标记模态归结推理*

孙吉贵　刘叙华

(吉林大学计算机科学系　长春　130023)
(吉林大学符号计算与知识工程开放实验室　长春　130023)

摘要　为了克服 L. Farinas del Cerro 等人的命题模态归结方法过多的符号冗余,我们增加了一条两个可能算子约束下公式的归结规则,称之为标记模态归结方法. 证明了标记模态归结的可靠性与完备性. 这种新模态归结方法具有下述特点:归结式未必是其父子句的逻辑结果,但却是输入子句集的逻辑结果,因而是可靠的. 同时,我们在机器上实现了实验系统. 实验结果表明标记模态归结比 P. Enjalbert 等人的模态归结几乎快 10 倍.

关键词　命题模态逻辑,模态归结,标记模态归结,自动推理.

在计算机科学中,非经典逻辑比经典逻辑具有更强的表述能力,是问题形式化的有力工具,有着良好的应用前景. 如何建立起非经典逻辑有效的自动推理方法已成为非经典逻辑进一步广泛应用的核心问题. 模态逻辑自动推理方法的研究大致可以分为 2 类:一类是转换演绎方法,即将命题或一阶的模态逻辑转换成高阶经典逻辑,通常再将高阶经典逻辑转换为经典的一阶多类逻辑,再使用一阶多类逻辑的推理方法,如文献[1～3];另一类是直接演绎方法,即在模态逻辑中,直接建立适当的推理规则,进行模态推理的方法. 直接演绎又可分为语义演绎和归结演绎. 如模态 Tableau 推理[4,5],模态 Matrix 证明方法[6]属于语义演绎. 模态归结演绎也存在着多种形式的归结系统.[7～11]Farinas del Cerro 在文献[7]中给出的命题模态逻辑归结方法,其归结式中不保留参与归结的父子句. 明显优点是符号冗余较少,但是,它是不完备的.[9,12]1989 年,Enjalbert 和 Farinas del Cerro 等人重新定义了子句形式的命题模态归结系统[9],在这种推理系统的归结式中,保留可能算子约束下的参与归结的父子句. 这种方法虽然是完备的,但是存在着大量的符号冗余[9,12],使得在演绎过程中,可能算子约束下的子句集中的无用子句个数大量增加,降低了推理系统的效率.

本文的标记模态归结推理既保持了文献[7]中系统符号冗余较少的优点,又保证了可靠性和完备性. 同时,我们在机器上实现了实验系统,实验结果表明:标记模态归结比文献[9]中的模态归结方法几乎快 10 倍.

---

* 本文研究得到国家自然科学基金、国家 863 高科技项目和国家攀登计划基金资助. 作者孙吉贵,1962 年生,副教授,博士后,主要研究领域为定理机器证明与自动推理. 刘叙华,1937 年生,教授,博士导师,主要研究领域为定理机器证明与自动推理.

本文通讯联系人:孙吉贵,长春 130023,吉林大学计算机科学系

本文 1995-03-06 收到修改稿

本文以命题模态逻辑 D 系统为例,所涉及到的未解释的概念和记号见文献[9,12].

1 标记模态归结

定义 1. 模态子句[7,9,12] C 称为标记模态子句(简称标记子句),如果 C 中可能算子$\Diamond$的每一次出现都配上一个整数作为标记;模态子句集 S 称为标记模态子句集,如果 S 中的子句都是标记子句.

例如:$p\vee\Box(q\vee\Diamond_2 r)\vee\Diamond_3(s,\Diamond_3 t)$是一个标记子句.

对于给定的输入模态子句集 S,我们限定 S 中算子$\Diamond$的不同出现配不同的标记.

以下提到的模态子句都是指标记子句,有时简称子句.

我们定义命题模态逻辑 D 的标记模态归结形式系统 MRD 如下.

公理. $\Sigma(p,\sim p)\rightarrow\bot$,其中 p 为任一命题变元.

