

基于 VLIW 体系结构的流相关分析^{*}

容红波 汤志忠

(清华大学计算机科学与技术系 北京 100084)

E-mail: ronghb@mail.cic.tsinghua.edu.cn/tzz-dcs@tsinghua.edu.cn

摘要 流相关是影响 VLIW(very long instruction word)结构上的循环调度的一个关键因素. 目前的研究未利用 VLIW 的锁步特性. 利用这一性质, 围绕着包含这一概念, 本文为 VLIW 结构上的流相关分析提出了一个完整的数学模型, 发现体间流相关集合可划分为若干不相交的线序集合, 存在且仅存在一个独立的、全包含的流相关集合(基), 使其他所有流相关都不必要. 该模型允许多周期操作和条件分支. 该结果可作为研究 VLIW 的数学基础, 也可用于工程实践.

关键词 VLIW, 数据相关, 流相关, 循环, 路径.

中图法分类号 TP302

数据相关是并行处理的基本依据和前提条件. 数据相关性分析的成果虽然很多^[1~3], 但针对 VLIW(very long instruction word)这一特定结构的工作却一直未见报道. 目前, 在 VLIW 上调度循环, 如软件流水^[4]等, 都使用基于向量机的传统的数据相关性分析方法, 然而, 本文说明, VLIW 独特的结构使其数据相关性分析具有与众不同的特点.

如何开发循环体间的并行性是 VLIW 研究的热点. 循环调度必须满足数据相关约束.

存在 3 种数据相关: 流相关、反相关和输出相关. 其中, 只有流相关是真正的相关, 不能用简单的变换来消除. 反相关和输出相关可以用重命名或拷贝来消除^[4].

流相关可以进一步分为体内和体间流相关. 对于 VLIW, 我们感兴趣的主要是最内层循环的体间流相关.

在一定条件下, 一些流相关可以使另外一些流相关成为冗余. 从这一事实出发, 本文抽象出“包含”这一概念. 围绕这个概念, 本文提出了一个针对 VLIW 结构的完整的流相关, 尤其是体间流相关分析的数学模型, 并指出:

- (1) 体间流相关集合可被划分为若干不相交的线序集合.
- (2) 有且仅有一个最小的体间流相关的集合, 使其他流相关均无效.

我们以前的研究^[5]提出了 VLIW 上流相关的基本性质. 它假定任何操作都是单周期的, 且循环无分支. 本文将它推广到一般情况.

本文假定:

- (1) 所有处理器/功能单元锁步操作, 一个周期一条长指令. 这是 VLIW 的基本特征^[6].
- (2) 每条路径的操作具有相对固定的位置. 由于这一限制, 本文的结果只能用于相关图中的强连通块(为最小化启动间距而优先地、紧密地调度, 次序在列表调度之前确定). 这一条件将在以后的研究中加以放宽.

本文第 1 节给出基本定义. 第 2 节讨论两个流相关之间的包含关系. 第 3 节讨论两个流相关集合之间的包含关系. 第 4 节证明基的存在性和唯一性. 最后给出一个例子.

* 本文研究得到国家自然科学基金(No. 69773028)资助. 作者容红波, 1972 年生, 博士生, 主要研究领域为并行算法, 并行体系结构. 汤志忠, 1946 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算机并行算法, 并行优化编译.

本文通讯联系人: 容红波, 北京 100084, 清华大学计算机科学与技术系

本文 1999-03-05 收到原稿, 1999-06-08 收到修改稿

1 基本定义

定义 1.1. 控制流图 $G=(V,E)$ 是一个有向图,其中,节点代表操作,边 $u \rightarrow v$ 代表从节点 u 到 v 的一个可能的控制流.集合 V 包含两个特殊节点:START 和 END.START 没有前驱节点,可从它到达任一节点;END 没有后继节点,可从任一节点到达它.循环是控制流图中的一个回路.对于 VLIW 结构,主要令人感兴趣的是最内层循环.所以不失一般性,我们讨论单层循环,即:一个穿过 START 和 END 的不含其他回路的回路.

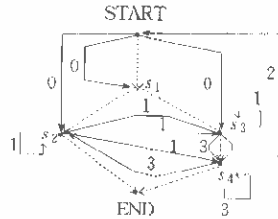
定义 1.2. 循环的控制流图含有一个路径集合: $\{T_0, T_1, \dots, T_n\}$. 一个路径 $T_u, u=0, 1, \dots, n$ 是一个从 START 到 END 的不同操作的序列:START, $s_1, s_2, \dots, s_k, \text{END}$, 其中 $(\text{START}, s_1), (s_1, s_2), \dots, (s_k, \text{END}) \in E$. 换言之,路径是在某些输入数据下可能得以连续执行的不重复的操作序列.

