

海量散乱点的曲面重建算法研究*

周儒荣, 张丽艳, 苏旭, 周来水

(南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心, 江苏 南京 210016)

E-mail: chhzly@public1.pptt.js.cn; rrrzhou@public1.pptt.js.cn

摘要: 基于海量散乱点的曲面重建在机械产品测量造型、计算机视觉、根据切片数据的医学图像重建等领域中有重要应用. 给出了一种以物体表面上不附加任何几何和拓扑信息(包括测点法矢、曲面边界信息)的散乱点集为处理对象, 自动生成物体表面的三角网格模型的算法. 该算法首先根据测点的邻近测点估算曲面在该测点处的法矢, 并采用优化的顺序对法矢方向进行调整以使各测点处的法矢都指向曲面外侧, 最后用步进立方体算法输出三角网格模型. 采用新的方法计算切平面, 不但进一步提高了效率, 而且改善了曲面边界及尖锐棱边区域的重建效果. 还提出并解决了法矢方向传播中可能出现的局部“孤岛”问题. 同时, 提出了一种对海量数据进行空间划分的算法, 从而大大提高了海量数据的处理效率. 应用实例表明, 算法效果良好.

关键词: 逆向工程; 曲面重建; 海量数据; 空间划分

中图法分类号: TP391

文献标识码: A

随着激光扫描设备的发展, 包含被测物体更多细节的海量数据获取成为可能, 并且成为高精度测量建模的发展方向. 基于海量数据的计算机模型重建, 在许多应用中具有重要意义. 例如, 在汽车、航空等工业领域中, 复杂外形产品的设计仍需要根据手工模型, 采用逆向工程的手段建立产品的数字化模型; 根据测量数据建立人体以及骨骼和器官的计算机模型在医学、定制生产等方面都有重要意义. 目前, 激光测量机一次测得的点集可以是拓扑矩形点列或者是按行组织的点列, 但对于形状相对复杂的物体, 如具有孔洞、型腔、手柄等构型特点时, 一般要进行多次测量, 并对测量点集进行合并, 因而不能保证整个点集的拓扑构型. 另外, 在某些曲面重建的应用中, 数据来源于 CT 扫描, 数据是分层组织的, 将数据点作为散乱点, 对数据的组织形式不作任何要求, 可以提高算法的适应性和覆盖域.

基于散乱数据的三角网格面重建引起了国内外众多学者的广泛关注. 其中 Hoppe 及其合作者进行了卓有成效的开创性工作^[1]. 他们的研究首先是根据稠密的散乱点集自动计算法矢信息, 用切平面线性逼近待重建曲面的局部形状, 然后利用实现等值面抽取的 MC(marching cube, 步进立方体)算法输出曲面的三角化模型. Hoppe 的方法自动化程度高, 能够识别曲面边界, 但对于曲面边界以及尖锐棱边部分的重建效果则不够理想. B. Guo^[2] 和 C. L. Bajaj^[3] 首先用三维 α -形建立结构的拓扑关系, 再建立多面体逼近模型, 但是, 三维 α -形的计算复杂性高, 对于 n 个点的数据集为 $O(n^2)$, 而且不易做简化处理. Chen^[4] 直接判定三点形成的三角形的最小内角, 应用最小内角的最大原则

* 收稿日期: 1999-07-09; 修改日期: 1999-10-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59905013); 国家 863 高科技发展计划资助项目(863-511-942-022); 国家“九五”重点科技攻关项目(96 A01-01-05); 江苏省“九五”重点科技攻关项目(G98017-3)

作者简介: 周儒荣(1935-), 男, 福建长汀人, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为 CAD/CAM, 系统集成, 逆向工程, 虚拟制造; 张丽艳(1967-), 女, 辽宁宽甸人, 副教授, 主要研究领域为逆向工程, 计算机辅助几何设计, 计算机图形学; 苏旭(1976-), 男, 湖南株洲人, 博士生, 主要研究领域为逆向工程; 周来水(1962-), 男, 河北保定人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为 CAD/CAM, 逆向工程, 虚拟制造.

建立测量点的三角化模型. 这种方法首先要将三维数据点投影到二维平面上, 然后再进行判定. 这就导致对封闭表面或近似封闭的表面处理的困难, 而且对大量的密集点集, 也存在效率问题. P. Gu^[5]提出利用神经网络的学习机制重建自由曲面, 但还仅限于较为简单的应用. 另外一类基于散乱点的曲面重建采用变形曲面的方法, 如 D. Ruprecht^[6]和 A. Witkin^[7]提出的方法. 变形曲面方法通常要赋予曲面一定的物理属性, 例如, 质量、刚度等, 变形通过模拟一定外力作用来定义, 但物理属性和外力大小是较难给定的, 而且变形方法一般要事先给定物体的拓扑结构, 如球形拓扑、盘形拓扑等.

