

# 部分密钥托管的监听体制\*

蒋绍权 张玉峰

(中国科学技术大学研究生院信息安全国家重点实验室 北京 100039)

E-mail: jiangshq@hotmail.com

**摘要** 在(部分)密钥托管中,监听阶段是一个关键阶段.因此,如何安全而有效地实施监听是一个重要的问题.按照以前的监听方案,用户被监听后,他的整个私钥就暴露了.这对于诚实守信的用户来说是不公平的.该文提出部分密钥托管中的监听方案.在这个方案下,即使用户被监听多次,其托管密钥也不会受到危害.

**关键词** 监听方案,托管代理,监听机构,密钥,安全性.

**中图法分类号** TP309

1995年,Shamir提出部分密钥托管的方案,其目的是为了在监听时延迟恢复密钥,从而阻止了政府大规模实施监听事件的发生.所谓部分密钥托管,就是把整个私钥 $c$ 分成两个部分 $x_0$ 和 $a$ ,使得 $c=x_0+a$ ,其中 $a$ 是小比特数, $x_0$ 是被托管的密钥. $x_0$ 被分成许多份子密钥,它们分别被不同的托管机构托管,只有足够多的托管机构合在一起才能恢复 $x_0$ .监听机构在实施监听时依靠托管机构只能得到 $x_0$ ,要得到用户的私钥 $c$ ,就需穷搜出 $a$ .

从上面的描述可以看出,一旦监听机构对某个用户实施监听后,他就知道了用户的私钥 $c$ .这样,用户不得不重新申请密钥.这对诚实合法的用户来说是不公平的.对于一般的托管系统,这样的麻烦同样存在.我们称此为监听问题.M. Bellare, Y. Desmedt 和 J. Seberry<sup>[1]</sup>提出了一个新的托管体制,避免了这样的问题.但对于部分密钥托管来说,还没有解决方案.本文针对一个典型的部分密钥托管方案<sup>[2]</sup>,构造了一个监听方案.在这个方案下,用户的私钥不被暴露.若监听机构想再次监听同一用户时,他必须依靠同样多的托管机构.

## 1 部分密钥托管系统

下面是本文将用到的参数: $T_i$ 代表第 $i$ 个托管代理; $n$ 代表托管代理 $T_i$ 的总数; $l$ 代表诚实代理 $T_i$ 的数目; $t$ 代表托管门限(假定 $l \geq t+1$ ); $p$ 是大素数, $q$ 是大素数且 $q|p-1$ ; $\gamma$ 和 $\beta$ 是 $Z_p$ 中的 $q$ 阶元,且 $\log_q \beta$ 未知(两个人独立秘密产生 $\gamma, \beta$ 即可); $d$ 代表未经托管的部分私钥 $a$ 的长度.

### 1.1 典型的部分密钥托管系统

在这节,我们首先介绍一个典型的托管系统,其内容除托管代理验证部分(式(2)~(4))外都来自文献<sup>[2]</sup>,更多的托管方面的知识可以参考文献<sup>[3,4]</sup>.

(1) 用户 $A$ 随机选择 $c \in F_q^*$ ,计算 $Y = \beta^c$ ,并公开 $Y$ .

(2) 用户 $A$ 随机选取 $d+2$ 个数: $a, u, u_0, \dots, u_{d-1} \in F_q$ ,其中 $a = \sum_{i=0}^{d-1} a_i 2^i, a_i \in \{0,1\}$ .

计算 $x_0 = c - a \pmod q, X = \beta^{x_0} \gamma^a \pmod p, A_i = \beta^i \gamma^{u_i} \pmod p, i=0,1, \dots, d-1, w = u + \sum_{i=0}^{d-1} u_i 2^i$ ,把 $X, A_i, w, i=0,1, \dots, d-1$ 传给每个托管机构.

(3) 托管机构验证: $Y \gamma^w = X \prod_{i=0}^{d-1} A_i^i$ 是否成立.若成立,则进行比特协议<sup>[4]</sup>;若不成立,则让用户重传数据,直

\* 作者蒋绍权,1972年生,硕士,主要研究领域为密码学.张玉峰,1976年生,硕士,主要研究领域为密码学.

本文通讯联系人:蒋绍权,成都610041,成都622信箱220分箱

本文1999-04-05收到原稿,1999-07-20收到修改稿

到这个等式成立为止. 在一切验证通过后, 公开  $X$ .

