

# 一种基于八叉树结构表达的 三维实体布局启发式算法\*

戴佐 袁俊良 查建中 郭伟

(天津大学机械系智能工程研究室, 天津 300072)

**摘要** 本文在利用八叉树结构表达三维实体布局块及布局空间的基础上, 根据八叉树同构节点匹配的思想设计了一个三维实体布局的启发式算法, 并提出了三环图方法, 解决了八叉树节点的同构识别问题. 理论分析及计算的结果表明了该算法对于具有任意形状和大小的布局对象的三维布局问题来说效果理想.

**关键词** 三维实体布局\*, 八叉树\*, 三环图\*, 启发式算法.

布局问题大量地出现在出版印刷、纺织、服装、皮革、造船、玻璃、交通运输、航空航天、厂房设计、城市规划等生产实践中, 在许多情况下已成为瓶颈问题, 例如圆锥形导弹仪器舱内上百个仪器的摆放问题; 集装箱内不同形状、大小的货物的配载问题; 军舰、坦克、载人飞船等设备内设施的布置问题; 港口装卸生产中托盘上货物的摆放问题; 工厂建筑设计中设施布局问题等.

但迄今为止, 关于布局问题的大量研究仅限于规则形体的范围内<sup>[1]</sup>, 即将 2D 或 3D 的矩形物放入 2D 或 3D 的矩形容器中. 这方面发展了一系列的启发式算法, 效果较好的有分支定界树搜索法、整数规划中的拉氏松弛变量法、装箱及背包问题中的适合优先法等. 据文献[2]的统计, 从 1940 年至 1992 年, 全球有关布局方面的研究文献达 400 余篇, 其中涉及非矩形形体的 27 篇, 涉及三维非矩形形体的仅有 3 篇, 且其仅涉及具有同样形状和大小的实体, 由此可见对于三维不规则形体布局理论研究进展非常小.

由于 3D 不规则形体布局的复杂性, 实践当中解决问题的唯一方法就是“模装”, 即根据所要布局的对象做出实物的模型, 由工程技术人员对这些模型进行试凑摆放, 经反复实验, 找出一个可行的解. 为了利用计算机来仿真生产实践中“模装”的办法, 给工程技术人员提供一个交互式、可控制的三维实体布局仿真环境, 简化模装操作过程, 文献[3]建立了一个交互式仿真系统(OO3DP)来模拟“模装”过程. 但由于仿真系统本身没有智能, 问题最终的布局质量仍取决于人的经验和试凑的次数, 因此 OO3DP 仍未从根本上解决布局自动化问题.

\* 本文 1993-12-06 收到, 1994-06-09 定稿

本文得到国家自然科学基金的资助. 作者戴佐, 1968 年生, 讲师, 主要研究领域为布局理论, 优化设计, CAD. 袁俊良, 1969 年生, 硕士生, 主要研究领域为计算机仿真, 计算机图形学. 查建中, 1947 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为智能工程, 优化设计, CIMS. 郭伟, 1965 年生, 博士后, 主要研究领域为并行工程.

本文通讯联系人: 戴佐, 天津 300072, 天津大学机械系智能工程研究室

本文在 OO3DP 的基础上,发展了一个面向非规则三维实体及容器布局问题的启发式方法,并提出了“三环图”的方法解决了八叉树节点“同构特性”的机器识别.理论分析及实例计算的结果均表明,该算法解“需求平衡”(待布局三维实体体积总和与容器容积较接近)的布局问题具有很高的效率和解题质量.

## 1 八叉树表示方法

文献[4]成功地将八叉树数据结构引入到三维实体布局中,用于表达三维布局对象和布局空间,并基于此实现了布局过程中布局块之间的干涉检验算法.

根据八叉树的分解原则及节点信息的种类及其记录方式的不同,八叉树结构具有许多变种.本文所采用的八叉树定义如下:以包含布局容器的立方体为起始立方体,将其均分为8个大小相同的子立方体;则子立方体与布局空间的相对位置关系有3种可能:①无实体在子立方体内;②全部被实体填满;③部分被实体填满.对于部分空间被实体填满的子立方体,继续把它划分为8个子立方体直至满足精度为止.上述过程可用一棵八叉树表示:一个根节点有8个子节点,子节点的状态有全空、全满、半满;对半满子节点,递归地往下分解直至达到精度为止.