本文提出了一个对大量密集点集进行空间划分的算法, 给出了相应的数据结构, 提高了海量数据的处理效率, 并对 Hoppe 等人提出的三角网格面重建算法进行改进, 能更好地进行有界面以及带尖锐棱边曲面的重建. 本文第 1 节给出算法中的一组基本定义, 以便于算法的描述. 第 2 节详细描述了算法的主要步骤. 第 3 节给出了部分应用实例. 第 4 节对算法作进一步的讨论. 第 5 节是结论与展望.

1 相关定义

设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是未知曲面 M 上的采样点集, 假定每一个测点 $x_i = y_i + e_i$, 其中 $y_i \in M$ 是精确位于表面上的点, $e_i \in R^3$ 是误差向量, 如果对于每一个误差向量的模长 $\|e_i\| \leq \delta$, 则称 X 具有 δ -噪声. 一般 δ 可以根据测量机的测量精度估算. 曲面 M 中小于 δ 的细节是不能得到重建的. 另外, 若 X 为 0-噪声, 且圆心在 M 上, 半径为 ρ 的球包含 X 中的至少一个采样点, 则称 X 具有 ρ -密度. 定义 ρ -密度是为了度量采样点集中是否存在孔洞和边界. 如果 M 在一个区域内的测点密度小于 ρ , 算法则自动认为曲面 M 在该区域具有孔洞.

散乱点集 X 中与某一测点 x_i 的直线距离最短的 k 个测点, 称为 x_i 的 k -近邻, 记为 $Nbhd(x_i)$, k -近邻中的每个点称为 x_i 的邻近点.

2 算法描述

2.1 算法基本思想

本算法首先在密集的散乱点集中寻找每一个测点的 k -近邻, 利用 k 个邻近点近似算出待重建曲面在该测点处的法矢量, 根据测点及其法矢量就得到了重建曲面在该测点处的切平面. 虽然还没有重建曲面的整体形状信息, 但可以用测点处的有向切平面作为重建曲面在各测点处的线性逼近. 由于用 k 个邻近点算出的法矢量可以有正负两个方向, 为了保证切平面方向的协调一致(指向曲面的同一侧), 算法需要对法矢的方向做自动调整. 算法的下一步是建立空间点 p 到重建曲面的有向距离函数 $f(p)$, 其中重建曲面是由各测点处的有向切平面来表示的, 因而 $f(p)$ 是一个非连续的标量场函数. 最后, 用 MC 算法输出 $f(p)$ 的零集 $Z(f)$.

2.2 k -近邻的计算

本算法以没有任何拓扑信息的散乱点集为处理对象, 因而首先就需要建立点的拓扑邻接关系. 如果在整个点集中寻找每个测点的 k -近邻, 在测点数较多时效率则是非常低下的. 为此, 本文提出一个空间划分策略, 以提高算法的效率. 首先根据测点分布, 形成一个与坐标轴平行的长方体包围盒, 并将长方体包围盒划分成 $m \times n \times l$ 个小立方体栅格. 将所有数据点存入一个一维数组, 判断每个数据点所在的立方体栅格, 并将数据点的序号追加到该立方体栅格所对应的线性链表中, 用哈希

表结构存放各个小立方体栅格中所包含的数据点,哈希表通过立方体栅格在 X, Y, Z 三个方向的索引号直接定址。

在计算一个测点的 k -近邻时,首先要计算该点所在立方体栅格的索引号,但并不能只在该小立方体所包围的数据点中寻找 k -近邻,因为无论立方体栅格单元取得多大,其中所包含的数据点的邻近点都有可能存在于和该栅格相邻的栅格单元中。例如,一个点位于一个立方体栅格中,并且非常靠近最上面的一个表面,它的邻近点就很有可能落在紧邻当前栅格上面的一个立方体栅格中。所以,在形成一点的 k -近邻时,要在测点所在的立方体栅格及其相邻的上、下、左、右、前、后共 $27(3 \times 3 \times 3)$ 个小立方体栅格中查找 k 个最邻近的点。这是保证空间划分算法得到可靠的 k -近邻的关键。由于点的查找实际上是在 3 倍于小立方体栅格边长的立方体内进行,所以立方体栅格的边长可以取得相对小一些,我们在实践中一般取略大于将在下文介绍的步进立方体的边长。用于空间划分的立方体栅格的大小还取决于测点分布均匀与否,若测点密集而均匀,可以取得相对小些,若分布不均匀则立方体单元应取得相对大些,以保证每个测点都能找到 k 个邻近点。实践中部分测点找到的邻近点个数略小于指定个数 k ,一般并不影响曲面的重建效果。