(4) 用户  $A$  构造多项式  $f(x) = x_0 + \sum_{i=1}^t f_i x^i \in Z_q[x], v(x) = u + \sum_{i=1}^t v_i x^i \in Z_q[x]$ , 其中  $v_i, f_i (1 \leq i \leq t)$  随机取自  $F_q$ , 计算

$$s_i = v(i), x_i = f(i) \pmod q, i = 1, \dots, n, \tag{1}$$

$F_i = \beta^{x_i} \gamma^{s_i}, i = 1, \dots, n$ . 公开  $F_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 并把  $(s_i, x_i)$  秘密传给托管代理  $T_i$ .

(5) 第  $i$  个托管机构  $T_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 计算矩阵  $(b_{ij})_{0 \leq i < n, 1 \leq j \leq n} = ((i+1)^{j-1})^{-1}$ , 验证下面几式是否成立:

$$F_i = \beta^{x_i} \gamma^{s_i}, \tag{2}$$

$$X = \prod_{i=1}^n F_i^{b_i}, \tag{3}$$

$$\prod_{i=1}^n F_i^{b_j} = 1, j = t+1, \dots, n-1. \tag{4}$$

若成立, 则密钥申请成功; 否则, 让用户重传数据, 直到成功为止.

### 1.2 用户间的通信

这一节我们假定用户  $A$  和  $B$  按如下方式进行通信<sup>[2]</sup>.

(1)  $B$  随机选取  $\tau \in (0, q), K \in Z_p$ , 计算  $y_1 = \beta^\tau \pmod p$  和  $y_2 = KY^\tau \pmod p$ , 令  $LEAF = (y_1, y_2)$ , 以会话密钥  $K$  加密明文  $M$  为  $C = E(M, K)$ , 将  $(LEAF, C)$  传给  $A$ .

(2)  $A$  计算  $K = y_2 (y_1^q)^{-1} \pmod p$ , 解出  $M = D(C, K)$ .

## 2 监听方案

这一节介绍我们的监听方案. 我们将证明该方案基于离散对数难题<sup>[3]</sup>和 Diffie Hellman 难题<sup>[4]</sup>是安全的. 本节所用符号与前面保持一致.

### 2.1 监听方案

(1) 监听机构随机指定  $t+1$  个代理, 不妨设为  $T_{j_1}, T_{j_2}, \dots, T_{j_{t+1}}$ , 分别执行步骤(2)~(8).

(2)  $T_i$  计算  $B_i = \beta^{s_i} \pmod p$ , 将  $(B_i, s_i)$  传给监听机构.

(3) 监听机构验证

$$B_i = F_i \gamma^{-s_i} \pmod p \text{ 是否成立.} \tag{5}$$

若成立, 则接受  $B_i$ ; 否则, 进行步骤(9).

(4) 监听机构随机选取  $\lambda_1, \lambda_2 \in Z_q^*$ , 计算  $\theta_1 = \beta^{\lambda_1} \gamma^{\lambda_2}$  到底  $\pmod p$ , 把  $\theta_1$  传给  $T_i$ .

(5)  $T_i$  计算  $\bar{\theta}_1 = \theta_1^{s_i}$ , 并把  $\bar{\theta}_1$  传给监听机构.

(6) 监听机构随机选取  $\lambda_3, \lambda_4 \in Z_q \setminus \{0\}$ , 使  $\lambda_1 \lambda_4 \neq \lambda_2 \lambda_3$ , 计算  $\theta_2 = \beta^{\lambda_3} \gamma^{\lambda_4}$ , 并传给  $T_i$ .

(7)  $T_i$  计算  $\bar{\theta}_2 = \theta_2^{s_i}$ , 把它传给监听机构.

(8) 监听机构计算

$$\begin{pmatrix} \bar{\lambda}_1 & \bar{\lambda}_2 \\ \bar{\lambda}_3 & \bar{\lambda}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \end{pmatrix}^{-1} = (\lambda_1 \lambda_4 - \lambda_2 \lambda_3)^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_4 & -\lambda_2 \\ -\lambda_3 & \lambda_1 \end{pmatrix} \pmod q, \text{ 验证} \\ B_i = \bar{\theta}_1^{\bar{\lambda}_3} \bar{\theta}_2^{\bar{\lambda}_4} \tag{6}$$

是否成立, 若成立, 则计算

$$z_i = \bar{\theta}_1^{\bar{\lambda}_3} \bar{\theta}_2^{\bar{\lambda}_4} \pmod p. \tag{7}$$

(9) 若有某代理在步骤(3)或步骤(8)的验证中没被通过, 则另选一个代理代替之, 并重复步骤(2)~(8). 直到有  $t+1$  个代理通过步骤(3)~(8)为止(由于诚实代理数  $l \geq t+1$ , 故一定存在这样的  $t+1$  个代理), 不妨仍设这  $t+1$  个代理为  $T_{j_1}, T_{j_2}, \dots, T_{j_{t+1}}$ .