## 2 启发式算法的原理及总体流程

本文考虑布局块体积之和与容器容积相差不多的情况.算法的总体思想就是以布局块为中心,为每个布局块在状态空间中寻找最佳摆放位置.

首先将容器的外接立方体按八叉树规则分解,形成一个子立方体序列,则每个布局块必可以在该序列中找到一个能包含它的最小的立方体;以这些立方体为根节点构造八叉树,则所有这些八叉树都可以看作为以容器外接立方体为根节点的八叉树(状态空间树 ST)的某一级子树,因此,取某一布局块为其在容器中寻找最佳位置的过程就可以转化为取某一八叉树并为其在状态空间树中寻找最佳匹配子树的问题.随着匹配的不断完成及状态空间树的不断更新,最终将所有布局块按顺序自动地、“最优地”放入容器当中.

算法的总体流程如图1所示.

## 3 预处理

预处理的主要功能是将各布局对象放入 ST 的子节点所对应的子正方体内并排序.其主要步骤如下:

(1)求容器的最小外接立方体,将该立方体转化为状态空间树 ST,并给出 ST 的节点序列(根节点、一级子节点、二级子节点等等)所对应的子正方体序列(容器的外接立方体、一级子立方体、二级子立方体等等).

(2)在 ST 的子立方体序列中,为每个布局对象寻找能包容它的最小立方体,组成一个序列 C.

(3)调整布局对象在其包容立方体中的位置状态,使以该立方体为根节点的八叉树,其8个一级子节点中空节点数最多.

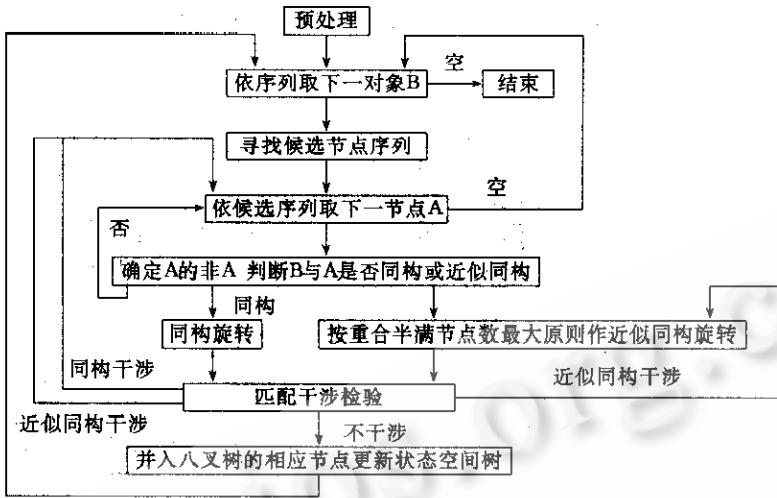


图1 启发式算法的总体流程图

(4)按照包容正方体的边长由大到小;8个子节点中全满节点数由大到小;8个子节点中半满节点数由大到小这3个优先原则对序列C重新排序,组成序列D。(即首先按照边长大小排序;若边长相同,则按其全满子节点数目排序;若全满子节点仍相同,则按其半满子节点数目排序)

#### 4 状态空间树中最佳匹配节点的选择

序列D决定了各布局对象放入布局空间的先后顺序。

从D中取出一对象,在放入布局空间之前必须首先确定与其匹配的状态空间树ST中的候选节点的序列,确定原则为:(设候选节点为A,布局对象为B, $\bar{A}$ 为A的非)①A,B所对应的正方体大小相等;②令 $A_s$ 为A的8个子节点中全满节点的个数, $A_k$ 为全空节点的个数, $A_b$ 为半空节点的个数, $B_s$ 为B的8个子节点中全满节点的个数, $B_k$ 为全空节点的个数, $B_b$ 为半空节点的个数,则A必须满足: $A_s \leq B_s$ ;  $A_k \geq B_k$ ;③将满足条件①②的所有节点按下列优先规则排序: $A_s + B_s$ 由大→小; $A_b + B_b$ 由大→小; $A$ 相邻的3个兄弟节点中有全满的→有半满的→全空。由此形成候选节点序列。

