第9卷第8期 软 件 学 报 Vol. 9, No. 8
1998年8月 JOURNAL OF SOFTWARE Aug. 1998

两类组合Petri网与性能分析*

李孝忠 杜玉越

(聊城师范学院计算机科学系 聊城 252059)

摘要 提出两类新的组合Petri网,讨论组合网保持网的结构性质的条件,从而为Petri网的分析与综合提供了有效的方法.

关键词 Petri网,组合Petri网,结构性质.

中图法分类号 TP301

众所周知,Petri网具有动态、并发和图形直观性等良好特性.因此,Petri网作为系统模拟与分析的有效工具,已在众多领域得到广泛应用.但对于大系统的分析却是Petri网方法遇到的一个难题.目前,处理的方法有两种:① 通过一些较为简单的小网,利用某种运算或组合而得到较为复杂的大网,且在组合过程中保持网的某些性质不变.文献[1,2]首次提出了Petri网的加法、笛积和广义笛积运算,研究了一系列重要性质.文献[3,4]定义了Petri网的并运算、组合网,讨论了保持网的结构性质及活性的条件.② Petri网化简方法,即在保持网的某些性质不变的前提下,将一个复杂Petri网化为较简单的Petri网.[5~8]本文给出两类新的组合网,研究其保持网的可重复性、相容性、有界性和守恒性的条件.本文涉及到的基本定义、术语可参见文献[1].

1 I型组合加网

定义1. 设$N_i=(P_i,T_i;W_i)(i=1,2)$为两个P/T网,若$N=(P,T;W)$满足条件:(1) $P=P_1\times P_2, T=T_1\cup T_2$;

(2) $W:T\times P\rightarrow Z$,使得 $$W(t_i,(p_j^{(1)},p_k^{(2)}))=\begin{cases}W_1(t_i,p_j^{(1)})+W_2(t_i,p_k^{(2)}) & t_i\in T_1\cap T_2\\ W_1(t_i,p_j^{(1)}) & t_i\in T_1-T_2,\\ W_2(t_i,p_k^{(2)}) & t_i\in T_2\quad T_1\end{cases}$$

则称N为N_1,N_2的I型组合加网,记作$N=N_1\oplus N_2$.

设P/T网N,N_1和N_2的关联矩阵分别为A,A_1和A_2.不妨使它们的行数相同,且相同标号的行对应相同的变迁,N_1或N_2中不出现的变迁在A_1或A_2中用一行的元素全部为零代替.从而定义1可改写为定义1′.

定义1′. 设$N_i=(P_i,T_i;W_i)(i=1,2)$为两个P/T网,若$N=(P,T;W)$满足条件:(1) $P=P_1\times P_2,T=T_1\cup T_2$;

(2) $W:T\times P\rightarrow Z$,使得 $$W(t_i,(p_j^{(1)},p_k^{(2)}))=W_1(t_i,p_j^{(1)})+W_2(t_i,p_k^{(2)}),$$

则称N为N_1,N_2的I型组合加网,记作$N=N_1\oplus N_2$.

记A_1的列向量为$A_{11},A_{12},\ldots,A_{1m_1}$,$A_2$的列向量为$A_{21},A_{22},\ldots,A_{2m_2}$,$V_i$是$i$个1为分量的行向量,即$V_i=(\overbrace{11\ldots1}^{i个})$.若规定P/T网$N$的库所集中元素的顺序同文献[1],则可求得P/T网N的关联矩阵A为$n\times m_1m_2$阶矩阵($n=|T_1|+|T_2|-|T_1\cap T_2|$),且$A=(A_{11}\ A_{12}\ldots\ A_{1m_1})\otimes V_{m_2}+V_{m_1}\otimes(A_{21}\ A_{22}\ldots\ A_{2m_2})=A_1\otimes V_{m_2}+V_{m_1}\otimes A_2$.

定理1. 设N_1,N_2是两个结构有界的P/T网,则P/T网$N=N_1\oplus N_2$也是结构有界的.

证明:若N_1,N_2是两个结构有界的P/T网,则存在m_1维正整数向量$Y_1=(y_{11}\ y_{12}\ldots\ y_{1m_1})^T$,$m_2$维正整数向量$Y_2=(y_{21}\ y_{22}\ldots\ y_{2m_2})^T$,使$A_1Y_1\le 0,A_2Y_2\le 0$,且$y_{11}+y_{12}+\ldots+y_{1m_1}\ge 0$,$y_{21}+y_{22}+\ldots+y_{2m_2}\ge 0$.令$Y=Y_1\otimes Y_2$为$m_1\times m_2$维正整数向量,由文献[1]引理4得,$AY=(A_1\otimes V_{m_2}+V_{m_1}\otimes A_2)(Y_1\otimes Y_2)=(A_1\otimes V_{m_2})(Y_1\otimes Y_2)+(V_{m_1}\otimes A_2)(Y_1\otimes Y_2)=A_1Y_1\otimes V_{m_2}Y_2+V_{m_1}Y_1\otimes A_2Y_2=A_1Y_1\otimes(y_{21}+y_{22}+\ldots+y_{2m_2})+(y_{11}+y_{12}+\ldots+y_{1m_1})\otimes A_2Y_2\le 0$.从而$N$也是结构有界的.同样可以证明定理2.