$$(10) \text{ 监听机构计算 } \begin{bmatrix} 1 & j_1 & \dots & j'_1 \\ 1 & j_2 & \dots & j'_2 \\ & & \dots & \\ 1 & j_{i+1} & \dots & j'_{i+1} \end{bmatrix}^{-1} \pmod q \text{ 的第 } 1 \text{ 行, 记作 } (b'_{j_1}, \dots, b'_{j_{i+1}}), \text{ 计算}$$

$$\eta = Y \left( \prod_{k=1}^{i+1} B'_{j_k} \right)^{-1} \pmod p, \quad (8)$$

穷搜出  $a$ , 使得  $\eta + \beta^a$ , 计算出会话密钥

$$K = y_2 \left( \prod_{k=1}^{i+1} z'_{j_k} \right)^{-1} y_1^{-a}, \quad (9)$$

并用  $k$  解出明文  $M = D(C, K)$ .

### 2.2 新方案的可行性与安全性

这一节我们将证明体制的可行性与安全性.

可行性是指若所有的参加者是诚实的, 则能成功实施监听.

安全性是指: (1) 体制是可验证的. 不诚实的用户或托管机构将被查出; (2) 用户被监听后, 他的私钥  $c$  没有暴露.

#### 2.2.1 可行性

我们将证明若所有的参加者是诚实的, 则能成功实施监听. 事实上, 只需保证式(5)和式(6)的验证以及式(7)中的  $z_i$ , 式(8)中的  $\eta$ , 式(9)中的  $K$  的正确性.

(1) 式(5)中,  $F_i Y^{-c_i} = \beta^{x_i} Y^{-c_i} = \beta^{x_i}$ , 故式(5)成立.

(2) 对于式(6),  $\bar{\theta}_1 = \theta_1^c = \beta^{\lambda_1} \tau_i, \bar{\theta}_2 = \theta_2^c = \beta^{\lambda_2} \tau_i = \beta^{\tau_i(\lambda_1, \lambda_2)(1, \tau_i)^T}, \bar{\theta}_3 = \theta_3^c = \beta^{\lambda_3} \tau_i, \bar{\theta}_4 = \theta_4^c = \beta^{\tau_i(\lambda_3, \lambda_4)(1, \tau_i)^T}$ . 故  $\bar{\theta}_1^c \bar{\theta}_2^c = \beta^{\tau_i(\lambda_1, \lambda_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \end{pmatrix} (1, \tau_i)^T}$ . 由于  $\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_4 \end{pmatrix}^{-1} = I_2$ , 所以,  $\bar{\theta}_1^c \bar{\theta}_2^c = \beta^{\tau_i(0, 1)(1, \tau_i)^T} = \beta^{\tau_i} = B_i$ , 因此, 式(6)成立.

(3) 现在来计算  $z_i$ , 与(2)类似,  $\bar{\theta}_3^c \bar{\theta}_4^c = \beta^{(0, 1)(1, \tau_i)^T} z_i = \beta^{\tau_i} z_i = y_1^{\tau_i}$ , 所以,  $z_i = y_1^{\tau_i}$ .

(4) 由  $x_i = f(i)$  可知,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & n & \dots & n^{n-1} \end{pmatrix} (x_0 f_1 \dots f_i 0 \dots 0)^T. \quad (10)$$

设通过监听体制的代理为  $T_{j_1}, \dots, T_{j_{i+1}}$ , 因而

$$\begin{pmatrix} x_{j_1} \\ x_{j_2} \\ \vdots \\ x_{j_{i+1}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & j_1 & \dots & j'_1 \\ 1 & j_2 & \dots & j'_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & j_{i+1} & \dots & j'_{i+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_i \end{pmatrix}.$$

令  $\begin{pmatrix} 1 & j_1 & \dots & j'_1 \\ 1 & j_2 & \dots & j'_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & j_{i+1} & \dots & j'_{i+1} \end{pmatrix}^{-1}$  的第 1 行为  $(b'_{j_1}, \dots, b'_{j_{i+1}})$ , 则  $x_0 = \sum_{k=1}^{i+1} b'_{j_k} x_{j_k}$ , 所以,  $\beta^{x_0} = \prod_{k=1}^{i+1} (\beta^{x_{j_k}})^{b'_{j_k}} = \prod_{k=1}^{i+1} B'_{j_k}$ . 因此,  $\eta = Y \beta^{-x_0} = \beta^a$ .