#### 5 同构节点的识别与匹配

设A为状态树ST中B的某一候选节点,B为D中某一对象,则B与A匹配的过程实质上就是将B并入ST树中A节点上,即需要B小于等于A。

考虑如下情况,如图2,(a)为候选节点A的状态非 $\bar{A}$ (即 $\bar{A}$ 的全满节点对应A的全空节点,反之亦然,半满节点对应A的半满节点),(b),(c),(d)为3个对象 $B_1, B_2, B_3$ 的八叉树,它们都有两个全满、6个全空子节点,而A有6个全满、两个全空子节点,因此 $B_1, B_2, B_3$ 均满足第4节中的约束,A节点可看作它们的候选对象;考察 $B_1, B_2, B_3$ 中节点的分布可以看出, $B_1$ 与 $\bar{A}$ 完全一样,即 $B_1$ 恰好可以并入A中使A具有8个全满子节点,从而使A本身

成为一个全满节点,但  $B_2, B_3$  却与  $\bar{A}$  的子节点分布不一样,那么是否  $B_2, B_3$  不能并入  $A$  中了呢?

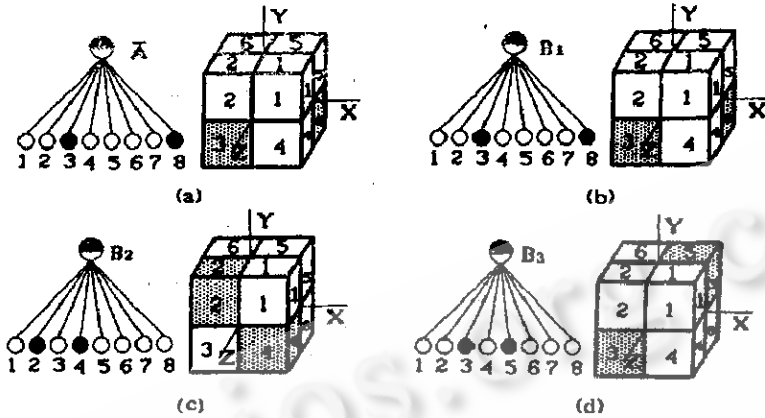


图 2 同构节点

考察图 2(c)中  $B_2$  对应的立方体可以发现,若  $B_2$  绕 X 轴顺时针旋转 90 度,而节点的标号规则不变,则其正方体变为图 2(a)所示,而八叉树恰好与  $\bar{A}$  完全一样,因此  $B_2$  经旋转后同样可以并入  $A$  中.再考察图 2(d)中  $B_3$  对应的正方体可以发现,由于 3,5 处于对顶角的位置上,无论怎样绕 X, Y, Z 轴旋转,图 2(d)也变换不到图 2(a)所示位置,因此  $B_3$  不能并入  $A$  中.由此我们定义,若  $B$  经过绕坐标轴的旋转能够使其八叉树节点状态分布与  $A$  的完全相同则称  $B$  与  $A$  同构;若  $B$  与  $A$  虽不同构,但通过将  $B$  的某些半空子节点变为全满节点,全空子节点变为半满节点或全满节点,可使  $B$  与  $A$  同构,则称  $B$  与  $A$  是近似同构的,否则称  $B$  与  $A$  为非同构的.

有了八叉树节点同构及近似同构的定义,下面介绍同构节点的一个判定方法——三环图方法.

按图 2 正方体子块的编码规则,正方体可绕 X, Y, Z 轴以 90 度间隔任意旋转,但编码位置始终不转(绝对位置).图 3(a)为一个三环图,即 3 个同心环.环上编码与图 2 的编码对应,环上节点状态与图 2(a)中节点状态对应,即 1 表示 1 子块的状态,2 表示 2 子块的状态等等.每个环可绕中心以 90 度间隔旋转,节点状态随之而转,但编码位置始终不转.环与环之间以某种关系联结着的.在图 3(a)中,外环对应 Z 轴,中环对应 X 轴,内环对应 Y 轴.