以每个测点为顶点,每两个邻近点之间连一条边,形成一个无向图。图的顶点结点构造如图 1 所示,边结点构造如图 2 所示,其中 index 为测点在一维数组中的序号,ptr 为指向边结点的指针,dist 为两个邻近点间的距离,cost 为另一个权值,我们将在 2.4 节详细加以说明。这个无向图是具有两个权值的 Riemannian 图,用一个邻接表存储。

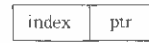


Fig. 1 Vertex node
图1 顶点结点

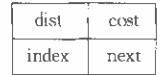


Fig. 2 Edge node
图2 边结点

2.3 切平面计算

计算完每一个测点的 k -近邻之后,就可以计算待重建曲面在每个测点 x_i 处的切平面 $T_p(x_i)$ 。文献[1]的方法是利用 $Nbhd(x_i)$ 构造一个最小二乘意义下的平面,平面通过 $Nbhd(x_i)$ 的形心,因而一般不通过 x_i ,这样的切平面会使测点处的几何位置产生偏差,尤其对曲率较大的尖锐棱边(如图 3 中猫耳朵的尖角处)和曲面的边界处影响较大。本文采用有约束的最小二乘平面,即将切平面的中心点直接取成 x_i ,只需计算切平面的单位法矢 n_i ,使 k 个邻近点到切平面的距离的平方和达到最小。为了计算 n_i ,需要建立 $Nbhd(x_i)$ 的协变矩阵

$$CV = \sum_{p \in Nbhd(x_i)} (p - o_i)(p - o_i)^T. \quad (1)$$

其中 o_i 为 $Nbhd(x_i)$ 的形心位置, $(p - o_i)$ 为列向量, $(p - o_i)^T$ 为 $(p - o_i)$ 的转置向量, CV 为一个对称的半正定 3×3 矩阵。记矩阵 CV 最小的一个特征值所对应的单位特征向量为 v_i ,则 n_i 应取为 v_i 或 $-v_i$,证明详见文献[8]。由于只须求 CV 的最小特征值对应的特征向量,所以本文采用逆迭代法(反幂法)求解特征值问题^[9]。在本步骤中,暂时将 n_i 统一取为 v_i ,为了使切平面法矢指向曲面的同一侧,还需要进行法矢方向的调整(确定是否需要反向)。求得的所有测点的法矢量也存于一个一维数组,顺序与原始测点数组相对应。

2.4 法矢调整

设测点 $x_i, x_j \in X$ 是曲面上距离很近的两点,则相应法矢量的点积 $n_i \cdot n_j \approx +1$,否则, n_i 或者 n_j 应当被反向。法矢调整采用从一点开始,进行法矢方向传播的方法。

法矢传播的主要步骤是:

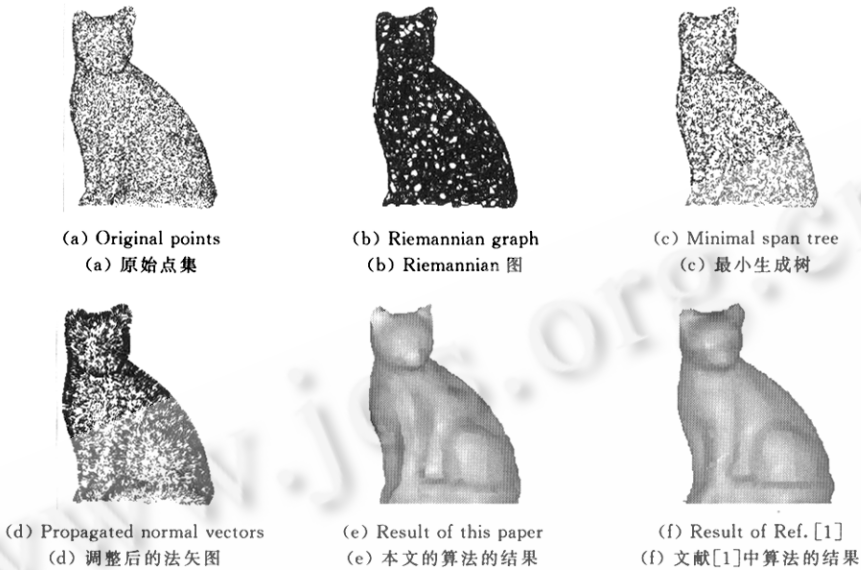


Fig. 3 Cat model

图3 猫模型

(1) 找到 z 坐标值最大的测点作为法矢调整的根结点, 调整其切平面法矢的方向, 使之与矢量 $(0, 0, 1)$ 的点积大于 0, 这将使调整后的法矢指向曲面外侧。

(2) 将 2.2 节 Riemannian 图中的 $cost$ 域置为 $1 - |n_i \cdot n_j|$, 这样保证了该权值非负, 并且权越小表示两邻近点的法矢越平行. 将每个测点的 k -近邻链表按 $cost$ 值由小到大排序。

(3) 以 $cost$ 域为权, 将 Prim 算法^[10]进行改造, 用于直接遍历 Riemannian 图的最小生成树. 每遍历一个顶点, 若父顶点 n_i 与子顶点 n_j 满足 $n_i \cdot n_j < 0$, 则将 n_j 反向. 以 $cost$ 域为权遍历最小生成树, 而不是直接用深度优先或广度优先方法遍历, 可以保证法矢方向传播在法矢最平行的两点间进行, 从而保证了曲面尖锐棱角处法矢方向传播的正确性. 由于在遍历的过程中已完成了法矢方向的调整, 因此不需要存储最小生成树。

(4) 若步骤(3)遍历了 Riemannian 图的所有顶点, 则法矢传播过程结束. 否则, 说明 Riemannian 图不连通, 部分数据形成局部“孤岛”(测点分布不均匀时易产生这种情况). 如果未遍历的顶点个数少于千分之一, 则将其作为噪声数据舍弃. 如果未遍历的顶点个数多于千分之一, 则查找未遍历的数据集中与已遍历的数据点之间距离最近的点, 将其作为继续遍历的起点, 转步骤(3)。

2.5 场函数的定义

将切平面作为待重建曲面 M 的局部线性逼近, 可以构造空间一点 p 到 M 的有符号距离函数 $f(p)$:

$$f(p) = (p - x_i) \cdot n_i. \quad (2)$$

其中 x_i 为所有测点中与 p 最近的点, n_i 为相应的切平面法矢。

对于具有 ρ -密度和 δ -噪声的测量点集 X , 为了能够实现带边界曲面的重建, 本文参照文献[1]的方法将式(2)表达为下面的形式*:

* 这里对原文中的小错误作了订正。

```

 $z \leftarrow p - ((p - x_i) \cdot n_i) n_i$  //计算  $p$  点到最近切平面的投影  $z$ 
if  $d(z, X) < \rho + \delta$  then
     $f(p) \leftarrow (p - x_i) \cdot n_i$ 
else
     $f(p) \leftarrow \text{undefine}$ 

```

其中 $d(z, X)$ 表示 z 与测量点集 X 中最近点间的距离。

2.6 三角网格面的生成

定义了空间点到待重建曲面的有符号距离函数 $f(p)$, 算法的最后一步是通过 MC 算法输出 $Z(f)$ 的三角网格面表示. 有关步进立方体的研究较多, 本文主要参照了 C. Zhou 等人^[11]的改进算法. 步进立方体的边长一般应在 $\rho + \delta$ 附近取值. 计算步进立方体各个顶点到待建曲面的有符号距离, 若大于 0 则相应的顶点标记为 1, 否则标记为 0, 根据步进立方体 8 个顶点的标记形成一个索引号, 通过索引号计算步进立方体与待建曲面 M 的交点, 并输出相应的三角片. 如果 8 个顶点中至少有一个顶点被标记为“undefine”, 则该立方体不输出任何三角片, 因此可以自动识别出曲面边界.

需要指出的是, 由于本文将切平面的中心点取为测点本身, 因而在查找步进立方体顶点的最近切平面时, 仍然利用第 2.1 节中的立方体栅格及每个栅格所包含的测点链表, 查找方法与形成测点的 k -近邻相同, 不过这里只查找一个最近的切平面.