路径 T_u 可以被压缩^[5]为另一个序列 $OP_{u,0}, OP_{u,1}, \dots, OP_{u,m}$, 而数据相关和资源兼容依然保持,其中,每个 $OP_{u,i}$ 是由 T_u 中的不相关操作组成的集合.在压缩中,循环体内流相关和硬件流水线的作用需要考虑.本文对此不作讨论.

路径是否被压缩对我们的结果没有影响.下面,我们用符号“OP”代表一个集合,该集合由一些在同一周期启动的不相关操作组成.如果路径 T_u 需要 k 周期执行完毕,我们可以将其从第 1 个周期到最后一个周期改写为 $OP_{u,0}, OP_{u,1}, \dots, OP_{u,k-1}$. 在运行时,如果第 x 个循环体执行了路径 T_u , 那么用 $OP_{u,i}$ 表示该循环体中的操作 $OP_{u,i}, i=0, 1, \dots, k-1$.

在图 1 的例子中,源程序有两条路径 T_0 和 T_1 . T_1 共需 5 个周期时间,所以被重写为 $OP_{1,0}, OP_{1,1}, OP_{1,2}, OP_{1,3}, OP_{1,4}, OP_{1,5}$. 注意, $OP_{1,2}$ 是两个不相关操作 END 和 s_3 组成的集合.

```
FOR I=1 TO N DO
START: X=A[I+1]+B[I]
s1: IF(X>0) THEN
s2: A[I+1]=X*A[I]
ELSE
s3: A[I+1]=X/A[I]
s4: A[I+3]=A[I]+1
ENDIF
END: H[I]=B[I]*2
ENDXO
```



Cycle	T_0		T_1	
	Node	OP	Node	OP
0	START	$OP_{0,0}$	START	$OP_{1,0}$
1	s_1	$OP_{0,1}$	s_1	$OP_{1,1}$
2	s_2	$OP_{0,2}$	END, s_3	$OP_{1,2}$
3	END	$OP_{0,3}$	s_4	$OP_{1,3}$
4	NOP	$OP_{0,4}$	NOP	$OP_{1,4}$
5	NOP	$OP_{0,5}$		

latencies: * : 3 cycles, + : 1 cycles (1) Dotted lines: control flow; Solid lines: flow (1) 虚线:控制流;实线:流相关;实线上面的是体差. (1) 时延: * : 3 周期, + : 1 周期. (1) 虚线:控制流;实线:流相关;实线上面的是体差.

(a) Source program (a) 源程序

(b) Control flow and data dependence graph (showing only flow dependences) (b) 控制流图与数据相关图(仅示意了流相关)

(c) The traces (c) 路径

Fig. 1 Example 图1 例子

定义 1.3. 流相关 $A: (OP_{u,i} \rightarrow OP_{v,j}, c, d)$ 表示一个从 $OP_{u,i}$ 到 $OP_{v,j}$ 的读写相关. $OP_{u,i}$ 和 $OP_{v,j}$ 分别称作 A 的尾和头. 参数 c 表示: 在 $OP_{u,i}$ 启动至少 c 个周期后, $OP_{v,j}$ 才可以启动. 参数 d 是体差, 为非负整数.

如果 $d=0, A$ 是一个体内相关; 否则是体间相关. 因为在路径形成后, 体内流相关没有用处, 且本文只讨论流相关. 为叙述简单起见, 下面所讲的任何“相关”均默认为体间流相关.

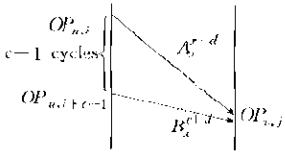
注意, 上述相关的定义与传统定义^[4]有些不同. 这里, 一个相关必须指出它的头和尾属于哪条路径. 因为一个 OP 可能在几个路径之中, 所以一个传统定义的相关可能对应于此处定义的几个相关. 例如, 节点 START (如图 1(b)所示) 在路径 T_0 和 T_1 上, 所以, 传统定义的从节点 s_4 到节点 START 的相关 $(s_4 \rightarrow \text{START}, 1, 2)$ 将对应于此处定义的两个相关: $(OP_{1,3} \rightarrow OP_{0,0}, 1, 2)$ 和 $(OP_{1,3} \rightarrow OP_{1,0}, 1, 2)$.

下文用 x 和 $x+d$ 表示循环体的序号, x 和 d 都是正整数, 所以总有 $x < x+d$.

定义 1.4. 给定相关 $A: (OP_{u,i} \rightarrow OP_{v,j}, c, d)$, 对于任何 x 和 $x+d$, 在第 x 和第 $x+d$ 个循环体之间, 相关 A 有一个实例, 记作: $A_i^{x+d}: (OP_{u,i}^{x+d} \rightarrow OP_{v,j}^{x+d}, c, d)$. 如果第 x 和 $x+d$ 个循环体分别执行路径 T_u 和 T_v , 并且 $OP_{u,i}^{x+d}$ 的启动时刻比 $OP_{v,j}^{x+d}$ 的启动时刻至少大 c 个周期, 则称 A_i^{x+d} 被满足.

