第6卷第9期
1995年9月
软件学报
JOURNAL OF SOFTWARE
Vol. 6, No. 9
Sep. 1995

逻辑数据库中参数化 CWAs 问题研究*

聂培尧

(山东财政学院经济信息管理系,济南 250014)

摘要 闭世界假设(CWAs)是逻辑数据库中一类主要的隐含完备.本文给出了一种参数化 CWA 的一般定义,使用这种参数化定义,已知的以及新的 CWAs 可作为特殊情况推导出,并可对数据库完备的概念进行更有效的描述.

关键词 逻辑数据库,闭世界假设,数据库完备.

通常,逻辑数据库的状态为描述事实的公式的集合,而对逻辑数据库进行查询的结果则是对数据库状态的逻辑推论.逻辑数据库中的公式通常是用一阶谓词逻辑表示的.大多数的逻辑数据库使用某种隐含完备以便能导出不能由纯状态中的规则推出的某些结论,典型的例子为否定回答,即否定公式,这在逻辑数据库中一般是不能明显得到的.由此,在逻辑数据库研究中便提出了一类重要的数据库完备的闭世界假设(CWAs),这一概念最早是由 Reiter[1]提出的,并由 Minker 等人[2-4]进行了进一步的研究并给出了 CWAs 的不同形式.所谓 CWAs,即在逻辑数据库中每当一个没有变量的原子公式 $P(a_1,a_2,\cdots,a_k)$(这样的公式通常叫作基底原子)不能由逻辑数据库状态中的规则推导时,则可假定 $\neg P(a_1,a_2,\cdots,a_k)$.因此,CWAs 对推导新公式来说是一个强有力的规则.我们已经习惯了的推导是给出某些匹配规则的事实,然后推出规则的头作为新事实.而 CWAs 则起到了"元规则"的作用,即每当由通常的推导形式产生不了 $P(a_1,a_2,\cdots,a_k)$时,则使用 CWAs 便可"推导出"事实 $\neg P(a_1,a_2,\cdots,a_k)$.

自 Reiter 提出了 CWAs 后,又有人不断地发现了一些新的 CWAs.这些新的 CWAs 虽然在形式上不同,但在实质上是相似的.本文给出了一种参数 CWAs 的定义,使用这种定义可导出 CWAs 的其它不同形式.因此,从某种意义上讲,这种参数化 CWAs 可视为是 CWAs 的一种统一形式.

1 基本概念和定义

令 B 为一常数、函数及关系(谓词)的非逻辑符号的集合(基底),B 结构 σ 为一符号的任意承载集的解释,我们记 $\sigma[s]$为对符号 s 的解释.一结构 σ 中的公式 φ 是有效的记为 $\sigma\vdash\varphi$,我们记 B 上公式的整集合为 F_B,进一步的解释可详见文献[5,6].

---

* 本文1993-12-21收到,1994-04-11定稿

作者聂培尧,1957年生,副教授,主要研究领域为数据库系统理论,管理信息系统.

本文通讯联系人:聂培尧,济南250014,山东财政学院经济信息管理系

由于谓词逻辑存在一致的及完备的演绎系统,因此对于可演绎蕴涵和语义蕴涵可以不加区别(通常分别记为$\vdash$和$\models$).

引理 1.1[7]. 令φ为一公式,Φ为B上公式的集合,则$\Phi\vdash\varphi\Leftrightarrow\Phi\models\varphi$,即对所有$B$结构$\sigma$,$\sigma\models\Phi$蕴涵$\sigma\models\varphi$.

定义 1.1. 令Φ为B上公式的集合.

1.Φ的一模型是一满足Φ中全部公式的B结构σ,即$\sigma\models\Phi$;

2.一B结构称为*Herbrand B*结构,当且仅当其承载集包含了B上的全部基本项(至少含有一个常数符号).

3.Φ的一*Herbrand*模型是一*Herbrand*结构.

一*Herbrand*结构σ可由σ中有效的事实集合标识,在这种意义下,*Herbrand*结构σ与τ之间的关系$\sigma\subseteq\tau$意味着事实集合间的包含.

在本文的讨论中,还要用到正文字、负文字、子句、Horn子句及子句公式等概念,可参见文献[8],这里就在不再给出了.

另外,在下面的讨论中我们还将需要以下的逻辑蕴涵及不相容性之间的简单关系:

引理 1.2[7]. 令Φ为一公式的集合,$\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n$为在公式下封闭.$\Phi\cup\{\varphi_1,\cdots,\varphi_n\}$是不相容的,当且仅当$\Phi\vdash\neg\varphi_1\vee\cdots\vee\neg\varphi_n$.

对于定义在*Herbrand*结构上的有序关系$<$,我们使用了定义1.2中的两个特殊概念:

定义 1.2.

1.Φ的一*Herbrand*模型σ称为最小化关系$<$,当且仅当Φ中不存在$\tau<\sigma$的*Herbrand*模型τ;

2.关系$<$为良基的,当且仅当对于Φ子句任意集合的*Herbrand*模型σ,存在一Φ的最小化关系$<$的模型σ.

下面我们进一步来考虑逻辑数据库的完备性.

定义 1.3.