3 应用实例

应用本文的算法, 我们对一系列的散乱点集进行了曲面重建. 图 3~图 5 的散乱点集取自 Internet 网, 图 6 的数据是利用南京航空航天大学 CAD/CAM 工程研究中心研制的 CAD/CAM 软件 SuperMan 构造几何模型, 并自动生成的散乱采样点集. 表 1 中的“栅格大小”和“步进立方体大小”分别是指栅格立方体边长和步进立方体边长与整个点集的长方体包围盒的最长一个边的比值. 程序的运行时间是在 MMX200/32 兆内存微机上的实验结果. 图 3 给出了算法各主要中间步骤的输出结果, 图 3(e) 和图 3(f) 是根据本文的算法和文献[1]的算法分别编制的程序的实验结果. 由对两图的比较可以看出, 图 3(e) 的轮廓更饱满, 突起与凹陷的地方更清晰. 尤其在猫耳处, 图 3(e) 重建出了更尖锐的细节部分. 相比之下, 图 3(f) 的细节有被“磨光”的感觉. 这主要是因为文献[1]的算法中, 切平面法矢不附着于原始测点之上, 而是取 k -近邻的形心作为切平面中心, 因而使曲面的线性逼近在曲面的凹陷和突起部分分别产生向外和向里的偏差, 这种现象在大曲率处表现得尤为突出. 图 6 所示的酒杯模型是有边界曲面, 重建后的曲面在杯口和底座边界处表现出良好的形态. 给出的光照图都用简单的 flat-shading 方法得到.



Fig. 4 Mechanical part
图4 零件模型



Fig. 5 Mannequin model
图5 人头模型

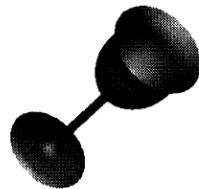


Fig. 6 Cup model
图6 酒杯模型

Table 1 Execution instances

表1 实例运行情况表

Objects ^①	Point number ^②	k	Size of grid ^③ (%)	Size of marching cube ^④ (%)	CPU (s)
Cat ^⑤	10 000	12	4	3	183
Mechanical part ^⑥	4 102	12	3	2.8	52
Mannequin ^⑦	12 773	15	5	2	302
Cup ^⑧	7 825	12	5	2	103

①物体,②点数,③栅格大小,④步进立方体大小,⑤猫,⑥零件,⑦人头,⑧酒杯.

4 讨论

4.1 关于 ρ -密度

设定 ρ -密度主要是为了度量一定的区域是否为真实的边界(孔洞), ρ -密度根据测量点集自动计算,其值取为 X 中任意一点与其他点间最小距离的最大值,即

$$\rho = \text{Max}(d(x_i, X - x_i)), \quad x_i \in X.$$

若已知曲面 M 为封闭曲面, ρ -密度也可取一个大值,以避免“undefine”情况的产生.

4.2 关于 k -近邻

本文的算法将邻近点个数 k 作为输入参数, k 的选取关系到产生的切平面的品质、算法的效率,也关系到 Riemannian 图的遍历. k 取得过大,则在曲率较大而测点又不十分密集均匀的情况下,会使切平面受到非当前局部区域测点的影响. k 取得过小,切平面会受到测量噪声的影响,而且 Riemannian 图的连通度过低,不利于法矢方向的传播.在实践中,将 k 取为 8~15 个,一般都能取得较好的效果.

4.3 关于算法复杂性

本文的算法的各个主要步骤的标准时间复杂性为:(1) 计算一个点的 k -近邻为 $O(n + k \log n)$;(2) 遍历 Riemannian 图为 $O(n^2)$;(3) 计算给定点的最近切平面为 $O(n)$.

由于本文采用了空间划分策略,因而使得算法的效率大为提高.以图4所示的机械零件为例,仅生成 4 102 个点的 12-近邻这一步,如果不采用空间划分算法,需要 26 分钟,而采用 $13 \times 13 \times 35$ 的栅格对数据空间进行划分,运行这一步只需要 3 秒.用于空间划分的立方体栅格的大小,对算法效率有较大的影响.一般来说,栅格小时效率较高,但栅格过小,将找不到足够的邻近点,因此需要在二者之间进行平衡.一般取栅格边长略大于步进立方体边长.

另外,本文用 x_i 直接作为切平面 $Tp(x_i)$ 的中心,不必重新计算切平面中心的 k -近邻和新的 Riemannian 图,从而进一步提高了算法的效率.

