第10卷第10期
1999年10月

软件学报
JOURNAL OF SOFTWARE

Vol.10, No.10
Oct. 1999

一种改进的遗传算法及其在布局优化中的应用*

唐 飞[1] 滕弘飞[1,2]

[1](大连理工大学机械工程系 大连 116024)

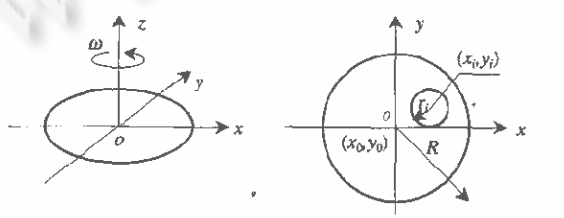
[2](中国科学院现代制造CAD/CAM技术开放实验室 沈阳 110003)

摘要 该文以人造卫星舱布局为背景,研究二维带平衡及不干涉等约束的圆集在圆容器内的布局优化问题,属于NP-困难问题.文章提出一种求解此类问题的改进的遗传算法,即十进制编码控制参数自适应遗传算法,从而缓解了“组合爆炸”和遗传算法的早熟收敛问题.文章给出两个算例(其中一个为作者构造的已知最优解的算例),计算结果表明了此算法的有效性,并且优于数学规划的乘子法的计算结果.此遗传可推广应用于其他布局优化问题的求解.

关键词 卫星舱,布局优化,性能约束,圆集,十进制,编码,遗传算法.

中图法分类号 TP183

在一个旋转的人造卫星舱中,设置有垂直于舱的中心轴线的圆形隔板,要求将需要布置的部件——待布物(系统的功能部件,如仪器或者设备)最优地配置于这些隔板上.在如图1(a)所示的旋转隔板上需要布局给定的 n 个待布物,其布局需满足以下技术要求:① 待布物之间、待布物与容器之间不干涉;② 静不平衡量小于许用值;③ 待布物尽量向容器中心聚集;④ 要求在给定的角速度ω下各待布物的动不平衡量小于允许值,等等.



(a) 三维 (b) 二维

图1 笛卡尔坐标系下的旋转隔板上的待布物布局示意图

作为简化模型,假定各待布物均为圆柱体,在隔板上进行布局.由于问题复杂,整个布局优化可采用分步优化的方法来解决,即先在隔板的二维平面内进行布局优化.本文主要研究在此隔板面上的二维布局问题,归结为在满足待布物在容器中的可容性这一前提下,考虑①~③条件下的一个二维带不平衡性能约束的多种尺寸的圆待布物在圆容器内的布局优化问题.它是整个卫星舱布局问题求解的关键.

关于装填布局优化问题的文献综述性工作详见文献[1,2].这些文献大部分内容是研究二维或三维矩形物体在矩形容器中的装填布局.目前常用的布局优化方法有数学规划法、图论法、启发式方法、人工智能(包括专家系统),多为不带性能约束的装填布局问题.文献[3]提出新的拟物法以解决带性能约束的圆装填布局问题.文献[4]以卫星舱布局为背景,提出了新的启发式算法以解决带性能约束的圆布局优化问题.文献[5~7]以载人飞船舱布局为背景,对圆柱体、长方体在多个圆柱体容器中的装填布局问题进行了研究,采用了数学、仿真复合模型,提出了综合的启发式算法.由于带性能约束的布局问题的计算复杂性,利用数学规划方法、图论法求解是不太有效的.启发式方法虽然较为有效,但大多数只能解某类具体问题,其局限性较大.为此,本文提出了一种改进的遗传算法.为防止该算法的早熟收敛以及为适合布局问题的待布物位置坐标描述

* 本文研究得到国家自然科学基金资助.作者唐飞,1972年生,博士生,主要研究领域为智能CAD/CAM,优化理论,航天器布局优化设计.滕弘飞,1936年生,教授,博士生导师,主要研究领域为智能CAD/CAM,优化理论,计算机算法,航天器布局优化设计.

本文通讯联系人:唐飞,大连116024,大连理工大学机械工程系

本文1998-08-12收到原稿,1998-10-20收到修改稿

的需要,本文给出了一种基于十进制编码的控制参数自适应遗传算法,用于求解上述布局问题.

1　数学模型

本文研究一个带平衡和不干涉约束的圆集在圆容器中的布局优化问题.