归结式计算规则:

Σ-规则:

∨-规则 $$\frac{\Sigma(A,B)\rightarrow C}{\Sigma(A\vee D_1,B\vee D_2)\rightarrow(C\vee D_1\vee D_2)}$$

□◇-规则 $$\frac{\Sigma(A,B)\rightarrow C}{\Sigma(\Box A,\Diamond_i(B,E))\rightarrow\Diamond_i(C,E)}$$

□□-规则 $$\frac{\Sigma(A,B)\rightarrow C}{\Sigma(\Box A,\Box B)\rightarrow\Box C}$$

◇◇-规则 $$\frac{\Sigma(A,B)\rightarrow C}{\Sigma(\Diamond_i(A,E),\Diamond_i(B,F))\rightarrow\Diamond_i(C,E,F)}$$

Γ-规则:

◇-规则$_1$ $$\frac{\Sigma(A,B)\rightarrow C}{\Gamma(\Diamond_i(A,B,F))\rightarrow\Diamond_i(C,F)}$$

◇-规则$_2$ $$\frac{\Gamma(A)\rightarrow B}{\Gamma(\Diamond_i(A,F))\rightarrow\Diamond_i(B,F)}$$

∨-规则 $$\frac{\Gamma(A)\rightarrow B}{\Gamma(A\vee C)\rightarrow B\vee C}$$

□-规则 $$\frac{\Gamma(A)\rightarrow B}{\Gamma(\Box A)\rightarrow\Box B}$$

其中 A,B,C,D,D_1,D_2 为子句,E,F 为子句集.

说明:2 条∨-规则、□□-规则和□-规则与文献[9]中的 RD 系统是一样的;□◇-规则,◇-规则$_1$ 和◇-规则$_2$ 与 RD 系统不同,MRD 的归结中无需保留算子◇约束下的归结父子句,且◇算子的标记在演绎中具有传递性(即被保持). 另外,我们新增加了一条◇◇-规则,◇◇-规则只有在配有相同标记的两个可能算子约束下的公式间使用,其计算出的归结式中得到的可能算子◇的标记与其父子句的相同.

MRD 的化简规则:

$(S_1)\Diamond_i\bot\approx\bot$;$(S_2)\bot\vee D\approx D$;$(S_3)\bot,E\approx\bot$;$(S_4)A\vee A\vee D\approx D$;$(S_5)\Box\bot\approx\bot$

称子句 C 是 A 与 B 的归结式(A 的归结式)当且仅当存在 C',使得 $\Sigma(A,B)\rightarrow C'$ ($\Gamma(A)\rightarrow C'$),且 C 是 C' 的完全化简式. 记为 $\Sigma(A,B)\Rightarrow C(\Gamma(A)\Rightarrow C)$.

MRD 的推理规则:

$$R_1 \qquad \frac{C}{D}, \text{如果 } \Gamma(C) \Rightarrow D;$$

$$R_2 \qquad \frac{C_1 \quad C_2}{D}, \text{如果 } \Sigma(C_1, C_2) \Rightarrow D.$$

其中 C, C_1, C_2, D 是子句.

定义 2. 设 S 是一个输入标记模态子句集，从 S 出发推出子句 D 的 *MRD* 演绎是一个二叉树，二叉树的叶节点是 S 中子句，其余每个节点是其在树中子节点（1 个或 2 个）的 *MRD* 归结式，子句 D 是二叉树的根. 特别，从 S 出发推出 $\perp$ 的 *MRD* 演绎称为 S 的一个 *MRD* 反驳.

例：设 $S=\{\Box(\Diamond(P\vee(\Diamond\sim Q))), \Diamond\Box\sim P, \Box\Box(\Box Q\vee P)\}$ 为一模态子句集，对 S 中出现的每一个可能算子 $\Diamond$ 加标记，且不同出现加不同标记，仍用 S 记之，则 S 可写为

$$\{\Box(\Diamond_1(P\vee(\Diamond_2\sim Q))), \Diamond_3\Box\sim P, \Box\Box(\Box Q\vee P)\}$$

下面的演绎图（图 1）是 S 的一个 *MRD* 反驳.