* 本文研究得到山东省自然科学基金资助.作者李孝忠,1962年生,副教授,主要研究领域为Petri网理论及应用,最优化理论与应用.杜玉越,1960年生,副教授,主要研究领域为算法理论分析与设计,Petri网理论及应用.

本文通讯联系人:李孝忠,聊城252059,山东聊城师范学院计算机科学系

本文1997-10-28收到原稿,1998-01-08收到修改稿

定理 2. 设 N_1,N_2 是两个守恒的 P/T 网,则 P/T 网 $N=N_1\oplus N_2$ 也是守恒的.

定理 3. 设 N_1,N_2 是两个可重复的 P/T 网,$N=N_1\oplus N_2$. A,A_1,A_2 分别是 N,N_1,N_2 的关联矩阵. 若满足 $A_1^TX_1\geq 0$, $A_2^TX_2\geq 0$ 的非负整数 n 维向量 X_1,X_2(T_2-T_1 中的变迁在 X_1 中对应的分量为零,T_1-T_2 中的变迁在 X_2 中对应的分量为零,其他非零,$|T|=n$)存在两个正整数 k_1,k_2,使得对$\forall\ t\in T_1\cap T_2$, $k_1X_1(t)=k_2X_2(t)$,则 N 是可重复的.

证明:构造 n 维向量 X,使
$$X(t)=\begin{cases}k_1X_1(t) & t\in T_1\\ k_2X_2(t) & t\in T_2-T_1\end{cases},$$
因为 $A_1^TX_1\geq 0, A_2^TX_2\geq 0, X=X\otimes E_1=E_1\otimes X$($E_1$ 为一阶单位矩阵,即 $E_1=[1]$),所以
$$\begin{aligned}A^TX&=(A_1\otimes V_{m_2}+V_{m_1}\otimes A_2)^TX=(A_1^T\otimes V_{m_2}^T+V_{m_1}^T\otimes A_2^T)X\\&=(A_1^T\otimes V_{m_2}^T)(X\otimes E_1)+(V_{m_1}^T\otimes A_2^T)(E^1\otimes X)=k_1A_1^TX_1\otimes V_{m_2}^T+k_2V_{m_1}^T\otimes A_2^TX_2\geq 0\end{aligned}$$
故网 N 是可重复的. 同理可证定理 4.

定理 4. 设 N_1,N_2 是两个相容的 P/T 网,$N=N_1\oplus N_2$. A,A_1,A_2 分别是 N,N_1,N_2 的关联矩阵. 若满足 $A_1^TX_1=0$, $A_2^TX_2=0$ 的非负整数 n 维向量 X_1,X_2(构造同定理 3)存在两个正整数 k_1,k_2,使得对$\forall\ t\in T_1\cap T_2$, $k_1X_1(t)=k_2X_2(t)$,则 N 是相容的 P/T 网.

推论 1. 设 Y_i 是 P/T 网 $N_i(i=1,2)$的 S-不变量,则 $m_1\times m_2$ 维向量 $Y=Y_1\otimes Y_2$ 是 P/T 网 $N=N_1\oplus N_2$ 的 S-不变量.

推论 2. 设 X_i 是 P/T 网 $N_i(i=1,2)$的 T-不变量. 如果存在两个正整数 k_1,k_2,使得对$\forall\ t\in T_1\cap T_2$, $k_1X_1(t)=k_2X_2(t)$,则 n 维向量 $X(t)=\begin{cases}k_1X_1(t) & t\in T_1\\ k_2X_2(t) & t\in T_2-T_1\end{cases}$ 是 P/T 网 $N=N_1\oplus N_2$ 的 T-不变量.

2 II 型组合加网

定义 2. 设 $N_i=(P_i,T_i;W_i)(i=1,2)$为两个 P/T 网,若 $N=(P,T;W)$满足条件:(1) $P=P_1\cup P_2, T=T_1\times T_2$;

(2) $W:T\times P\rightarrow Z$,使得
$$W((t_i^{(1)},t_j^{(2)}),p_k)=\begin{cases}W_1(t_i^{(1)},p_k)+W_2(t_j^{(2)},p_k) & p_k\in P_1\cap P_2\\ W_1(t_i^{(1)},p_k) & p_k\in P_1-P_2,\\ W_2(t_j^{(2)},p_k) & p_k\in P_2-P_1\end{cases}$$
则称 N 为 N_1,N_2 的 II 型组合加网,记作 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$.

