能量的完整公式为

$$E_b = \frac{MK}{2} \sigma^2 \quad (10)$$

式(10)直接用于计算是很不方便的,因为  $W$  是曲率的函数, $M$  也是曲率的函数.曲率与粒子的三维空间坐标不好对应,为此,需要将  $W$  化为关于弯曲角的函数.由初等几何的知识导出曲率和弯曲角的关系:

$$K = \frac{2(\pi - \theta)}{\sigma} \quad (11)$$

将上式代入式(2)、式(3)、式(10),取  $\psi = \pi - \theta$ ,得到

$$M = C''_{b_2} \psi^2 + C''_{b_1} \psi + C''_{b_0}$$

为了简化计算,用泰勒级数展开的方法将  $M$  进行分段线性化,则上式简化为

$$M = C''_{b_1} \psi^2 + C''_{b_0}$$

取  $K = C'_b \psi$ ,得到经线(或纬线)的弯曲能量  $W$  关于弯曲角  $\theta$  的函数:

$$E_b = \frac{1}{2} (C_{b_1} \psi^2 + C_{b_0} \psi)$$

粒子附近完整的弯曲状况及弯曲角如图 4 所示,同时考虑经向和纬向布的弯曲,则每个粒子完整的弯曲能量函数为

$$E_b = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (C_{b_i} \psi_i^2 + C_{b_0} \psi_i). \quad (12)$$

#### 1.4 建立剪切能量函数

剪切运动相对于弯曲运动而言较为复杂.如图 5 所示,由于运动的相对性,粒子  $p_2$  相对于经线的剪切运动也可以看做粒子  $p_3$  相对于纬线的剪切运动,这给计算和建模都带来困难,因此需要对

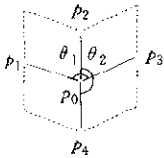


Fig. 4 Bending of cloth  
图4 布的弯曲

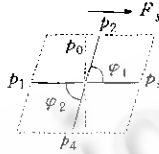


Fig. 5 Shearing of cloth  
图5 布的剪切

布的剪切模型进行简化.我们再来比较一下式(4)和式(5),会发现布的剪切力在经线和纬线方向上相差并不大.由于我们的目的是建立视觉上具有真实感的布的模式,经线和纬线上的细小差异并不会造成视觉上的不真实感,而且现实世界中的布会受到各种不确定因素的作用,

追求细节上的完全一致其实是毫无意义的,因此我们认为布的剪切作用是各向同性的.在此假设下,我们来推导剪切能量函数.

粒子  $p_2$  在剪切力  $F_s$  的作用下偏离经线平衡位置  $\gamma_1$  角,  $\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  (相当于  $p_3$  偏离纬线平衡位置  $\gamma_1$  角),同理,  $\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2$ , 在位置量很小的情况下,剪切力做功:  $dU = F_s ds$ , 其中  $ds = \frac{\sigma}{2} d\gamma_1$ , 将  $ds$  代入  $dU$ , 并积分:

$$U = \int_0^{\gamma} \frac{\sigma}{2} F_s d\gamma_1. \quad (13)$$

与弯曲不同,剪切角通常很小,布不可能产生很大的剪切变形,所以,可以应用中值定理,将式(13)简化为

$$U = \frac{\sigma}{4} F_s \gamma_1. \quad (14)$$

式中  $F_s = C'_{s_2} \gamma_1^2 + C'_{s_1} \gamma_1 + C'_{s_0}$ . 与弯曲力矩一样,剪切力经验数据同样需要乘以长度  $\sigma$ . 类似于弯曲力矩,用泰勒级数展开的方法对  $F_s$  进行分段线性化,并考虑所有的剪切作用,得到完整的剪切能量函数:

$$E_s = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} (C_{s_i} \gamma_i^2 + C_{s_0} \gamma_i). \quad (15)$$

另外,布受到的其他外力,如重力、空气阻力等,均可以表示为势能的形式,这里不再赘述.