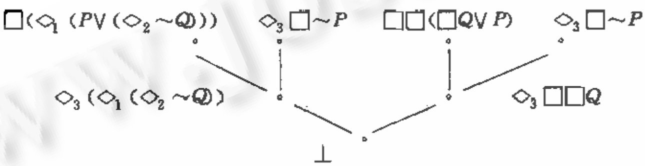

图1

2　标记模态归结的可靠性

定理 1. 设 S 是一个输入标记模态子句集，若子句 D 是从 S 出发 *MRD* 演绎出的子句，则漠视掉 D 和 S 中所有标记之后的模态公式，有子句 D 是 S 的 D 逻辑结果，即 $S\vdash_D D$.

证明：我们用双重归纳法完成本定理的证明.

外层对 S 的模态度 $d(s)$ 进行归纳.

当 $d(S)=0$ 时，S 是经典的命题子句集，结论显然.

假设 $d(S)\leqslant l$ 时结论成立；我们证明 $d(s)=l+1$ 时结论成立.

(1)若 $S=\{\Box A_1, \Box A_2, \cdots, \Box A_n, \Diamond_{i_1}E_1, \cdots, \Diamond_{i_m}E_m\}$ 为 m-文字[12]单元子句集，则依据推出子句 D 的 *MRD* 演绎是否用到某个 $\Diamond_{i_j}E_j$ 分 2 种子情形：

(1.1)推出子句 D 的 *MRD* 演绎只用到 $\{\Box A_1, \cdots, \Box A_n\}$ 中的子句，则 D 的形式为 $\Box C$. 由 *MRD* 的定义可以看出，C 是子句集 $\{A_1, \cdots, A_n\}$ 使用 *MRD* 推出的子句. 注意到 $d(\{A_1, \cdots, A_n\})\leqslant l$，故由归纳假设得 C 是 $\{A_1, \cdots, A_n\}$ 的 D 逻辑结果（漠视标记）. 又因为在 D 逻辑系统中，$\{\Box A_1, \cdots, \Box A_n\}\vdash_D\Box(A_1\vee\cdots\vee A_n)$，故 $\Box C$ 是 $\{\Box A_1, \cdots, \Box A_n\}$ 的逻辑结果. 从而，$\Box C$ 是 S 的 D 逻辑结果.

(1.2)推出子句 D 的 *MRD* 演绎用到某个 $\Diamond_{i_j}E_j$，则此时只能用到一个 $\{\Diamond_{i_1}E_1, \cdots, \Diamond_{i_m}E_m\}$ 中子句（因为标记 $i_1, \cdots, i_m$ 互不相同），不妨设为 $\Diamond_{i_1}E_1$，于是 D 的形式为 $\Diamond_{i_1}F$，F 中子句都是从 $\{A_1, \cdots, A_n, E_1\}$ 出发 *MRD* 演绎出的子句. 注意到 $d(\{A_1, \cdots, A_n, E_1\})\leqslant l$，故由归纳假设知，$F$ 中的子句都是 $\{A_1, \cdots, A_n, E_1\}$ 的 D 逻辑结果. 由于在 D 逻辑系统中 $\{\Box A_1, \cdots, \Box A_n, \Diamond_{i_1}E_1\}\vdash_D(\Diamond_{i_1}(A_1, \cdots, A_n, E_1))$，且对任意公式 A, B，有 $(A\rightarrow B)\vdash_D(\Diamond A\rightarrow\Diamond B)$，故

$\{\Box A_1,\cdots,\Box A_n,\Diamond_{i_1}E_1\}\vdash_D\Diamond_{i_1}F$,因此 $S\vdash_D\Diamond_{i_1}F$.