集合 I 表示要被置入圆形容器的圆的集合,i 表示这个待布圆集合的一个元素.r_i 表示第 i 个圆的半径,m_i 表示第 i 个圆的质量,R 表示圆形容器的半径.建立如图 1 所示的笛卡尔坐标系,设圆容器以角速度 ω 旋转,待布物圆的形心、质心重合,忽略其厚度.

令设计变量 $X=(x_i,y_i)^T$,x_i,y_i 分别表示第 i 个圆的圆心在 x,y 轴方向的坐标值,如图 1 所示.

建立其布局优化问题的数学模型:

$$\min F(X)=\lambda_1F_1(X)+\lambda_2F_2(X) . \tag{1}$$

由不平衡条件②,

$$F_1(X)=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}m_i\omega^2x_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}m_i\omega^2y_i\right)^2} , \tag{2}$$

由聚集条件③,

$$F_2(X)=R'=\max\{\sqrt{x_i^2+y_i^2}+r_i\} , \forall i\in I , \tag{3}$$

s.t.,由不干涉条件①,

$$R-\sqrt{x_i^2+y_i^2}-r_i\geq 0,\quad \forall i\in I; \tag{4}$$

$$\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}-r_i-r_j\geq 0,\quad \forall (i,j)\in I,\text{且}i\neq j; \tag{5}$$

$$-R<x_i<R,\quad -R<y_i<R,\quad \forall i\in I. \tag{6}$$

以上各式中,m_i 为第 i 个待布物的质量,r_i 为第 i 个待布物的半径,R 为圆形容器的半径,ω为隔板旋转角速度.R' 为以圆形容器中心为圆心的所有待布物的外包络圆半径,λ_1,λ_2 为目标函数的权值系数.约束(4)保证置入圆形容器的圆不会超越圆形容器的边界.约束(5)保证任意两个已经置入圆形容器的圆不发生干涉,即不互相重叠.约束(6)说明了待布圆的圆心 x-y 坐标是连续的,且限定了圆心的坐标值范围.

2　用于布局优化设计的改进的遗传算法

遗传算法源于自然界的生物进化过程,在 Holland 和 Goldberg 的文献中阐述了遗传算法的思想[8,9].由于遗传算法在求解一些 NP-困难问题(如 TSP 旅行商问题)时所显示出的有效性,研究如何将遗传算法自然且合理地应用于求解具有 NP 难度的布局优化问题是很有意义的.遗传算法在布局设计领域中的应用目前刚刚开始[10].本文给出一种基于十进制编码的控制参数自适应遗传算法,用于求解此类问题.

2.1　十进制编码策略

问题 P 是一个难解的非线性规划问题.文献[9]证明了它的非凸性.如果用二进制编码必然会有相当大的精度损失.本文使用十进制数编码,即将圆柱体待布物的形心坐标值(十进制数)排列起来,形成一个解串,每一个待布物的形心坐标(x_i,y_i)相当于二进制编码的一位.以本文第 3 节的算例中的 5 个待布物为例,其形心坐标值表示为一个五位的数串,如下所示.

待布物 1		待布物 2		待布物 3		待布物 4		待布物 5	
x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	Y_5
−494.30	−69.73	533.15	6.37	−324.77	700.70	404.88	−463.24	−149.15	438.69

采用十进制编码的遗传算法,其寻优的精度不再受编码长度的限制,使得布局寻优的范围充满整个解空间,最优解的精度仅取决于计算机数值表达的误差.在此基础上,可以设计出相应的十进制交叉和变异算子.

2.2　适应度函数

在设计适应度函数时,除了考虑对不平衡等性能要求外,还要考虑待布圆之间、待布圆与可布区域容器

的需要,本文给出了一种基于十进制编码的控制参数自适应遗传算法,用于求解上述布局问题.

1　数学模型

本文研究一个带平衡和不干涉约束的圆集在圆容器中的布局优化问题.

集合 I 表示要被置入圆形容器的圆的集合,i 表示这个待布圆集合的一个元素.r_i 表示第 i 个圆的半径,m_i 表示第 i 个圆的质量,R 表示圆形容器的半径.建立如图 1 所示的笛卡尔坐标系,设圆容器以角速度 ω 旋转,待布物圆的形心、质心重合,忽略其厚度.

令设计变量 $X=(x_i,y_i)^T$,x_i,y_i 分别表示第 i 个圆的圆心在 x,y 轴方向的坐标值,如图 1 所示.