设 P/T 网 N,N_1 和 N_2 的关联矩阵分别为 A,A_1 和 A_2. 不妨使它们的列数相同,且相同标号的列对应相同的库所,N_1 或 N_2 中不出现的库所在 A_1 或 A_2 中用一列的元素全部为零代替. 这样,定义 2 可改写为定义 2′.

定义 2′. 设 $N_i=(P_i,T_i;W_i)(i=1,2)$为两个 P/T 网,若 $N=(P,T;W)$满足条件:(1) $P=P_1\cup P_2, T=T_1\times T_2$;

(2) $W:T\times P\rightarrow Z$,使得 $W((t_i^{(1)},t_j^{(2)}),p_k)=W_1(t_i^{(1)},p_k)+W_2(t_j^{(2)},p_k)$,

则称 N 为 N_1,N_2 的 II 型组合加网,记作 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$.

记 A_i 的行向量为 $A_{11},A_{12},...,A_{1n_1}$, A_2 的行向量为 $A_{21},A_{22},...,A_{2n_2}$,同文献[1]规定 P/T 网 N 的变迁集中元素的顺序,则可求得 P/T 网 N 的关联矩阵 A 为 $n_1n_2\times m$ 阶矩阵($m=|P_1|+|P_2|-|P_1\cap P_2|$),且
$$A=\begin{bmatrix}A_{11}\\A_{12}\\\vdots\\A_{1n_1}\end{bmatrix}\otimes V_{n_2}^T+V_{n_1}^T\otimes\begin{bmatrix}A_{21}\\A_{22}\\\vdots\\A_{2n_2}\end{bmatrix}=A_1\otimes V_{n_2}^T+V_{n_1}^T\otimes A_2.$$

定理 5. 设 N_1,N_2 是两个可重复的 P/T 网,则 P/T 网 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$ 也是可重复的.

证明:若 N_1,N_2 是两个可重复的 P/T 网,则存在 n_1 维正整数向量 $X_1=(x_{11}\ x_{12}...\ x_{1n_1})^T$, n_2 维正整数向量 $X_2=(x_{21}\ x_{22}...\ x_{2n_2})^T$,使得 $A_1^TX_1\geq 0, A_2^TX_2\geq 0$,且 $x_{11}+x_{12}+...+x_{1n_1}\geq 0, x_{21}+x_{22}+...+x_{2n_2}\geq 0$. 令 $X=X_1\otimes X_2$,为 $n_1\times n_2$ 维正整数向量,由文献[1]引理 4,得
$$\begin{aligned}A^TX&=(A_1\otimes V_{n_2}^T+V_{n_1}^T\otimes A_2)^T(X_1\otimes X_2)=(A_1^T\otimes V_{n_2}+V_{n_1}\otimes A_2^T)(X_1\otimes X_2)\\&=A_1^TX_1\otimes V_{n_2}X_2-V_{n_1}X_1\otimes A_2^TX_2=A_1^TX_1\otimes(x_{21}+x_{22}+...+x_{2n_2})+(x_{11}+x_{12}+...+x_{1n_1})\otimes A_2^TX_2\geq 0\end{aligned}$$
从而 N 也是可重复的. 同样可以证明定理 6.

定理 6. 设 N_1,N_2 是两个相容的 P/T 网,则 P/T 网 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$ 也是相容的.

定理 7. 设 N_1,N_2 是两个结构有界的 P/T 网,$N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$. A,A_1,A_2 分别是 N,N_1,N_2 的关联矩阵. 若满足 A_1Y_1

≤ 0, $A_2Y_2\le 0$ 的非负整数 m 维向量 Y_1,Y_2(P_2-P_1 中,库所在 Y_1 中对应的分量为零,P_1-P_2 中,库所在 Y_2 中对应的分量为零,其他非零,$|P|=m$)存在两个正整数 k_1,k_2,使得对$\forall\ p\in P_1\cap P_2$, $k_1Y_1(p)=k_2Y_2(p)$,则 N 是结构有界的.