在图 2 中, 从第 x 个循环体的 $OP_{u,i}$ 到第 $x+d$ 个循环体的 $OP_{v,j}$ 有一条连线, 即为 A_i^{x+d} .

The x 'th iteration^① The $x+d$ 'th iteration^②



①第 x 个循环体, ②第 $x+d$ 个循环体.

Fig. 2 c transformation
图2 c 变换

定义 1.5. 对于任何正整数 $i, x, x+d, j, i \leq x < x+d \leq j$, 相关实例 A_i^{c-d} 也称作相关 A 在区间 $[i, j]$ 内的一个实例.

定义 1.6. 对于任何 x 与 $x+d$, 令 S 为一个相关集合, S_1 为一个相关实例的集合. 如果对于所有 $a \in S_1$, 存在 $A \in S$, 使 a 是 A 在区间 $[x, x+d]$ 内的一个实例, 则称集合 S_1 为集合 S 在区间 $[x, x+d]$ 内的一个实例.

定义全集 U 为循环中的所有相关的集合. 对于一个三元组 (d, u, v) , 定义集合 $U_{d,u,v} = \{A | A \in U, A \text{ 的体差为 } d, A \text{ 的尾和头分别在路径 } T_u \text{ 和 } T_v \text{ 上}\}$.

换言之, $U_{d,u,v}$ 是所有具有体差 d 和路径 T_u, T_v 的相关的集合.

相关之间的一个重要关系是包含. 下面围绕这一概念进行讨论.

2 相关之间的包含

定义 2.1. 给定三元组 $(d, u, v), A, B \in U_{d,u,v}$, 如果 A 使 B 不必要, 即: 对于任何 $x, x+d$, 如果 A_i^{c-d} 得以满足, 则 B_i^{c-d} 也自然得以满足, 则称 A 包含 B , 记作 $A \sqsupseteq B$.

定义 2.2. 给定三元组 $(d, u, v), A, B \in U_{d,u,v}$, 如果 $A \sqsupseteq B$ 且 $B \sqsupseteq A$, 则称 A 等于 B , 记作 $A \asymp B$.

定义 2.3. 给定三元组 $(d, u, v), A, B \in U_{d,u,v}$, 如果 $A \sqsupseteq B$, 但 A 不等于 B , 则称 A 真包含 B , 记作 $A \sqsubset B$.

性质 2.1. $\sqsupseteq, \asymp, \sqsubset$ 都有传递性.

包含是对以上 3 种关系 \sqsupseteq, \asymp 和 \sqsubset 的统称, 与集合论中的“包含”不是一回事. 符号 \sqsupseteq, \asymp 和 \sqsubset 用于避免与集合论中的符号 $\supseteq, =$ 和 \subset 混淆. 注意, 上面的定义指出: 两个相关存在包含关系仅当它们具有相同的体差 d 和路径 T_u, T_v .

定理 2.1(c 变换). 给定相关 $A: (OP_{u,i} \rightarrow OP_{v,j}, c, d)$ 和 $B: (OP_{u,i+c-1} \rightarrow OP_{v,j}, 1, d)$, 则 $A \asymp B$.

证明: 如果参数 c 是 $OP_{u,i}$ 的执行时延, 那么显然, $OP_{u,i+c-1}$ 在 $OP_{u,i}$ 的最后一个周期启动. 如果 $OP_{v,j}$ 比 $OP_{u,i}$ 启动晚至少 c 个周期, 则它当然比 $OP_{u,i+c-1}$ 晚至少 1 个周期, 反之亦然. 这意味着 A 等于 B . 事实上, 该结论与参数 c 是否为 $OP_{u,i}$ 的时延无关. 下面是形式化证明.

令 $time(OP)$ 表示 OP 的启动时刻.

先证明 $A \sqsupseteq B$. 对于任意正整数 x , 考虑第 x 和第 $x+d$ 个循环体 (如图 2 所示). 假设 A_i^{c-d} 得以满足, 即

$$time(OP_{u,i}^{c-1}) + c - 1 < time(OP_{v,j}^c).$$

因为

$$time(OP_{u,i}^{c-1}) + c - 1 = time(OP_{u,i+c-1}^0),$$

所以

$$time(OP_{u,i+c-1}^0) < time(OP_{v,j}^c),$$

即 B_i^{c-d} 也得到满足. 由于 $x, x+d$ 是任意的, 所以, $A \sqsupseteq B$.

同理可证 $B \sqsupseteq A$. 因此 $A \asymp B$. □

定理 2.2(平移性质). 给定相关 $A: (OP_{u,i} \rightarrow OP_{v,j}, 1, d)$ 和 $B: (OP_{u,i+c-1} \rightarrow OP_{v,j}, 1, d)$, 如果 $i - j = i' - j'$, 则 $A \asymp B$.