建立其布局优化问题的数学模型:

$$\min F(X)=\lambda_1 F_1(X)+\lambda_2 F_2(X). \tag{1}$$

由不平衡条件②,

$$F_1(X)=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\omega^2 x_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n} m_i\omega^2 y_i\right)^2}, \tag{2}$$

由聚集条件③,

$$F_2(X)=R'=\max\{\sqrt{x_i^2+y_i^2}+r_i\},\ \forall i\in I, \tag{3}$$

s.t.,由不干涉条件①,

$$R-\sqrt{x_i^2+y_i^2}-r_i\geq 0,\quad \forall i\in I; \tag{4}$$

$$\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2}-r_i-r_j\geq 0,\quad \forall (i,j)\in I,\text{且}\, i\neq j; \tag{5}$$

$$-R<x_i<R,\quad -R<y_i<R,\quad \forall i\in I. \tag{6}$$

以上各式中,m_i 为第 i 个待布物的质量,r_i 为第 i 个待布物的半径,R 为圆形容器的半径,ω为隔板旋转角速度.R' 为以圆形容器中心为圆心的所有待布物的外包络圆半径,λ_1,λ_2 为目标函数的权值系数.约束(4)保证置入圆形容器的圆不会超越圆形容器的边界.约束(5)保证任意两个已经置入圆形容器的圆不发生干涉,即不互相重叠.约束(6)说明了待布圆的圆心 x-y 坐标是连续的,且限定了圆心的坐标值范围.

2　用于布局优化设计的改进的遗传算法

遗传算法源于自然界的生物进化过程,在 Holland 和 Goldberg 的文献中阐述了遗传算法的思想[8,9].由于遗传算法在求解一些 NP-困难问题(如 TSP 旅行商问题)时所显示出的有效性,研究如何将遗传算法自然且合理地应用于求解具有 NP 难度的布局优化问题是很有意义的.遗传算法在布局设计领域中的应用目前刚刚开始[10].本文给出一种基于十进制编码的控制参数自适应遗传算法,用于求解此类问题.

2.1　十进制编码策略

问题 P 是一个难解的非线性规划问题.文献[9]证明了它的非凸性,如果用二进制编码必然会有相当大的精度损失.本文使用十进制数编码,即将圆柱体待布物的形心坐标值(十进制数)排列起来,形成一个解串,每一个待布物的形心坐标(x_i,y_i)相当于二进制编码的一位.以本文第 3 节的算例中的 5 个待布物为例,其形心坐标值表示为一个五位的数串,如下所示.

待布物 1		待布物 2		待布物 3		待布物 4		待布物 5	
x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	Y_5
−494.30	−69.73	533.15	6.37	−324.77	700.70	404.88	·463.24	−149.15	438.69

采用十进制编码的遗传算法,其寻优的精度不再受编码长度的限制,使得布局寻优的范围充满整个解空间,最优解的精度仅取决于计算机数值表达的误差.在此基础上,可以设计出相应的十进制交叉和变异算子.

2.2　适应度函数

在设计适应度函数时,除了考虑对不平衡等性能要求外,还要考虑待布圆之间、待布圆与可布区域容器

2.4.2　交叉算子

交叉算子是实现部分基因互换的基本操作.本文针对十进制编码的特点,提出了一种双层交叉的两点交叉算子来实现交叉操作.所谓双层交叉,顾名思义,就是实施一次交叉算子,完成两次交叉操作.第 1 层是解串级的交叉操作,即交换两个解串的基因;第 2 层是基因级的交叉操作,即交换基因中的元素.采用这种交叉算子,充分地发挥了十进制编码的交叉算子的潜力,拓展了交叉算子的开发能力.下面举例加以说明.

假定有如下两个父解串 a 和 b 如下所示:

解串	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5
a	−494.30	−69.73	533.15	6.37	−324.77	700.70	404.88	−463.24	−149.15	438.69
b	−67.06	−418.41	170.94	305.04	375.07	682.41	−27.32	229.13	−96.56	685.91

第 1 层交叉位选定在解串的第 2 和第 4 基因位之间的基因段,则得到的两个新解串为:

解串	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5
a'	−494.30	−69.73	170.94	305.04	375.07	682.41	−27.32	229.13	−149.15	438.69
b'	−67.06	−418.41	533.15	6.37	−324.77	700.70	404.88	−463.24	−96.56	685.91

第 2 层交叉操作则是以第 1 层交叉操作交换的基因段为对象,充分发掘十进制编码的潜力,继续交换基因段的元素.假定交叉元素选定为表示 x 坐标的数,交叉位选定在百位和十位之间.则第 2 层交叉操作产生的两个新解串为:

解串	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5
A''	−494.30	−69.73	133.15	305.04	324.77	682.41	−4.88	229.13	−149.15	438.69
b''	−67.06	−418.41	570.94	6.37	−375.07	700.70	427.32	−463.24	−96.56	685.91

使用双层交叉算子,对于适应度高的个体,它的高位模板与最优解比较接近,当其与差的个体进行信息交换时,通过有意识的引导使高位模板尽可能地少遭破坏,同时又将差的个体的低位优良模板吸引过来.因此,双层交叉算子能够在信息交换重组过程中有目的地引导种群向最优解进化.