证明:构造 m 维向量 Y,使 $Y(p)=\begin{cases}k_1Y_1(p) & p\in P_1\\ k_2Y_2(p) & p\in P_2-P_1\end{cases}$,因为 $A_1Y_1\le 0$, $A_2Y_2\le 0$, $Y=Y\otimes E_1=E_1\otimes Y$,所以

$$AY=(A_1\otimes V_{n_2}^T+V_{n_1}^T\otimes A_2)Y=(A_1\otimes V_{n_2}^T)(Y\otimes E_1)+(V_{n_1}^T\otimes A_2)(E_1\otimes Y)=k_1A_1Y_1\otimes V_{n_2}^T+k_2V_{n_1}^T\otimes A_2Y_2\le 0.$$

故网 N 是结构有界的. 同理可证定理 8.

定理 8. 设 N_1,N_2 是两个守恒的 P/T 网,$N=N_1\underline{\oplus}N_2$. A,A_1,A_2 分别是 N,N_1,N_2 的关联矩阵. 若满足 $A_1Y_1=0$, $A_2Y_2=0$ 的非负整数 m 维向量 Y_1,Y_2(构造同定理 7)存在两个正整数 k_1,k_2,使得对$\forall\ p\in P_1\cap P_2$, $k_1Y_1(p)=k_2Y_2(p)$. 则 N 是守恒的 P/T 网.

推论 3. 设 X_i 是 P/T 网 $N_i(i=1,2)$的 T-不变量,则 $n_1\times n_2$ 维向量 $X=X_1\otimes X_2$ 是 P/T 网 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$ 的 T-不变量.

推论 4. 设 Y_i 是 P/T 网 $N_i(i=1,2)$的 S-不变量. 如果存在两个正整数 k_1,k_2,使得对$\forall\ p\in P_1\cap P_2$, $k_1Y_1(p)=k_2Y_2(p)$,则 n 维向量 $Y(p)=\begin{cases}k_1Y_1(p) & p\in P_1\\ k_2Y_2(p) & p\in P_2-P_1\end{cases}$ 是 P/T 网 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$ 的 S-不变量.

3 举　例

图 1 中,N_1,N_2 是相容的,由定理 4 和 6 知,I 型组合加网 $N=N_1\underline{\oplus}N_2$ 和 II 型组合加网 $N=N_1\underline{\underline{\oplus}}N_2$ 是相容的.

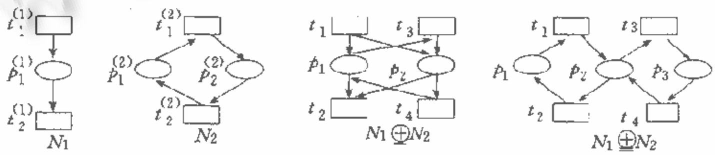

图1

参考文献

1 Jiang Chang-jun, Wu Zhe-hui. Net operations. Journal of Computer Science and Technology, 1992,7(4):333～344
2 蒋昌俊. Petri 网的广义笛积运算. 自动化学报,1993,19(6):745～748
(Jiang Chang-jun. Generalized Cartesian production operations of Petri nets. Acta Automatic Sinica, 1993,19(6):745～748)
3 王培良,蒋昌俊. Petri 网的并运算. 西北大学学报,1997,27(增刊):111～114
(Wang Pei-liang, Jiang Chang-jun. Union operation of Petri nets. Journal of Northwest University, 1997,27(supplement):111～114)
4 杜玉越,李孝忠等. 一种组合 Petri 网的性能分析. 西北大学学报,1997,27(增刊):126～129
(Du Yu-yue, Li Xiao-zhong *et al.* Analysis of property for one class of composition Petri nets. Journal of Northwest University, 1997,27(supplement):126～129)
5 Berthelot G, Roucairol G, Valk R. Reduction of nets and parallel programs. Lecture Notes in Computer Science, 1980,84(15):277～290
6 Murata T, Koh J Y. Reduction and expansion of live and safe marked graphs. IEEE Transactions on Circuits System, 1980, CAS-27:68～70
7 蒋昌俊. 加权 T-图的几种化简运算. 通讯学报,1994,15(2):97～102
(Jiang Chang-jun. Several reduction operations of weighted T-graph. Journal of Communication, 1994,15(2):97～102)
8 许安国,蒋昌俊. P/T 网的化简运算及其性质研究. 软件学报,1997,8(7):493～504
(Xu An-guo, Jiang Chang-jun. The reduction operations and their properties for P/T nets. Journal of Software, 1997,8(7):493～504)

Two Kinds of Composition Petri Nets and Their Properties Analysis

LI Xiao-zhong　DU Yu-yue

(*Department of Computer Science　Liaocheng Teachers University　Liaocheng*　252059)

Abstract　Two kinds of composition Petri nets are proposed in order to analyze the properties of a complicated nets. The condition for reserving structural properties of Petri net after composition are discussed. These results provide new methods for synthesis and analysis of P/T nets.

Key words　Petri net, composition Petri net, structural property.