证明利用了 VLIW 结构的锁步特性: 所有功能单元/处理器以锁步方式工作. 证明与我们前期工作中^[2] 中平移性质的证明相似, 此处不再赘述. 图 3 是相应的示意图. 注意, 在图 3 中, A_i^{c-d} 和 B_i^{c-d} 的边是平行的, 因此称上述性质为平移性质.

平移性质表明: 对于 VLIW 结构上的一个相关, 重要的不是其尾与头的绝对位置, 而是它们的相对位置.

由以上两个定理可知, 任何相关 $(OP_{u,i} \rightarrow OP_{v,j}, c, d)$ 都可写成 $(OP_{u,i+c-1} \rightarrow OP_{v,j}, 1, d)$, 于是又可写成 $(OP_{u,i+c-1} \rightarrow OP_{v,i}, 1, d)$. 忽略公共符号, 可以简写为 $(i+c-1-j, d, u, v)$.

定义 2.4. 给定相关 $A: (OP_{u,i} \rightarrow OP_{v,j}, c, d)$, A 可等价地写成 (λ, d, u, v) , 其中 $\lambda = i + c - 1 - j$, 称作 A 的特征值 (characteristic value).

下面,相关不再用 $(OP_{r,i} \rightarrow OP_{r,j}, c, d)$ 的形式表示,而采用 (λ, d, u, v) 的形式表示.

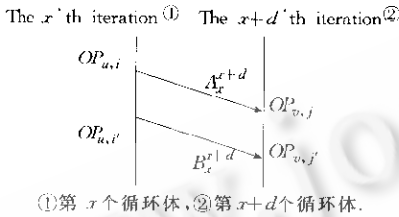
定理 2.3. 给定相关 $A: (\lambda, d, u, v)$ 与 $B: (\lambda_0, d, u, v)$, 则:

- (a) $A \sqsubseteq B \leftrightarrow \lambda_0 \geq \lambda_0$;
- (b) $A \times B \leftrightarrow \lambda_0 - \lambda_0$;
- (c) $A \sqsupset B \leftrightarrow \lambda_0 > \lambda_0$.

推论 2.1. 如果 $A \sqsubseteq B$ 不成立, 则 $B \sqsupset A$.

该定理及其推论的证明与文献[5]中的定理 1 及其推论相似, 因此不再给出.

定理 2.3(a) 意味着 $(U_{d,u,v}, \sqsubseteq)$ 是一个线序集合. 如图 4 所示, 如果 $\lambda_n \geq \lambda_{n-1} \geq \dots \geq \lambda_1$, 则 $A_n \sqsubseteq A_{n-1} \sqsubseteq \dots \sqsubseteq A_1$.



①第 x 个循环体, ②第 $x+d$ 个循环体.

Fig. 3 Translation property
图3 平移性质

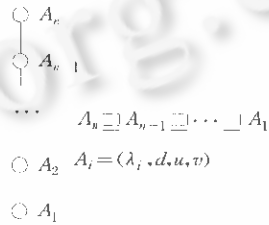


Fig. 4 Linear order
图4 线序

因为所有不同 $U_{d,u,v}$ 的集合组成全集 U , 任意两个不同 $U_{d,u,v}$ 没有共同元素, 我们又有如下定理:

定理 2.4. 全集 U 可被划分为若干不相交的线序子集合. 即 $U = \{U_{d_1, u_1, v_1}, U_{d_2, u_2, v_2}, \dots, U_{d_n, u_n, v_n}\}$, 且对于 $i = 1, 2, \dots, n, (U_{d_i, u_i, v_i}, \sqsubseteq)$ 是一个线序集合.

通过划分, 实际循环中复杂的相关关系立刻简单化了. 对于每个线序子集合, 它的最大元素一定使其他元素都不必要.

定义 2.5. 给定三元组 (d, u, v) , 如果 $U_{d,u,v}$ 不是空集, 则称线序集合 $(U_{d,u,v}, \sqsubseteq)$ 的最大元素为 $U_{d,u,v}$ 的特征相关(characteristic dependence), 记作 $CD_{d,u,v}$. 即令 $\lambda = \max\{\lambda \mid (\lambda, d, u, v) \in U\}$, 则 (λ, d, u, v) 是 $U_{d,u,v}$ 的特征相关.

例如, 如图 4 所示, 如果 $U_{d,u,v} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, 则 A_n 是 $U_{d,u,v}$ 的特征相关.

3 相关集合之间的包含

包含关系不仅存在于两个相关之间, 而且也存在于两个相关集合之间. 下面将上节的概念加以扩充, 以反映这一可能性.