(5) 由于有  $z_i = \beta^{x_i}$  及式(10), 我们有

$$\prod_{k=1}^{i+1} z'_{j_k} = \prod_{k=1}^{i+1} \beta^{b'_{j_k} x_{j_k}} = \beta^{x_0} = y_1^{x_0}, \text{ 所以, } y_2 \left( \prod_{k=1}^{i+1} z'_{j_k} \right)^{-1} y_1^{-a} = y_2 y_1^{-x_0} y_1^{-a} = K.$$

#### 2.2.2 安全性

现在, 我们来考虑体制的安全性. 首先, 通过了步骤(3)~(8)的代理, 则不可能有欺骗.

(1) 我们先证明(2)~(4)式的安全性. 由于  $\log_p \gamma$  未知, 由离散对数难题, 它们等价于  $\sum_{i=1}^n x_i b_{0i} = x_0, \sum_{i=1}^n x_i b_{ji} = 0, \sum_{i=1}^n s_i b_{0i} = u$  及  $\sum_{i=1}^n s_i b_{ji} = 0, j = t+1, \dots, n-1$ . 令  $\sum_{i=1}^n s_i b_{ji} = \tilde{v}_j, \sum_{i=1}^n x_i b_{ji} = \tilde{f}_j, j = 1, \dots, t$ , 则把这几个等式写成矩阵形式就是:

$$\begin{pmatrix} b_{01} & b_{02} & \dots & b_{0n} \\ b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n-1,1} & b_{n-1,2} & \dots & b_{n-1,n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 & \tilde{f}_1 & \dots & \tilde{f}_t & 0 & \dots & 0 \\ u & \tilde{v}_1 & \dots & \tilde{v}_t & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}^T, \text{即}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & s_1 \\ x_2 & s_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & s_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & n & \dots & n^{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 & \tilde{f}_1 & \dots & \tilde{f}_t & 0 & \dots & 0 \\ u & \tilde{v}_1 & \dots & \tilde{v}_t & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}^T.$$

也就是说,  $s_i, x_i, i = 1, 2, \dots, n$  的计算是合法的.

如上所述, 若数据  $B$  只能按第 2~4 的协议所述的步骤方法从  $A$  得到, 而不能伪造, 则我们称数据  $B$  匹配于数据  $A$ .

由于式(3)、式(4)验证有效, 故  $X$  和  $F_i$  中  $(x_i, s_i)$  匹配于  $(x_0, u) (i = 1, 2, \dots, n)$ , 又由于比特协议验证了  $a$  是  $d$  比特数, 故  $(x_0, a)$  匹配于  $c$ .

(2) 步骤(3)及步骤(8)验证通过的  $T_i$  不可能欺骗. 由于式(2)式验证了  $F_i$  匹配于  $(x_i, s_i)$ , 故  $T_i$  掌握真实的分享密钥; 另一方面, 由于  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  是随机的,  $\theta_1, \theta_2$  可以独立、随机、均匀地选取于乘法群  $\langle \beta \rangle$ , 故  $T_i$  要构造步骤(8)中的  $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2$ , 只可能从  $B_i$  中得到信息, 使得

$$B_i = \theta_1^{\tilde{\lambda}_1} \theta_2^{\tilde{\lambda}_2}. \tag{*}$$

情形 1.  $T_i$  在步骤(2)中使用  $\tilde{s}_i \neq s_i$ , 则为了通过步骤(3)的验证, 必须计算  $B_i = \beta^{x_i} \gamma^{1-\tilde{s}_i}$ , 由于离散对数  $\log_p \beta$  未知, 故不可能知道  $\tilde{x}_i$ , 所以, 若构造了 (\*), 其构造必满足 (i)  $\tilde{\theta}_1 = \theta_1^{\tilde{\lambda}_1}$ , 或 (ii)  $\tilde{\theta}_1 \neq \theta_1^{\tilde{\lambda}_1}, \tilde{\theta}_2 \neq \theta_2^{\tilde{\lambda}_2}$ ; (i) 要求能求出  $\text{mod } p$  的离散对数, 但这不可能; (ii)  $P(\text{成功构造 } \tilde{\theta}_1 \neq \theta_1^{\tilde{\lambda}_1}, \tilde{\theta}_2 \neq \theta_2^{\tilde{\lambda}_2} \text{ 满足 } (*)) \leq P(\text{成功构造 } \tilde{\theta}_1 \neq \theta_1^{\tilde{\lambda}_1}, \tilde{\theta}_2 \neq \theta_2^{\tilde{\lambda}_2} \text{ 满足 } (*)) | \tilde{x}_i = P(\text{成功构造 } \theta' (\neq 1), \theta'' (\neq 1), \theta'^{\lambda_1} = \theta''^{\lambda_2}, \text{ 由于 } (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2) = (\lambda_1 \lambda_4 - \lambda_2 \lambda_3)^{-1} (\lambda_4, -\lambda_2) \text{ mod } q, \text{ 故此概率为 } P(\text{成功构造 } \theta' (\neq 1), \theta'' (\neq 1), \theta'^{\lambda_1} = \theta''^{\lambda_2}, \text{ 但由离散对数难题 } T_i \text{ 从 } \theta_1, \theta_2 \text{ 得不到 } \lambda_4, \lambda_2 \text{ 之间关系的信息; 故此概率为 } 1/q.$