(2) 若 S 是模态度为 $l+1$ 的一般子句,设 $S=\{C_1\vee L_{11}\vee\cdots\vee L_{1m_1},\cdots,C_n\vee L_{n1}\vee\cdots\vee L_{nm_n}\}$,其中 $C_i(i=1,\cdots,n)$ 为经典子句,$L_{ij}(i=1,\cdots,n;j=1,\cdots,m_i)$ 为模态算子约束的 m-文字.

将 S 化为析取式 S',则 S' 的形式为 $S'=\{C_1,\cdots,C_n\}\vee\cdots\vee\{L_{1m_1},\cdots,L_{nm_n}\}$
且 S' 与 S 是 D 逻辑等价.

设 $D=C\vee D_1\vee\cdots D_k$,其中 C 为经典命题子句,$D_i(i=1,\cdots,k)$ 为模态算子约束的 m-文字.

下面证明对于 S' 中的任意析取项 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$,或者 C 是其 MRD 归结演绎推出的子句,或者 $\perp$ 是其 MRD 演绎出的子句,或者存在 $D_j(j\in\{1,\cdots,k\})$ 是其 MRD 演绎出的子句.

内层归纳对 S 推出子句 D 的 MRD 演绎长度 w 进行.

当 $w=0$ 时,D 为 S 中子句,结论显然.

假设 $w\leqslant v$ 时结论成立,往证 $w=v+1$ 时结论成立.

(2.1) 若子句 D 是使用规则 (R_1) 得到,则 D 有一个父子句.设 D 的父子句为 $D'=C'\vee D'_1\vee\cdots\vee D'_{k'}$,则 S 推出 D' 的 MRD 演绎长度为 v.由内层归纳假设知,对 S' 的任意析取项 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$,有,或者 C' 是其 MRD 演绎出的子句,或者 $\perp$ 是其 MRD 演绎出的子句,或者存在 $D'_j,j\in\{1,\cdots,k'\}$,是对其 MRD 演绎出的子句.

对于前面两种情形,结论显然成立;对于后一种情形,不妨设 D'_1 是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}MRD$ 演绎出子句.则若 D' 到 D 到 Γ 归结不是作用在 D'_1 上,则 $D'_1\in\{D_1,\cdots,D_k\}$,结论成立;若 D' 到 D 的 Γ 归结是作用在 D'_1 上,不妨设 $\Gamma(D'_1)=\overline{D}_1$,则 $\overline{D}_1$ 是 $\perp$ 或者是某个 $D_i,i\in\{1,\cdots,k\}$.于是 $\perp$ 或者 D_i 是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$ 的 MRD 演绎出的子句,结论成立.

(2.2) 若 D 是使用规则 (R_2) 得到,则 D 有两个父子句.设 D 的父子句为 $D'=C'\vee D'_1\vee\cdots\vee D'_{k'}$,$D''=C''\vee D''_1\vee\cdots\vee D''_{k''}$,则 S 推出子句 D' 和 D'' 的 MRD 演绎长度都小于等于 v.依据内层归纳假设,S' 中的任意析取项 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$,对 D' 有,或者 $\perp$ 是其 MRD 演绎出的子句,或者 C' 是其 MRD 演绎出的子句,或者存在 $D'_i,i\in\{1,\cdots,k'\}$,是其 MRD 演绎出的子句;对于 D'' 有,或者 $\perp$ 是其 MRD 演绎出的子句,或者 C'' 是其 MRD 演绎出的子句,或者存在 $D''_i,i\in\{1,\cdots,k''\}$,是其 MRD 演绎出的子句.

若对于 D',D'' 至少有一个是第 1 种情形,则结论显然成立.

若对于 D',D'' 至少有一个是第 2 种情形发生,不妨设 C' 是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$ 的 MRD 演绎出的子句,则当 D',D'' 到 D 的归结没有 C' 参与时,$C=C'\vee C''$,于是 C 是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$ 的 MRD 演绎出的子句;当 D',D'' 到 D 的归结有 C' 参与时(此时 C'' 必参与),若 C'' 也是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}MRD$ 演绎出的子句,则 C 是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$ 的 MRD 的演绎出的子句;若 C'' 不是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}MRD$ 演绎出的子句,则存在 $D''_j,j\in\{1,\cdots,k''\}$,是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}MRD$ 演绎出的子句,此时有 $D''_j\in\{D_1,\cdots,D_k\}$,即存在 $\{D_1,\cdots,D_k\}$ 中成员是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$ 的 MRD 演绎出的子

句，结论成立.