定义 3.1. 令 $A: (\lambda, d, u, v)$ 为一相关, S 为非空相关集合. 如果对于任意 $x, x+d$, 存在集合 S_1, S_1 是 S 在区间 $[x, x+d]$ 内的一个实例, 使得无论第 x 和 $x+d$ 个循环体之间的其他循环体(第 $x+1, x+2, \dots, x+d-1$ 个循环体)执行哪些路径, 总有 S_1 的某些元素得以满足, 并且只要这些元素得以满足, A_x^{x+d} 就自然得以满足, 则称集合 S 包含单元素集合 $\{A\}$, 记作 $S \triangleright \{A\}$.

以图 1 中的循环为例. 其相关列举如图 5(a) 所示. 见图 5(c), 令 $S = \{A_1, A_2, A_7, A_8\}$, 可以证明 $S \triangleright \{A_9\}$. 因为存在 S 的一个实例: $S_1 = \{A_{17}^{x-2}, A_{37}^{x+2}, A_{57}^{x+2}, A_{87}^{x+2}\}$, 当 S_1 的某些元素满足时, A_9^{x+3} 也得以满足.

例如, 如果第 $x+2$ 个循环体执行路径 T_0 , 则相关实例 A_{17}^{x+2} 和 A_{37}^{x+2} 应被满足. 由平移性质, 可将实例平移, 使 A_{17}^{x+2} 和 A_{57}^{x+3} 共享尾, 且 A_{17}^{x+2} 与 A_{37}^{x+2} 头尾相接. 由图 5(c) 容易看出, A_{57}^{x+3} 的头在 A_{17}^{x-2} 的头之下. 这意味着 A_{57}^{x+3} 的特征值小于 $\text{MaxIncluded}(A_{17}^{x-2}, A_{37}^{x+2})$ 的特征值, 所以 A_9^{x+3} 必然被 A_{17}^{x-2} 和 A_{37}^{x+2} 所包含. 函数 MaxIncluded 在文献[5]中有相关的定义.

同理, 如果第 $x+2$ 个循环体执行路径 T_1 , 则只要两个 S_1 中的实例 A_{37}^{x+2} 和 A_{57}^{x+2} 得到满足, A_9^{x+3} 也自然得到满足. 因此, 任何 A_9 的实例必被 S_1 中的实例所包含. 因为 S_1 是 S 的实例, 于是 $S \triangleright \{A_9\}$.

性质 3.1. 令 $A: (\lambda, d, u, v)$ 为一相关, S 为非空相关集合, 且 $S = S_1 \cup S_2$, 其中 S_2 中的元素或者按照 (d, u, v) 的字典序大于 A , 或者虽然 d 相等而 (u, v) 不相等, 即对于所有 $A': (\lambda', d', u', v') \in S_2$, 或者 $(d', u', v') >$

(d_a, u_a, v_a) , 或者 $d_a = d_a$, 但 $(u_a, v_a) \neq (u_a, v_a)$, 则 $S \triangleright \{A\} \Leftrightarrow S_1 \triangleright \{A\}$.

Iteration distance ^①	Traditional form ^②	The 1st form here ^③	The 2nd form here ^④	CD ^⑤	Basis ^⑥
1	$(s_2 \rightarrow s_3, 3, 1)$	$A_1: (OP_{0,2} \rightarrow OP_{1,0}, 3, 1)$	$(2, 1, 0, 1)$	✓	✓
	$(s_2 \rightarrow s_4, 3, 1)$	$A_2: (OP_{0,2} \rightarrow OP_{1,3}, 3, 1)$	$(1, 1, 0, 1)$		
	$(s_3 \rightarrow s_3, 3, 1)$	$A_3: (OP_{1,2} \rightarrow OP_{1,2}, 1, 1)$	$(0, 1, 1, 1)$	✓	✓
	$(s_3 \rightarrow s_4, 3, 1)$	$A_4: (OP_{1,2} \rightarrow OP_{1,3}, 1, 1)$	$(-1, 1, 1, 1)$		
	$(s_3 \rightarrow s_2, 1, 1)$	$A_5: (OP_{1,2} \rightarrow OP_{0,2}, 1, 1)$	$(0, 1, 1, 0)$	✓	
	$(s_2 \rightarrow s_2, 3, 1)$	$A_6: (OP_{0,2} \rightarrow OP_{0,2}, 3, 1)$	$(2, 1, 0, 0)$	✓	✓
2	$(s_4 \rightarrow \text{START}, 1, 2)$	$A_7: (OP_{1,3} \rightarrow OP_{0,0}, 1, 2)$	$(3, 2, 1, 0)$	✓	✓
		$A_8: (OP_{1,3} \rightarrow OP_{1,0}, 1, 2)$	$(3, 2, 1, 1)$	✓	✓
3	$(s_4 \rightarrow s_3, 1, 3)$	$A_9: (OP_{1,3} \rightarrow OP_{1,2}, 1, 3)$	$(1, 3, 1, 1)$	✓	
		$A_{10}: (OP_{1,3} \rightarrow OP_{1,3}, 1, 3)$	$(0, 3, 1, 1)$		
		$A_{11}: (OP_{1,3} \rightarrow OP_{0,2}, 1, 3)$	$(1, 3, 1, 0)$	✓	