2.4.3　变异算子

假定染色体为 $a=((x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n))$,非一致变异算子要求每个基因 x_i 以完全相同的概率进行变异,一次变异后的结果为 $a=((x_1,y_1),\ldots,(x_k,y_k)',\ldots,(x_n,y_n))$,其中 $1\le k\le n$. $(x_k,y_k)'$ 的值按照下面的随机方式来确定.

$$(x_k,y_k)'=\begin{cases}(x_k,y_k)+\Delta(g,(UB_x-x_k),(UB_y-x_y)), & \text{若随机数为0;}\\(x_k,y_k)+\Delta(g,(x_k-LB_x),(x_y-LB_y)), & \text{若随机数为1.}\end{cases}\tag{15}$$

其中 UB_x 和 LB_x 分别为第 k 个基因 x 分量定义域的上下界,UB_y,LB_y 分别为第 k 个基因 y 分量定义域的上下界,函数 $\Delta(g,\mu,v)$ 返回 $x\in[0,\mu]$, $y\in[0,v]$ 上的一个基因,并使这个值随着代数 g 的增大逐渐趋向于 0.这样选取的函数允许这个算子在算法的开始阶段一致地搜索整个定义空间,而在算法的后期进行局部搜索.

$$\Delta(g,\mu,v)=(\mu\cdot[1-r^{(1-g/G)^{\alpha}}],v\cdot[1-r^{(1-g/G)^{\beta}}]),\tag{16}$$

其中 r 是[0,1]上的随机数;g 是当前进化的代数;G 是遗传算法中设置的最大代数;α,β 是决定非一致程度的参数.

2.5　算法收敛准则

给出以下两个条件作为收敛准则.

(a) 进化到给定的一个代数 G 的上界 $G_{\max}$;

(b)

$$\left|(f^*(G+1)-f^*(G))/f^*(G)\right|\le\sigma ,\tag{17}$$

其中 $f^*(G)$ 为第 G 代最好个体的适应度,σ 为一个给定的小正数.

2.6 算法步骤

(1) 置群体代数 G=0,随机生成规模为 N 的初始群体,确定 p_r;

(2) 计算适应度$\mu(f)$;

(3) 确定自适应控制参数 p_c 和 p_m;

(4) 实施复制、交叉和变异算子,生成新一代群体;

(5) 计算新一代群体的适应度,并记录该代群体中的最优个体.

(6) 检验 2.5 节的算法收敛准则.若满足,转(7);否则,令 G=G+1,转(3);

(7) 按照某种既定规则(如适应度值最好的个体)比较各代群体中最好的个体,并将其中最好的作为布局寻优的最终结果.

3 算 例

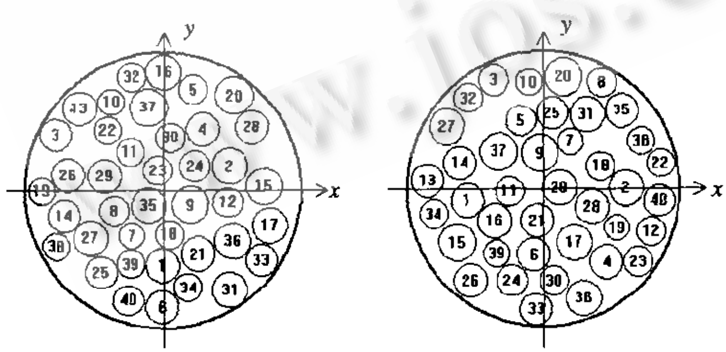
本节给出两个带性能约束的圆集布局算例,其中算例 2 为我们构造的一个很有趣的已知其最优解的算例.

算例 1:圆形容器半径 R=880mm,其旋转角速度ω=1.0rad/s,待布圆形的其他数据如表 1 所示,要求给出满足第 1 节中的① 不干涉性和② 静平衡条件的布局.