否则，D' 和 D'' 都是第 3 种情形发生，不妨设 D'_1 和 D''_1 是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}$ MRD 演绎出的子句. 则当 D'_1、D''_1 至少不有一个不参与 D'，D'' 到 D 的归结时，不防设为 D'_1，则 $D'_1\in\{D_1,\cdots,D_k\}$，结论成立；当 D'_1 和 D''_1 都参与 D'，D'' 到 D 的归结时，有 D'_1，D''_1 的归结式属于 $\{D_1,\cdots,D_k\}$. 从而存在 D_j，$j\in\{1,\cdots,k\}$，是 $\{C_{i_1},\cdots,C_{i_p},L_{s_1r_1},\cdots,L_{s_qr_q}\}MRD$ 演绎出的子句. 结论成立.

内层归纳完成.

注意到 S' 的每一个析取项的模态度都小于等于 $l+1$，且除经典的命题子句外，每个子句都是 m－文字单元子句，故由外层归纳假设和(1)的结论得，对 S' 中任一析取项 t 有，或者 $t\vdash_D\perp$，或者 $t\vdash_D C$，或者存在 D_i，$i\in\{1,\cdots,k\}$，使得 $t\vdash_D D_i$. 于是，$S'\vdash_D C\vee D_1\vee\cdots\vee D_k$，从而子句 D 是 S 的 D 逻辑结果.

外层归纳完成.

3　标记模态归结的完备性

引理. 设 B 是由子句集 $\{A_1,\cdots,A_n,Q_1,\cdots,Q_r\}MRD$ 演绎出的子句，且演绎过程中至少用到一个 $Q_j(j\in 1,\cdots,r)$，若 $B\neq\perp$，则 $\Diamond_i(B,E)$ 可由 $\{\Box A_1,\cdots,\Box A_n,\Diamond_i(Q_1,\cdots,Q_r)\}MRD$ 演绎出，其中 E 为某一子句集；若 $B=\perp$，则 $\{\Box A_1,\cdots,\Box A_n,\Diamond_i(Q_1,\cdots,Q_r)\}$ 可 MRD 演绎出 $\perp$，即 $\{\Box A_1,\cdots,\Box A_n,\Diamond_i(Q_1,\cdots,Q_r)\}$ 是 MRD 可反驳的.

证明：为了书写方便，我们用 $\overline{A}$ 记 $A_1,\cdots,A_n$；$\Box\overline{A}$ 记 $\Box A_1,\cdots,\Box A_n$；$\overline{Q}$ 记 $Q_1,\cdots,Q_r$；$\Diamond_i\overline{Q}$ 记 $\Diamond_i(Q_1,\cdots,Q_r)$.

假设 $B\neq\perp$，对推出 B 的 MRD 演绎长度 k 进行归纳.

当 $k=0$ 时，$B=Q_j$，$j\in\{1,\cdots,r\}$，结论显然.

假设 $k\leqslant l$ 时结论成立；我们证明 $k=l+1$ 时结论成立.

对演绎最后一次使用规则的不同，分两种情形：

(1)　演绎最后一步使用的规则是 (R_2)，则演绎的形式为图 2，其中 $\Sigma(C_1,C_2)\Rightarrow B$.

若 C_1，C_2 至少有一个不依赖于 $\overline{Q}$，不防设为 C_2，则 $\Diamond_i(B,E)$ 的 MRD 演绎如图 3(使用归纳假设).