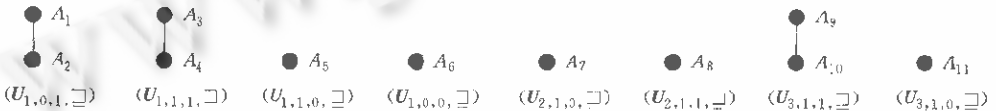
Note: CD: Is the dependence a characteristic dependence? Basis: Is the dependence in the basis?^⑦

①体差, ②传统形式, ③本文的第1种形式, ④本文的第2种形式, ⑤特征相关, ⑥基,

⑦注: CD: 该相关是特征相关吗? Basis: 该相关在基中吗?

(a) Dependences

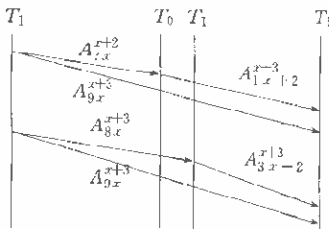
(a) 相关



(b) Linear ordered sets

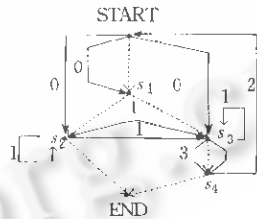
(b) 线序集合

The x 'th iteration^① The $x+2$ 'th iteration^② The $x-3$ 'th iteration^③



①第 x 个循环体, ②第 $x+2$ 个循环体, ③第 $x+5$ 个循环体.

(c) $\{A_1, A_3, A_7, A_8\} \triangleright \{A_9\}$



(d) The simplest control flow and data dependence graph

(d) 最简控制流图和数据相关图

Fig. 5

图5

定义 3.2. 令 S 为非空相关集合, 如果对于所有 $A \in S, S - \{A\} \triangleright \{A\}$ 不成立, 则称 S 是独立集, 也就是说, 独立集中的每个元素都不能被其他元素所包含.

性质 3.2. 令 S 为非空相关集合, $S \supseteq S_1$, 如果 S 是独立集, 则 S_1 也是独立集. 即: 独立集的任意子集都是独立集.

定义 3.3. 令 S_1 和 S_2 为非空相关集合, 如果对于所有 $A \in S_2, S_1 \triangleright \{A\}$, 则称 S_1 包含 S_2 , 记作 $S_1 \triangleright S_2$.

性质 3.3(自反性). 令 S 为非空相关集合, 则 $S \triangleright S$.

性质 3.4(传递性). 令 S_1, S_2, S_3 为非空相关集合, 如果 $S_1 \triangleright S_2, S_2 \triangleright S_3$, 则 $S_1 \triangleright S_3$.

性质 3.5(替换性). 令 S_1, S_2, S_3, S_4 为非空相关集合, 如果 $S_1 \triangleright S_2, S_2 \cup S_3 \triangleright S_4$, 则 $S_1 \cup S_3 \triangleright S_4$.

性质 3.6. 令 S_1, S_2, S_3 为非空相关集合, 如果 $S_1 \triangleright S_2, S_2 \supseteq S_3$, 则 $S_1 \triangleright S_3$.

4 基

在第 1 节中, 我们已经证明同... $U_{i,j,k}$ 中的相关由关系 \sqsupseteq 形成一个线序集合, 并且其特征相关使其他所有相

关不必要,因此,可以删掉除特征相关之外的所有相关,则每个 $U_{d,u,v}$ 中只剩一个元素(特征相关),不再有冗余。但是将所有 $U_{d,u,v}$ 的特征相关放在一起,是否有冗余呢?

下面研究不同 $CD_{d,u,v}$ 之间的关系。

如果 $U = \{U_{d_1, u_1, v_1}, U_{d_2, u_2, v_2}, \dots, U_{d_n, u_n, v_n}\}$, 则定义 $CU = \{CD_{d_1, u_1, v_1}, CD_{d_2, u_2, v_2}, \dots, CD_{d_n, u_n, v_n}\}$, 即 CU 是所有 $U_{d,u,v}$ 的特征相关的集合。对于给定的正整数 d , 定义 CU_d 为 CU 中所有体差为 d 的元素所组成的集合。

性质 4.1. CU_1 是独立集。

性质 4.2. $CU \succ U$ 。

定义 4.1. 令 $S \subseteq CU$, 如果 $S \succ CU$, 则称 S 是全包含集。即:全包含集是 CU 的子集,但该子集能够包含所有 CU 的元素。显然, CU 自身就是一个全包含集。