表 1 算例有关数据

序号	半径 (mm)	质量 (kg)	序号	半径 (mm)	质量 (kg)	序号	半径 (mm)	质量 (kg)	序号	半径 (mm)	质量 (kg)
1	106	11	11	89	7	21	108	11	31	111	12
2	112	12	12	92	8	22	86	7	32	91	8
3	98	9	13	109	11	23	93	8	33	101	10
4	105	11	14	104	10	24	100	10	34	91	8
5	93	8	15	115	13	25	102	10	35	108	11
6	103	10	16	110	12	26	106	11	36	114	12
7	82	6	17	114	12	27	111	12	37	118	13
8	93	8	18	89	7	28	107	11	38	85	7
9	117	13	19	82	6	29	109	11	39	87	7
10	81	6	20	120	14	30	91	8	40	98	9

建立问题 P(除了式(3)以外)的数学模型,分别采用遗传算法和乘子法求解问题 Q.设遗传算法群体大小为 N=60;乘子法中多维搜索用 BFGS 法,一维搜索用抛物线法.在 586 微机上运行(以下算例同),计算结果如表 2 和图 2 所示.



(a) 乘子法布局图　　(b) 改进的遗传算法布局图

图 2 算例 1 的布局结果示意图

表 2 布局优化计算结果

计算结果	遗传算法	乘子法
不平衡量 (kg mm rad^2/s^2)	11.395	42.190
干涉量 (mm)	0	0
计算时间 (h)	0.46	0.58

计算结果表明,改进的遗传算法对最优解的逼近程度和计算效率均明显优于乘子法.

算例 2:为了验证本遗传算法的有效性,我们特意构造了一个已知最优解的算例,其最优布局如图 3(a)所

示.圆形容器半径 R=130mm,其圆心与质心、形心重合,旋转角速度 ω=1.0rad/s,要求给出满足不干涉、静平衡约束条件和待布圆尽量向圆容器中心聚集的条件的布局.待布圆形的其他数据如表 3 所示.

表 3　待布物有关数据

序号	半径(mm)	质量(kg)
1	20.71	20.71
2	50.00	50.00
3	50.00	50.00
4	50.00	50.00
5	50.00	50.00

本问题的最优解为静不平衡量及所有干涉量皆为 0,以圆形容器中心为坐标原点的全体待布物最小外包络圆半径 $R'=120.71$ mm,各待布物的位置为:待布物 1 的圆心坐标为(0,0);待布物 2~5 的圆心位于半径为 $R_c=50.00+20.71=70.71$ mm 的圆上,其坐标位置由下式确定:

$$x_i=R_c\sin(\theta+n_i\frac{\pi}{2}),\ y_i=R_c\cos(\theta+n_i\frac{\pi}{2}). \tag{18}$$

式中 r_0 是待布物 1 的半径,r 是待布物 2~5 的半径,$\theta=\min\{\theta_2,\theta_3,\theta_4,\theta_5\}$,$\theta\in[0,\pi/2]$,$\theta_i$ 是坐标原点与 i 圆圆心的连线与 x 轴夹角(逆时针方向);$n_i\in\{0,1,2,3\}$,i=2,3,4,5.

建立问题 P 数学模型,分别采用改进的遗传算法和乘子法求解.设遗传算法群体大小 N=80,计算结果如表 4 和表 5 所示,计算结果布局图如图 3 所示..

表 4　布局优化计算结果

	不平衡量 (kg mm rad^2/s^2)	干涉量 (mm)	最大包络圆半径 (mm)	计算时间 (h)
乘子法	3.685	0	129.56	0.10
遗传算法	1.265	0	123.20	0.18
最优解	0	0	120.71	

表 5　待布圆形形心位置

序号	乘子法		遗传算法	
	x 坐标	y 坐标	x 坐标	y 坐标
1	−4.639	−7.841	−0.5858	−1.058
2	35.538	−71.181	65.979	26.179
3	−74.472	−26.252	−26.929	68.061
4	−26.279	69.872	27.891	−66.894
5	67.198	30.848	−66.685	−26.886