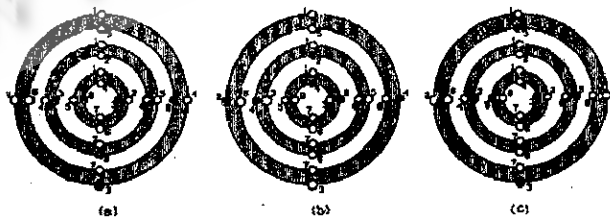


图 3 三环图

图 3(a)为  $\bar{A}, B_1$  的三环图,(b),(c)分别为  $B_2, B_3$  的三环图.由图可知, $B_1$  的三环图不用旋转即与  $\bar{A}$  的完全一样,(b)顺时针旋转中环 90 度,其中环即可与(a)的中环完全吻合,而(c)则不能通过某几个环的旋转来与(a)吻合.

不难证明,三环图具有如下性质:

(1)若有两个三环图,它们某一对应环的节点分布状态完全相同,则其它两环的状态也必然完全相同.

(2)若A,B两个节点同构,则A的三环图顶多绕X、Y、Z轴中任意两轴各转一次(一次可转90度,180度,270度)即可使A的三环图与B的完全一样,反之亦然.

(3)设A,B两个节点同构,且无法直接旋转某一环使A,B的三环图吻合;此时可依次旋转某一环一角度(90度,180度,270度),则必有一角度可使剩余两环中的某一环直接旋转至A,B吻合.

## 6 干涉检验

由于半满节点的存在,即使A与B同构或近似同构,B仍可能无法并入A中,因此仍需进行干涉检验.

文献[4]对基于八叉数结构表达的三维实体布局干涉检验方法进行了详细的描述,其中思想为:若A的全满节点对应的为B的全满或半满节点,则将B并入A时发生干涉;若A的半满节点对应的为B的全满节点,则发生干涉;若A的半满节点对应的为B的半满节点,则按照八叉树分解规则将它们往下分解;否则,不干涉.

## 7 实例计算

### 7.1 布局问题描述

如图4所示8个实体需放入容器中,使它们布置得尽量紧凑.容器为立方体,边长为80;八个实体的形状分别为 $B_1$ 长方体, $B_2$ 四面体, $B_3$ 五面体, $B_4$ 圆柱体, $B_5$ 半球体, $B_6$ 圆台体, $B_7$ 六面体, $B_8$ 七面体,尺寸如下:

$B_1$ : $20 \times 30 \times 40$

$B_2$ :顶点的局部坐标为 $1(0,0,0)$ , $2(15,25,0)$ , $3(20,0,0)$ , $4(10,10,40)$

$B_3$ :顶点的局部坐标为 $1(0,0,0)$ , $2(30,0,0)$ , $3(25,25,0)$ , $4(10,25,0)$ , $5(5,10,20)$ ,  
 $6(20,10,20)$

$B_4$ : $\varphi 20 \times 10$

$B_5$ : $\varphi 30$

$B_6$ : $\varphi 40 \times 40 \times \varphi 20$

$B_7$ :顶点的局部坐标为 $1(0,0,0)$ , $2(35,0,0)$ , $3(30,30,0)$ , $4(20,30,0)$ , $5(20,25,30)$ ,  
 $6(29,25,30)$ , $7(30.85,0,63.3)$ , $8(7,0,63.3)$

$B_8$ :顶点的局部坐标为 $1(0,0,0)$ , $2(20,0,0)$ , $3(20,30,0)$ , $4(0,30,0)$ , $5(0,0,50)$ , $6(20,0,50)$ ,  
 $7(20,15,50)$ , $8(10,30,50)$ , $9(0,30,50)$ , $10(20,30,30)$

### 7.2 预处理

以容器为根节点按八叉树原则分解得立方体序列 $80 \times 80 \times 80, 40 \times 40 \times 40, 20 \times 20 \times 20, 10 \times 10 \times 10, \dots$ .

将 $B_1$ — $B_8$ 按照一级空子节点数最多的原则放入上述立方体序列中,形成序列C,结果

如图 4 所示.