若 C_1，C_2 都依赖于 $\overline{Q}$，则 $\Diamond_i(B,E)$ 的 MRD 演绎如图 4，其中 $E=F_1\cup F_2$

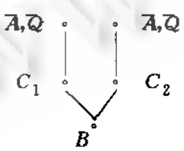

图2

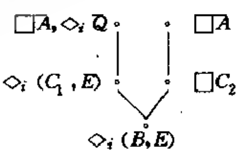

图3

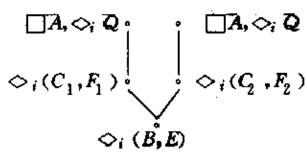

图4

(2)　演绎最后一步使用的规则是 (R_1)，则同理可以证明结论成立.

归纳完成.

若 $B=\perp$，则由化简规则和(1)的结果，结论显然.

用上述引理代替文献[9]中引理 2.9 的(ii)，则平行地可以得到 MRD 演绎的完备性定

理.即

定理 2. 设 S 是输入标记模态子句集,若漠视标记 S 是 D 不可满足的,则存在从 S 出发的 MRD 反驳.

4　实验结果

我们在 SUN 工作站上用 C—PROLOG 语言,设计实现了基于 Enjalbert 和 Farinas del Cerro 模态归结[9]的实验系统 RD,和基于我们的标记模态归结的实验系统 MRD.

下面是实验例和实验结果:

表 1　RD 和 MRD 对命题模态逻辑 D 的实验结果

算法	实验例	环境	CPU 时间	终端时间	归结步
RD	22 个例子	SUN465	90.20 sec	110 sec	128
MRD		SUN465	11.12 sec	21 sec	93

22 个实验例如下:

证明公式有效性的例子:

(1) $\Box A \to \Diamond A$

(2) $\Box\Box A \to \Diamond\Diamond A$

(3) $\sim(\Box A \wedge \Box\sim A)$

(4) $\Box(A \to B) \to (\Box A \to \Box B)$

(5) $\Box(A \wedge B) \to \Box A \wedge \Box B$

(6) $\Box(A \wedge B) \leftrightarrow \Box A \wedge \Box B$

(7) $\Diamond A \vee \Diamond B \to \Diamond(A \vee B)$

(8) $\Diamond A \vee \Diamond B \leftrightarrow \Diamond(A \vee B)$

(9) $\Box A \vee \Box B \to \Box(A \vee B)$

(10) $\Diamond(A \wedge B) \to \Diamond A \wedge \Diamond B$

(11) $\sim\Diamond A \wedge \Diamond B \to \Diamond(\sim A \wedge B)$

(12) $\Diamond(A \to B) \leftrightarrow (\Box A \to \Diamond B)$

(13) $\Diamond\Diamond B \leftrightarrow \sim\Box\Box\sim B$

(14) $\Box\Box(B \to C) \to (\Box\Box B \to \Box\Box C)$

证明公式集不可满足的例子:

(15) $\{\Box A, \Box\sim A\}$

(16) $\{\Box\sim P, \Diamond P \wedge R\}$

(17) $\{\Box P, \Box\sim Q, \Diamond(\sim P \vee Q)\}$

(18) $\{\Box(P \vee Q), \Box\sim P, \Box\sim Q\}$

(19) $\{\Box(\Diamond(P \vee (\Diamond\sim Q))), \Diamond\Box\sim P, \Box\Box\Box Q\}$

(20) $\{\Box(\Diamond(P \vee (\Diamond\sim Q))), \Diamond\Box\sim P, \Box\Box(\Box Q \vee P)\}$

(21) $\{\Box\sim A \vee \Box\sim C, \Box(\sim B \vee C), \Box A \vee \Box\sim B, \Diamond B\}$

(22) $\{\sim A, B, \Box D, \Box(\Box C \vee \sim D) \vee \sim B, A \vee \Diamond\Diamond(B \wedge (\sim C \vee \sim B))\}$.