## 2 仿真结果

对于图 1 中的每一个粒子,其状态可以用  $(x_0, x_1, x_2)$  和  $(v_0, v_1, v_2)$  两个数组来表示,其中  $(x_0, x_1, x_2)$  分别是粒子在  $x, y, z$  轴上的坐标,  $(v_0, v_1, v_2)$  分别是粒子沿  $x, y, z$  轴的速度. 粒子在外力作用下运动,求出粒子的运动轨迹,就可以得到布的动画效果.但是,因为需要求力的合成,用外力求粒子的轨迹是很困难的.由于我们用能量函数来描述布  $x, y, z$  轴受到的作用,所以可以采用达朗伯-拉格朗日方程进行求解,简化了计算.

我们已知达朗伯-拉格朗日方程的形式为

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i} \quad (16)$$

式中  $L = E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}$ ,  $E_{\text{kin}}$  为粒子的动能,

$$E_{\text{kin}} = \sum_{i=0}^2 \frac{1}{2} m v_i^2, \quad (17)$$

$E_{\text{pot}}$  为粒子的势能, 包括重力势能  $E_g$ 、弹性势能  $E_{\text{strain}}$ 、弯曲能量  $E_b$ 、剪切能量  $E_s$ .

$$E_{\text{pot}} = E_g + E_{\text{strain}} + E_b + E_s. \quad (18)$$

对式(16)进行数值积分, 即可得到布的动态真实性感图形. 图 6~图 9 是对 100%棉布的仿真结果. 根据参考文献[13], 将式(2)~(5)替换为相应材料的拟合公式, 就可得到其他布料的仿真结果. 在这次仿真中, 暂不考虑碰撞和空气阻力的作用.

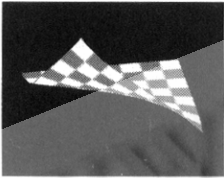


Fig. 6  
图 6

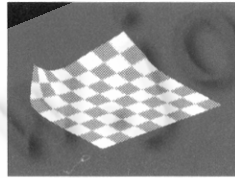


Fig. 7  
图 7

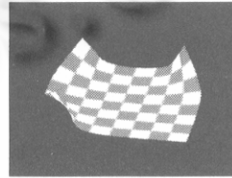


Fig. 8  
图 8

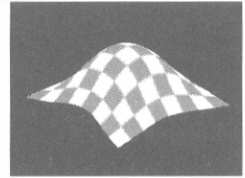


Fig. 9  
图 9

### 3 总 结

本文采用能量法进行仿真, 具有一些优点. (1) 通过能量函数可以将仿真与布的材质联系起来. 只要修改弹性系数、弯曲力矩系数、剪切力系数、密度等物理参数, 就可以使用同一个程序产生不同材料服装的动态效果. 在实际应用时, 将不同材料的物理系数可标示地存储在数据文件中, 通过简单的读操作就可以实现不同材料服装的动态效果仿真. 而且, 能量函数与布的物理特性直接联系, 大大提高了仿真结果的真实感. (2) 采用能量法简化了计算. 能量法将布所受到的作用均转化为能量函数描述, 通过达朗伯-拉格朗日方程求解, 省去了求力的合成这一繁琐的计算过程. (3) 在以往的能量法中, 采用的都是能量最小化的方法进行仿真, 得到的是达到平衡状态的静态效果. 在本文中, 对达朗伯-拉格朗日方程进行数值积分, 得到的是布在运动时的整个动态过程, 便于制作电脑动画.

因为能量函数与布的物理特性直接联系, 所以在布的仿真过程中出现了一些影响计算效率的问题. 首先, 由于布的弹性系数比弯曲力矩系数和剪切力系数大三四个数量级, 造成了数值积分中的病态系统, 必须进行适当的处理才能保证系统的稳定并得到正确的仿真结果. 在本文的仿真过程中, 采用的是乘以或除以适当的比例系数并采用变步长的基尔方法进行数值积分. 其次, 布的弹性系数很大, 积分步长必须选取得非常小, 所以仿真的速度较慢. 例如, 采用  $30 \times 30$  的网格, 产生如图 6~图 10 所示的结果需要 10~15 分钟的时间.

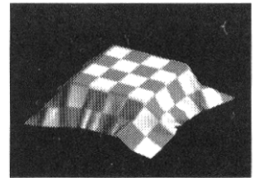


Fig. 10  
图 10

今后的工作主要是解决计算速度的问题. (1) 找到一个巧妙的处理办法, 提高布仿真中的步长, 从而提高计算速度. (2) 找到一个描述布的适当的数据结构, 在保证体现布的真实感的前提下, 使用最少的粒子数来表示布. 我们知道, 如果布的粒子数目太多, 则必然影响计算速度; 布的粒子数

目太少,则无法保证对布的细节表现,从而降低了布的真实感.只要解决了计算速度的问题,布的真实感技术就可以马上投入实用,电脑试衣系统、虚拟模特、虚拟演员都将成为现实.