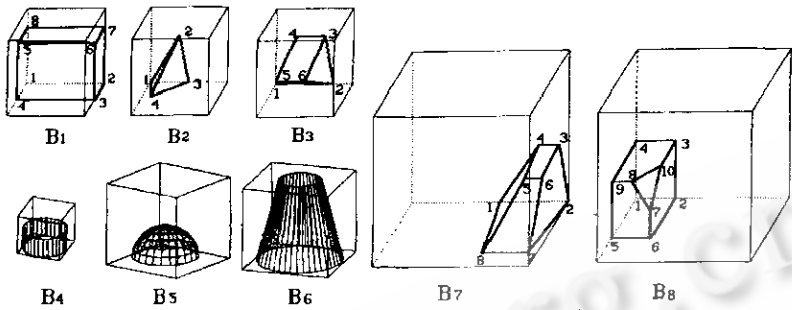


图 4 布局实体及其外包含立方体

八叉树节点统计如表 1 所示,图 5 为图 4 所示 B<sub>7</sub>、B<sub>8</sub> 的状态的八叉数表达.

表 1 布局对象八叉树节点统计

布局块	包容立方体	一级全满节点	一级半满节点	二级全满节点	二级半满节点
B <sub>1</sub>	40×40×40	2	2	8	0
B <sub>2</sub>	40×40×40	0	3	0	18
B <sub>3</sub>	40×40×40	0	4	0	15
B <sub>4</sub>	20×20×20	0	4	8	24
B <sub>5</sub>	40×40×40	0	4	0	18
B <sub>6</sub>	40×40×40	0	8	12	44
B <sub>7</sub>	80×80×80	0	2	0	10
B <sub>8</sub>	80×80×80	0	2	2	4

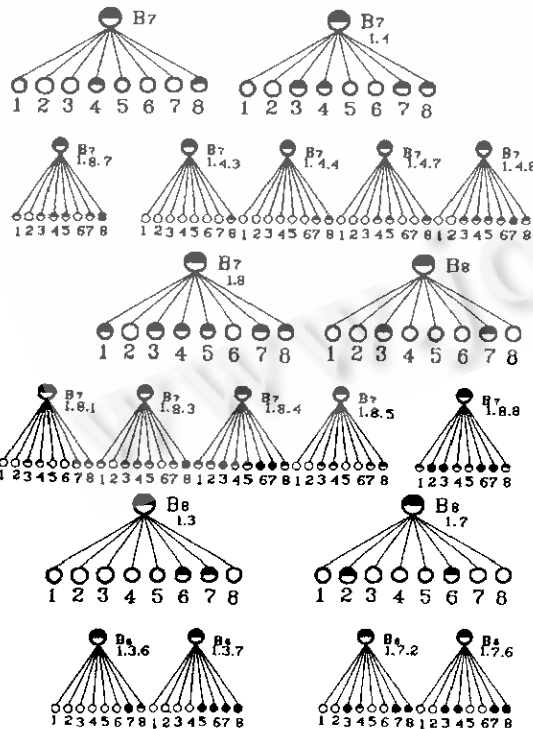


图 5 B<sub>7</sub>、B<sub>8</sub> 的八叉树表达

根据第 3 节步骤(4)中的优先规则及表一中的数据,可得序列 D 如下: B<sub>8</sub>, B<sub>7</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>6</sub>, B<sub>5</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>4</sub>.

### 7.3 序列 D 决定了布局对象放入布局空间的先后顺序

将 B<sub>8</sub> 放入布局空间中,得状态空间树 ST 如图 5 中 B<sub>8</sub> 所示.

取 B<sub>7</sub>,由图 6 其三视图可知 B<sub>7</sub> 与 ST 根节点非近似同构,将其三视图的外环顺时针旋转 90 度,则 B<sub>7</sub> 与 ST 的重合半满节点数最大,为 2;经干涉检验知此时发生干涉.将 B<sub>7</sub> 三视图内环顺时针旋转 90 度,重合半满节点数为 1,经干涉检验知不发生干涉,因此将 B<sub>7</sub> 绕 Y 轴顺时针旋转 90 度并入 ST 中,得 ST 如图 7 所示.