情形 2. 当  $\tilde{s}_i = s_i$  时, 构造 (\*), 使  $\tilde{\theta}_1 \neq \theta_1^{\tilde{\lambda}_1}$  或  $\tilde{\theta}_2 \neq \theta_2^{\tilde{\lambda}_2}$ , 等价于构造  $\theta', \theta'' \neq 1$  使  $\theta'^{\lambda_1} = \theta''^{\lambda_2}$ , 与情形 1 中(ii)的后一部分证明类似, 这也是不可行的.

下面的两个定理说明:

(a)  $x_0$  安全的. (b) 用户间的通信是安全的.

定理 1.  $x_0$  没有泄露.

证明: 在整个监听过程中, 监听机构至多获得  $\beta^{x_0}$ , 而从  $\beta^{x_0}$  算出  $x_0$  是困难的.

定理 2. 如果少于  $t+1$  个代理参与监听方案, 监听机构要想成功地算出会话密钥  $K$ , 在计算上是不可行的.

证明: 假定命题不对, 通过  $J$  次对某用户监听后, 监听机构至多得到了  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_J, \beta, \beta^{x_0}, \dots, \beta^{x_n}$ , 实施第  $J+1$  次监听时, 他必须从  $\beta^r, \beta^{r_1}, \dots, \beta^{r_n}$  中计算出  $\beta^{r_0}$ , 注意: 产生  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的多项式  $f(x)$  是随机的、未知的, 而随机选择  $\beta^{r_1}, \dots, \beta^{r_n}$  可以决定  $f(x)$ , 并且  $f(x)$  对监听机构来说也是随机的, 故问题等价于从  $\beta, \beta^r, \beta^{x_0}$  中计算出  $\beta^{r_0}, r$  是随机的, 故等价于从  $\beta, y, \beta^{x_0}$  中计算出  $y^{x_0}$ , 这里,  $\beta, y$  独立; 这在计算上是不可行的.

### 3 结束语

本文注意并解决了一个广为人忽视但又十分重要的问题, 即如何才能使用户在被监听后, 能安全地使用密钥. 由于  $a$  的比特数  $d$  是可以调整的, 故体制的有效性也得到了保证. 若监听中产生欺骗, 由于我们的监听方案防止

了来自托管代理的欺骗,故欺骗者只可能是用户.

**致谢** 作者衷心感谢导师戴宗铎教授的热忱关心与支持.

#### 参考文献

- 1 Burmester M, Desmedt Y, Seberry J. Equitable key escrow with limited time span (or how to enforce time expiration cryptographically). In: Pei Ding-yi ed. *Advances in Cryptology-Asiacrypt'98*. LNCS 1514, New York: Springer-Verlag, 1998. 380~391
- 2 Bellare M, Goldwasser S. Verifiable Key escrow. In: *Proceedings of the 4th Annual Conference on Computer and Communications Security*. New York: ACM Press, 1997
- 3 Diffie, Hellman W M E. New direction in cryptography. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1976, IT-22(6): 644~654
- 4 Elgamal T. A subexponential-time algorithm for computing discrete algorithms over  $GF(q^2)$ . *IEEE Transactions on Information Theory*, 1985, IT-31(4): 473~481

## Partial Key Escrow Monitoring Scheme

JIANG Shao-quan ZHANG Yu-feng

(State Key Laboratory of Information Security Graduate School University of Science and Technology of China Beijing 100039)

**Abstract** During (partial) key escrow, monitoring is a vital phase. So how to monitor a user safely and efficiently is a very important problem. According to the known monitoring schemes, after a user is monitored, his secret key is known. It is unfair to an honest user. In this paper, the authors propose a monitoring scheme of a typical partial key escrow scheme. In this scheme, the escrowed key of a user is not compromised even if the user has been monitored for many times.

**Key words** Monitor scheme, trustee, law enforce agency, secret key, security.