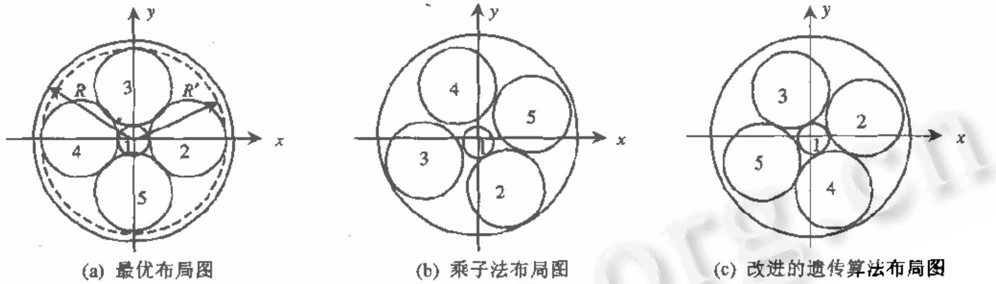


图 3　算例 2 的布局结果示意图

4　结束语

本文以卫星舱布局为背景,研究二维带不平衡等性能约束的圆集布局优化问题,提出了一种改进的十进制数编码、控制参数自适应遗传算法,用于求解此类布局问题.文章给出两个算例进行对比,其中一个为我们构造的已知其最优解的算例.用本方法和乘子法进行数值仿真算例结果表明,本方法计算精度优于数学规划的乘子法,其计算效率与计算规模有关.这说明了本改进遗传算法的有效性和可行性.当问题规模较大时,改进的遗传算法更能显示出其优越性.

参考文献

1　Haessler R W, Sweeney P E. Cutting stock problems and solution procedures. European Journal of Operational Research, 1991, 54(2):141~150

2　Dowsland K A, Dowsland W B. Packing problems. European Journal of Operational Research, 1990,56(1):2~14

3　黄文奇,詹叔浩.求解 Packing 问题的拟物方法.应用数学学报,1979,2(2):176~180

(Huang Wen-qi, Zhan Shu-hao. A method to solve the packing problem by analogizing objects and their moving. Acta Mathematicae Applicatae SINICA, 1979,2(2):176~180)

4 Teng Hong-fei, Sun Shou-lin, Ge Wen-hai *et al*. Layout optimization for the objects installed on a rotating table-the packing problem with equilibrium behavioral constraints. Science in China (series A), 1994,37(10):754~760

5 Ge Wen-hai, Teng Hong-fei. Three-dimensional optimal layout of objects allocated inside a multi-cabin rotating vessel. In: Proceeding of the 18th International Conference on Computers and Industrial Engineering. Shanghai: China Machine Press, 1995. 1315~1320

6 王秀梅,冯恩民,滕弘飞.圆柱空间中长方体群布局优化的模型、函数凸性及算法.应用数学学报,1997,20(1):159~160
(Wang Xiu-mei, Feng En-min, Teng Hong-fei. Rectangle parallelepiped geometric layout optimization in cylinder space with behavioral constraints. Acta Mathematicae Applicatae SINICA, 1997,20(1):159~160)

7 唐飞,滕弘飞.复杂工程系统的计算机辅助三维布局.中国学术期刊文摘,1997,(9):1137~1140
(Tang Fei, Teng Hong-fei. Three-dimensional computer-aided layout optimization for complicated engineering system. Academic Periodical Abstracts of China, 1997,(9):1137~1140)

8 Holland E A. Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor, Mich.: University of Michigan Press, 1975

9 Goldberg D. Genetic algorithms in search optimization and machine learning. New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1989

10 Jakobs S. On genetic algorithms for the packing of polygons. European Journal of Operational Research, 1996,88(1):165~181

11 Suzuki Joe. A Markov chain analysis on simple genetic algorithms. IEEE Transations on System, Man and Cyber, 1995, 25(4):655~659

A Modified Genetic Algorithm and Its Application to Layout Optimization

TANG Fei[1] TENG Hong-fei[1,2]

[1](*Department of Mechanical Engineering Dalian University of Technology Dalian* 116024)

[2](*Open Laboratory of CAD/CAM Technology for Advanced Manufacturing The Chinese Academy of Sciences Shenyang* 110003)

Abstract Taking the layout problem of satellite cabins as background, the authors make a study of the optimal layout problem of circle group in a circular container with performance constraints of equilibrium etc. in this paper, which belongs to NP-complete problem. A modified genetic algorithm called decimal coded adaptive genetic algorithm (DAGA) is presented to solve the problem. In this way, the algorithm relaxes the combinatorial explode and the premature convergence of genetic algorithm. Two examples are provided (one of them is proposed by the authors, and its optimal solution is known). The numerical results show that the DAGA is effective and superior to multiplicator algorithm. The DAGA can be developed to solve other layout optimization problems.

Key words Satellite cabin, layout optimization, performance constraint, circle group, decimal, coding, genetic algorithm.