## References:

- [1] Weil, J. The synthesis of cloth object. *Computer Graphics*, 1986,20(4):49~51.
- [2] Collier, J. R., Collier, B. J., O'Toole, G., *et al.* Drape prediction by means of finite-element analysis. *Journal of Textile Institute*, 1991,82(1):96~107.
- [3] Chen, B., Govindaraj, V. A physically based model of fabric drape using flexible shell theory. *Textile Research Journal*, 1995,65(6):324~330.
- [4] Eischen, J. W., Deng, S., Clapp, T. G. Finite-Element modeling and control of flexible fabric parts. *IEEE Computer Graphics and Application*, 1996;16(9),71~80.
- [5] Tan, S. T., Wang, T. N., Zhao, Y. F., *et al.* A constrained finite element method for modeling cloth deformation. *Visual Computer*, 1999,15(2):90~99.
- [6] Terzopoulos, D., Platt, J. C., Barr, A. H. Elastically deformable models. *Computer Graphics*, 1987,21(4):205~214.
- [7] Terzopoulos, D., Fleischer, K. Deformable models. *Visual Computer*, 1988,4(6):306~331.
- [8] Terzopoulos, D., Fleischer, K. Modeling inelastic deformation: viscoelasticity, plasticity, fracture. *Computer Graphics*, 1988,22(4):269~278.
- [9] Carignan, M., Ying, Y., Daniel, T., *et al.* Dressing animated synthesis actors with complex deformable clothes. *Computer Graphics*, 1992,26(2):99~104.
- [10] Volinc, P., Courchesne, M., Magnenat, N. Versatile and efficient techniques for simulating cloth and other deformable objects. *Computer Graphics*, 1995,29(4):137~144.
- [11] Liu, Jen-duo, Ko, Ming-tat, Chang Ruei-chun. Collision avoidance in cloth animation. *Visual Computer*, 1996,12(5):234~243.
- [12] Liu, Jen-duo, Ko, Ming-tat, Chang Ruei-chuan. A simple self-collision avoidance for cloth animation. *Computer and Graphics*, 1998,22(1):117~128.
- [13] Breen, D. E., House, D. H., Wonzy, M. J. A particle-based model for simulation the draping behavior of woven cloth. *Textile Research Journal*, 1994,64(11):663~685.
- [14] Breen, D. E., House, D. H., Wonzy, M. J. Predicting the drape of woven cloth using interacting particles. *Computer Graphics*, 1994,28(5):365~372.
- [15] Breen, D. E., House, D. H., Getto, P. H. A physical-based particle model of woven cloth. *Visual Computer*, 1992,8(5~6):264~277.
- [16] Eberhardt, B., Weber, A., Strasser, W. A fast, flexible, particle-system model for cloth draping. *IEEE Computer Graphics and Application*, 1996,16(9):52~59.
- [17] Ng, H. N., Grimsadle, R. L. Computer graphics techniques for modeling cloth. *IEEE Computer Graphics and Application*, 1996,16(9):28~41.
- [18] Kawabata, S. *The Standardization and Analysis of Hand Evaluation*. Osaka: The Textile Machinery Society of Japan, 1980.

## Realistic Cloth Simulation Using Energy Method\*

CHEN Wu, XU Nai-ping

(Department of Automatic Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

E-mail: cwjy98@pub.xaonline.com

**Abstract:** In this paper, cloth is modeled as a collection of particles that conceptually represents the crossing points of warp and weft threads in a plain weave. Based on this model, the deformation of cloth is decomposed into stretch and repel, bend, and shear. And energy functions of the three kind of deformation are deduced by physical rules. Finally, dynamic realistic cloth graphs are obtained by integrating D'Alembert-Lagrange equation.

**Key words:** energy function; particle; realistic graphics; bend; shear; stretch; compress

\* Received May 7, 1999; accepted November 12, 1999

Supported by the Construction Foundation of the 211 Project of China under Grant No. 198022; the Research Startup Foundation of the Northwestern Polytechnical University of China