性质 4.3. 对于 $S_1, S_2 \subseteq CU, S_1 \subseteq S_2$,

(1) 如果 S_1 是全包含集, 则 S_2 也是全包含集。

(2) 如果 S_2 不是全包含集, 则 S_1 也不是全包含集。

性质 4.4. 对于任意全包含集 $S, CU_1 \subseteq S$ 。

证明: 假设有 $A \in CU_1$ 。因为 $d=1$ 是最小体差, $S - CU_1$ 中的任何元素的体差都大于 1, 所以不可能有 $S - CU_1 \succ \{A\}$ 。但是 CU_1 是独立的(性质 4.1), 也不可能 $CU_1 - \{A\} \succ \{A\}$ 。所以唯一的可能性是 $\{A\} \succ \{A\}$ 。

因为 S 是全包含的, 则 $S \succ CU$, 而 $CU \supseteq \{A\}$, 由性质 3.6, $S \succ \{A\}$ 。因此必然有 $\{A\} \subseteq S$, 即 $A \in S$ 。

A 是 CU_1 中的任意元素, 因此, $CU_1 \subseteq S$ 。

定义 4.2. 如果集合 B 是独立的、全包含的, 则称集合 B 是 CU 的基。

由于全包含集一定是 CU 的子集, 上述定义隐含地说明: B 一定是 CU 的子集, 即 $B \subseteq CU$ 。

性质 4.6. 如果 B 为 CU 的基, 则(1) $B \succ CU$; (2) $B \succ U$; (3) 对于所有 $S \subseteq U, B \succ S$ 。

定理 4.1. CU 有且仅有一个基。

证明: 首先, 通过构造一个基来证明基的存在性。

(1) 令 $B = CU_1$ 。由性质 4.1, B 是独立的。此外, $B \subseteq CU$ 。

(2) 按 (d, u, v) 的字典序穷举 CU 。令 $CD_{d,u,v}$ 为 CU 的第 1 个元素。

(3) 如果 $B \succ \{CD_{d,u,v}\}$, 则转向下一步; 否则, 令 $B = B \cup \{CD_{d,u,v}\}$ 。显然, B 仍是独立的, $B \subseteq CU$, 且 $B \succ \{CD_{d,u,v}\}$ 。

(4) 如果 CU 还有未穷举的元素, 令 $CD_{d,u,v}$ 为 CU 的下一个元素, 转向(3); 否则结束。

当上述过程结束时, 我们得到一个集合 B 。 $B \subseteq CU$, B 独立, 且 $B \succ CU$ 。因此, B 是一个基。

现在证明基的唯一性。假设有两个不同的基 B_1, B_2 。令 $B_1 = S \cup P, B_2 = S \cup Q$, 其中 $S = B_1 \cap B_2$ (B_1, B_2 的公共子集), $S \cap P = \emptyset, S \cap Q = \emptyset, \emptyset$ 是空集。

按照 (d, u, v) 的字典序枚举 P 和 Q 。令 $X; (\lambda_x, d_x, u_x, v_x)$ 为 P 的第 1 个元素, $Y; (\lambda_y, d_y, u_y, v_y)$ 为 Q 的第 1 个元素。

由于 B_1, B_2 的公共元素都在 S 中, 所以 P 中的任何元素都与 Q 中的任何元素不同。由 $X \in P, Y \in Q$ 可知, X 与 Y 不同。因此, $(d_x, u_x, v_x) \neq (d_y, u_y, v_y)$ 。不妨设 $(d_x, u_x, v_x) \succ (d_y, u_y, v_y)$, 则 P 的所有元素按照 (d, u, v) 的字典序都大于 Y 。

因为 B_1 是一个基, 由性质 4.6 中的(3), 得 $B_1 \succ \{Y\}$, 即 $S \cup P \succ \{Y\}$ 。由性质 3.1, 得 $S \succ \{Y\}$ 。

但是 $S, \{Y\} \subseteq B_2, B_2$ 是独立集, $S \cup \{Y\}$ 是 B_2 的子集, 当然也是独立集(性质 3.2)。由独立集的定义, 任何元素不可能被其他元素所包含, 所以不可能有 $S \succ \{Y\}$ 。因此, 假设错误。故 $B_1 = B_2$ 。 \square

我们已经定义基为独立的、全包含的、 CU 的子集, 证明了它的存在性和唯一性。下面将说明, 在所有全包含集中, 基的元素个数最少。

定理 4.2. 令 B 为 CU 的基, $S \subseteq CU$ 。当且仅当 $S \supseteq B$ 时, S 是全包含集。

证明: 充分性。如果 $S \supseteq B$, 因为 B 是全包含的, 由性质 4.3, S 也是全包含的。

必要性。令 S 是全包含的。我们通过构造基来证明 $S \supseteq B$ 。

(1) 令 $B' = CU_1$, 由性质 4.1, B' 是独立的. 因为 S 是全包含的, 所以 $S \supseteq CU_1$ (性质 4.4), 即 $S \supseteq B'$.