5 结论与展望

本文提出的算法只需要物体表面上的散乱点集,不需事先给出测点法矢、曲面边界等附加信息.算法可以重构具有任意拓扑的几何外形.提出了一个简单高效的空間划分算法,大大提高了算法的效率.采用新的方法计算切平面,不但进一步提高了效率,而且改善了曲面边界及尖锐棱边区域的重建效果.本文还提出并解决了法矢方向传播中可能出现的局部“孤岛”问题.该算法已在 ACIS[®]几何平台上实现,应用实例表明,算法效果良好.

由于目前在大多数 CAD 系统中曲面的标准形式是 NURBS(non-uniform rational B-Spline),

这就使得 CAD 系统中的许多操作是针对样条曲面的. 为了进一步提高重构曲面的光顺性和存储效率, 同时与目前通用的 CAD 系统相兼容, 我们下一步将研究任意拓扑网格面基础上的光滑 B-样条曲面拟合问题.

References:

- [1] Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., *et al.* Surface reconstruction from unorganized points. *Computer Graphics*, 1992, 26(2): 71~78.
- [2] Guo, B. Surface reconstruction: from points to spline. *Computer Aided Design*, 1997, 29(4): 269~277.
- [3] Bajaj, C. L., Bernardini, F., Xu, G. Automatic reconstruction of surfaces and scalar fields from 3D scans. *Computer Graphics*, 1995, 29(Siggraph'95): 109~118.
- [4] Chen, X. Surface modeling of range data by constrained triangulation. *Computer Aided Design*, 1994, 26(3): 632~645.
- [5] Gu, P., Yan, X. Neural network approach to the reconstruction of freeform surfaces for reverse engineering. *Computer Aided Design*, 1995, 27(1): 59~64.
- [6] Ruprecht, D., Nagel, R., Müller, H. Spatial free-form deformation with scattered data interpolation methods. *Computer and Graphics*, 1995, 19(1): 63~71.
- [7] Witkin, A., Welch, W. Fast animation and control of nonrigid structures. *Computer Graphics*, 1990, 24(4): 243~252.
- [8] Shi, Li-ping. Research and application of visualization of 3D data field in reverse engineering [MS. Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1999 (in Chinese).
- [9] Jiang, Chang-jin. Scientific Calculation and C Program Library. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 1998 (in Chinese).
- [10] Xiao, Wei-shu. Graph Theory and the Algorithm. Beijing: Aeronautics Industrial Press, 1999 (in Chinese).
- [11] Zhou, C., Shu, R., Kankanhalli, M. S. Handling small features in isosurface generation using marching cubes. *Computer and Graphics*, 1994, 18(6): 845~848.

附中文参考文献:

- [8] 史力平. 三维数据场可视化技术在逆向工程中的应用研究[硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 1999.
- [9] 蒋长锦. 科学计算和 C 程序集. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1998.
- [10] 肖位枢. 图论及其算法. 北京: 航空工业出版社, 1993.

Algorithmic Research on Surface Reconstruction from Dense Scattered Points*

ZHOU Ru rong, ZHANG Li yan, SU Xu, ZHOU Lai-shui

(CAD/CAM Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

E-mail: ehhzly@public1.ptt.js.cn; rrzhou@public1.ptt.js.cn

Abstract: Surface reconstruction from dense scattered points is of great importance in a variety of situations such as reverse engineering for mechanical products, computer vision and of biomedical images from two-dimensional contours. In this paper, the authors present an algorithm to automatically reconstruct triangular grid representation of a surface from scattered points. The source data may include no additional information other than coordinates of the measured points. In the algorithm, tangent plane of the surface at each point is first calculated according to the point and its neighbor points. In an optimized sequence, normal vectors of the tangent planes are oriented to the outside of the surface. Finally, marching cube method is used to output the triangular representation of the surface. The method put forward to calculate the tangent plane not only promotes the efficiency but also improves the reconstruction effect, especially in the boundary areas and/or sharp arrises. The problem of 'isolated island' probably encountered in normal vector propagation is settled. The spatial partitioning scheme put forward in the paper greatly improves the efficiency of the algorithm. Results of the examples show that the algorithm is satisfying.

Key words: reverse engineering; surface reconstruction; cloud data; spatial partition

* Received July 9, 1999; accepted October 25, 1999

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 59905013; the National High Technology Development Program of China under Grant No. 863-511-942-022; the Key Sci-Tech Project of the National 'Ninth Five-Year-Plan' of China under Grant No. 96-A01-01-05; the Sci-Tech Project of the 'Ninth Five-Year-Plan' of Jiangsu Province of China under Grant No. G98017-3