同理可得其余 6 块的位置如下: B<sub>1</sub> 绕其包容立方体 Y 轴顺时针旋转 90 度并入

ST1.7 中; $B_6$  不旋转,并入 ST1.8 中; $B_6$  绕 X 轴逆时针旋转 90 度,并入 ST1.4 中; $B_6$  绕 X 轴逆时针旋转 180 度,并入 ST1.3 中; $B_7$  绕 Z 轴逆时针旋转 180 度,并入 ST1.3 中; $B_4$  绕 X 轴逆时针旋转 90 度,并入 ST1.3.8 中。

最终的 ST 树如图 8 所示,布局结果如图 9 所示。

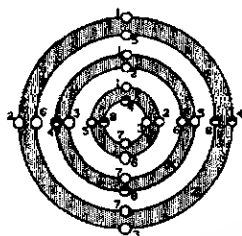


图 6  $B_7$  的三环图

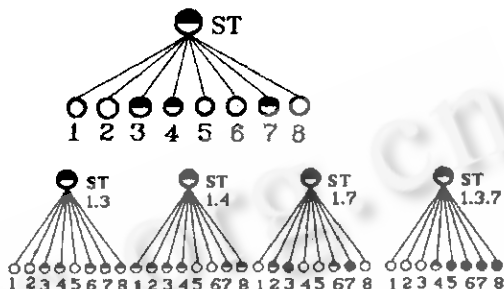


图 7 ST 树的状态

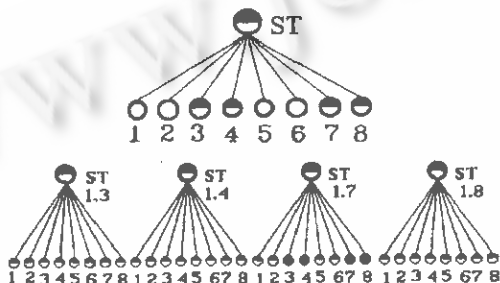


图 8 ST 树的状态

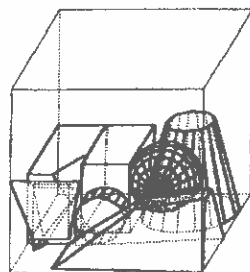


图 9 最终布局结果

## 8 结 论

本文介绍了一个基于三维实体布局仿真环境的自动化布局启发式算法。布局是一个组合优化问题,随着问题的规模,维数及形状复杂性的增加,问题的解空间都急剧增大,因此,即使对一个很小规模的例题,穷举法求解也是不可行的。由于三维布局表现为图形、数据及经验规则的组合形式,无论是精确的优化计算还是庞大的专家系统都显得无能为力。

在成功地将八叉树方法引入布局问题空间规范化表达之后,本文基于八叉树节点的自动匹配思想实现了三维不规则实体的自动布局,并利用三环图方法解决了节点的同构判别问题。通过对一个实际例题的计算,结果表明该启发式算法解三维不规则实体效果很好,尤其是解大规模问题具有很大的潜力。

对于布局块体积之和远远超出容积的布局情况,可将该启发式算法中以布局块为中心,为布局对象寻找最合适位置的搜索策略改为以剩余空间为中心,为剩余空间寻找最合适布局对象的搜索策略。

## 参考文献

- 1 Dowsland K A, Dowsland W B. Packing problems. Euro. J. of Oper. Res., 1992,56:2-14.
- 2 Sweeney P E, Paternoster E R. Cutting and packing problems: a categorized application-oriented research bibliog-

raphy. J. Opt. Res. Soc., 1992, 43(7), 691—706.

3 戴佐, 查建中. 面向对象的三维布局仿真系统 OO3DP. 计算机仿真, 1993, 3: 16—21.

4 戴佐, 查建中, 袁俊良. 三维实体布局仿真中干涉检验的八叉树方法. 计算机辅助设计与图形学学报, 待发表.

## AN OCTREE—BASED HEURISTIC ALGORITHM FOR THREE DIMENSIONAL PACKING

Dai Zuo Yuan Junliang Cha Jianzhong Guo Wei

(Intelligence Engineering Laboratory, Department of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract** On the basis of representing the packing components and space with a new type of octree data structure, this paper presents an effective heuristic method for arbitrary shaped 3D—packing problems. By forming the octrees of packing space and packing objects in the same octree family, the octree of each object can be looked as a node of octree of packing space in certain level, and a series of heuristic rules are used to find a “best fitnode” for each object octree in space octree. Finally, a hypothesis example with 8 arbitrary shaped objects is given and the calculation process is described in detail, and the obtained result is very promising.

**Key words** 3D—packing\*, octree\*, tri—ring\*, heuristic.