(2) 按照 (d, u, v) 的字典序穷举 S . 令 $A_1(\lambda, d, u, v)$ 是 S 的第 1 个元素.

(3) 如果 $B' \triangleright \{A\}$, 则转向下一步; 否则, 令 $B' = B' \cup \{A\}$. 仍然是, B' 是独立的, $S \supseteq B'$, 且 $B' \triangleright \{A\}$.

(4) 如果 S 尚未穷举完毕, 令 $A_2(\lambda, d, u, v)$ 是 S 的下一个元素, 转向(3); 否则结束.

当上述过程结束时, 我们得到了一个集合 B' . 对于所有 $A \in S$, $B' \triangleright \{A\}$, 所以 $B' \triangleright S$. 因为 S 是全包含的, B' 也是全包含的 (性质 4.3). 又因为 B' 是独立的, 因此 B' 是一个独立的、全包含的集合, 即 B' 是一个基. 由基的唯一性, $B' = B$. 由 $S \supseteq B'$, 得 $S \supseteq B$. □

推论 4.1. 令 $S_1, S_2 \subset CU$. 当且仅当 $S_1 \cap S_2$ 是全包含集时, S_1, S_2 是全包含集.

定理 4.2 表明, 基是任何全包含集的子集. 因此, 基也可定义为元素最少的、全包含的、 CU 的子集. 事实上, 基是没有任何冗余相关的集合.

5 例子

以图 1 中的循环为例. 其相关以 3 种形式表示于图 5(a) 中: 传统的形式以及本文定义的两形式.

循环的 11 个相关被划分为 8 个线序集合 (如图 5(b) 所示). 在 8 个特征相关中, 有两个, A_9 和 A_{11} , 被其他相关所包含, 例如, A_9 被 $\{A_1, A_3, A_7, A_8\}$ 包含 (如图 5(c) 所示). 原理在第 4 节已作了解释. 基含有剩余的 6 个相关. 只保留这些相关, 我们得到最简的数据相关图 (如图 5(d) 所示).

6 结束语

数据相关分析是并行处理的水恒话题. 流相关, 尤其是体间流相关, 是影响循环调度的关键因素. 本文提出 VLIW 结构上流相关分析的基本定义和性质. 所有结果都来自于这种结构的一个特殊性质: 所有功能单元以锁步方式工作. 由此而导出了平移性质, 从而提出了特征值的概念. 以此为基础, 文中讨论了流相关的包含, 得出了一些重要结果. 这些结果可以作为研究 VLIW 的数学基础, 也可直接用于工程实践.

由于本文的目的是奠定 VLIW 结构上流相关分析的理论基础, 所以没有讨论基的计算. 而这是我们今后所要进行的工作.

参考文献

- 1 Kai Hwang. Advanced Computer Architecture: Parallelism, Scalability, Programmability. New York: McGraw-Hill, Inc., 1995. 457~496
- 2 Psarris K, Kong X, Klappholz D. Direction vector I test. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 1993, 4(11): 1280~1290
- 3 Li Z Y, Yew P C. An efficient data dependence analysis for parallelizing compilers. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 1990, 1(1): 26~34
- 4 Gasperoni F. Compilation techniques for VLIW architectures. Technical Report 435, New York University, 1989
- 5 Rong Hong-bo, Tang Zhi-zhong. Eliminate redundant loop-carried flow dependences for VLIW architectures. Journal of Software, 2000, 11(1): 126~132
(容红波, 汤志忠. 消除 VLIW 结构上的循环体间冗余相关. 软件学报, 2000, 11(1): 126~132)
- 6 Fisher J A. Trace scheduling: a technique for global microcode compaction. IEEE Transactions on Computers, 1981, C-30(7): 478~492

Flow Dependence Analysis for VLIW Architectures

RONG Hong-bo TANG Zhi-zhong

(Department of Computer Science and Technology Tsinghua University Beijing 100084)

Abstract Flow dependence is a key factor influencing loop scheduling on VLIW (very long instruction word)

architectures. Current research has not exploited the lockstep property of VLIWs. By making use of this property and centering on the concept of inclusion, a complete mathematical model for flow dependence analysis on VLIW architectures is presented in this paper. It is found that loop-carried flow dependencies form a set of disjoint linear ordered sets, and that there is one and only one basis that is independent and inclusive, making unnecessary all the other dependencies. The model allows multi-cycled operations and conditional branches. It lays a mathematical foundation for research on VLIWs, and is applicable to engineering practice.

Key words VLIW (very long instruction word), data dependence, flow dependence, loop, trace.