5　结　语

我们在文献[13]中提出了一种模态归结的弱包含删除策略,部分地解决了[9,12]中模态归结系统符号冗余过多的问题.但子句集间的弱包含关系检测是一项很费机时的过程,因此使用弱包含删除策略的模态归结,虽然降低了空间复杂度,但时间复杂度却未必降低多少.本文中的标记模态归结仍然是针对[9,12]中系统符号冗余过多、效率低等问题而提出来的.它增加了一条 2 个可能算子约束下公式的归结规则,使得归结式中可以不保留参与归结

的父子句，因而符号冗余较少．严格地说，标记模态归结的演绎过程不是模态逻辑内部的演绎，它所处理的对象是一种加了标记的模态子句，不再是纯粹的模态逻辑公式，而只是一种表达式．因此系统的可靠性证明就越发显得重要．

我们相信：如果有足够多的复杂的例子进行实验，我们的标记模态归结方法在克服RD方法[9,12]的符号冗余和速度快方面的优越性将更加明显．

标记模态归结方法可以推广到其它命题模态逻辑系统，它的一阶模态逻辑推广请参见文献[14]．

参考文献

1 Auffray Y, Enjalbert P. Modal theorem proving: an equation viewpoint. IJCAI'89, 1989. 441～445.

2 Ohlbach H J. A resolution calculus modal logic. In: Lusk R, Overbeek E adn eds. 9th International Conference on Automated Deduction, Springer LNCS, 1988, **310**: 500～516.

3 Nonnengart A. First-order modal logic theorem proving and functional simulation. IJCAI'93, 1993. 80～85.

4 Fitting M. Proof methods for modal and intuitionistic logics, Volume 169 of Symthese Library, Holland, 1983.

5 Wrightson G. On some semantic tableau proof procedures for modal logic. Fortschr. —Ber. VDI—A. Reihe 10, Nr. 30, Dusseldorf: VDI—Verlag, 1984.

6 Wallen L A. Automated deduction in nonclassical logics. The MIT Press, 1989.

7 Farinas del Cerro L. A simple deduction method for modal logic. Information Processing Letters, 1982, **14**(2): 47～51.

8 Abadi M, Manna Z. Modal theorem proving. In: Proc. of the 8th International Conf. on Automated Deduction, Lecture Notes in Comp. Sci., 1986, **230**: 172～189.

9 Enjalbert P. Farinas del Cerro L. Modal resolution in clausal form. Theoret. Comput. Sci. 65, 1989. 1～34.

10 Cialdea M. Resolution for some first-order modal systems. Theoret. Comput. Sci. 85, 1991. 213～229.

11 孙吉贵．基于广义归结的自动定理证明和非经典逻辑的自动推理研究[博士论文]．吉林大学，1993.

12 Auffray Y, Enjalbert P, Herbrard J. Strategies for modal resolution: Results and Problems. Journal of Automated Reasoning 6, 1990. 1～38.

13 孙吉贵，刘叙华．模态归结弱包含删除策略．计算机学报，1994，**17**(5)：321～329.

14 孙吉贵，刘叙华．Cialdea 一阶模态归结系统的不完备性及其改进．计算机学报，1995，**18**(6)：401～408.

MARKED MODAL RESOLUTION

Sun Jigui Liu Xuhua

(*Department of Computer Science Jilin University Changchun* 130023)

Abstract To overcome the notation redundancy in the modal resolution systems established by P. Enjalbert and L. Farinas del Cerro, the authors propose marked modal resolution, whose soundness and completeness are proved. In marked modal resolution, they mark possible operators in modal clauses, and add a rule for computing resolvent of two formulas which are bound by possible operator respectively. This new method has the following feature: a resolvent may not be a logical consequence of its parents, it is only a logical consequence of the input set of clauses, that is the soundness. At the same time, they design and implement system RD based on modal resolution of Enjalbert and Farinas del Cerro, and system MRD based on marked modal resolution in C-PROLOG, and then run on SUN workstation. The experimental results show: the MRD method is almostly 10 times faster than RD.

Key words Propositional modal logics, modal resolution, marked modal resolution, automated reasoning.