(1)一逻辑数据库由一基底B、一语言L(基底B上的公式集合)以及在其上定义的完备性来确定;

(2)一逻辑数据库的状态是L的子集Φ.令S_L表示L上所有状态的集合.

定义 1.4. L上的B完备是一映象$C:S_L\rightarrow P(F_B)$,使得对任意状态Φ,$\Phi\subseteq C(\Phi)$成立.

由定义1.4可见,一完备是一简单的映射,该映射接收一数据库状态并产生一含有原始数据库状态的公式集合的"完备的数据库状态".

一布尔查询是任意闭公式(在数据库基底B上).若$C(\Phi)\vdash w$,则布尔查询w将以状态Φ的"yes"回答之;若$C(\Phi)\vdash\neg w$,则回答将是"no";若从完备的数据库状态中既导不出公式,也导不出否定,则回答将为"unknow".

一完备C可等价地由$\vdash$关系的完备$\vdash_C$描述之.

定理 1.1[7].

1.令C为L上的B完备,则由$\Phi\vdash_C w\Leftrightarrow C(\Phi)\vdash w$所定义的关系$\vdash_C\subseteq S_L\times F_B$具有以下特性:

(1)若$\Phi\vdash w$,则$\Phi\vdash_C w$;(不损失信息)

(2)若 $\Phi \vdash_C w_1, \cdots, \Phi \vdash_C w_n$ 并且 $\{w_1, \cdots, w_n\} \vdash w$,则 $\Phi \vdash_C w$(在逻辑推论下闭包).

2. 对所有的状态 Φ,若一关系 $\vdash_C \subseteq S_L \times F_B$ 满足以上两条件,则由 $C(\Phi)=\{w \mid w$ 为 B 上满足 $\vdash_C w$ 的公式$\}$定义的映射 C 是完备的,并且满足 $\Phi \vdash_C w \Leftrightarrow C(\Phi) \vdash w$.

定义 1.5.

1. 一完备 C 保持一致性,当且仅当对任意一致性状态 Φ,$C(\Phi)$为一致的;

2. 一完备 C 保持等价性,当且仅当对任意等价状态 Φ_1 和 Φ_2 的偶对,有 $C(\Phi_1)$和 $C(\Phi_2)$为等价;

3. 一完备 C 为幂等的,当且仅当对任意状态 $\Phi_1, \Phi_2 \in S_L(\Phi_1 \subseteq \Phi_2)$以及 $C(\Phi_1) \vdash \Phi_2$,完备的数据库状态 $C(\Phi_1)$和 $C(\Phi_2)$为等价的.

注意:幂等的性质隐含了 $C(C(\Phi))$等价于 $C(\Phi)$,但这一简单的性质并非对每一完备都是适用的,因为这需要 $C(\Phi) \in S_L$.

定义 1.6.

(1)一完备 C 不从 Ω_0 中产生新信息,当且仅当对任意 $w \in \Omega_0$ 及任意状态 Φ,有 $C(\Phi) \vdash w \Leftrightarrow \Phi \vdash w_0$.

(2)一完备 C 为从 Ω_0 中不产生新信息的极大 Ω_1,当且仅当对每一 Φ 和满足 $C(\Phi) \nvdash w_1$ 的 $w_1 \in \Omega_1$,存在一满足 $\Phi \nvdash w_0$ 并且 $C(\Phi) \cup \{w_1\} \vdash w_0$ 的 $w_0 \in \Omega_0$.

(3)一完备 C 对一闭公式的集合 Ω_1 来说是完备的,当且仅当对每一 Φ 及 $w_1 \in \Omega_1$ 有 $C(\Phi) \vdash w_1$或 $C(\Phi) \vdash \neg w_1$.

2 参数化 CWAs

下面我们给出参数化CWAs 的语法定义及其性质,并就CWAs 的语法定义及语义定义的区别进行讨论.

2.1 定义及性质

在下面的讨论中,我们将对每一数据库状态 Φ 定义其完备的 CWA 数据库状态 $C(\Phi)$,同时我们将对每一状态 Φ 使用一"实际"假设集合 $A(\Phi)$,然后再定义 $C(\Phi)=\Phi \cup A(\Phi)$. 为此,我们将使用一"可能的"假设 Ψ 的超集,该超集即为参数化 CWAs 定义中的参数.

定义 2.1. 令 Φ 为一数据库状态,Ψ 为一可能的假设集合. 一子集 $\Psi' \subseteq \Psi$ 是 Φ 的极大 Ψ 外延,当且仅当:

(1)$\Phi \cup \Psi'$是相容的,并且

(2)对于每一 $\psi \in \Psi \backslash \Psi'$,$\Phi \cup \Psi' \cup \{\psi\}$是不相容的.

现在的问题是,Φ 中可能存在着多个极大 Ψ 外延. 考虑下面的例子:令 $\Phi=\{P(a) \vee P(b)\}$,$\Psi=\{\neg P(a), \neg P(b)\}$,则 $\Psi'=\{\neg P(a)\}$,$\Psi'_2=\{\neg P(b)\}$都是 Φ 的极大 Ψ 外延. 由于我们不能确定$\neg P(a)$和$\neg P(b)$哪个为其假设,因此我们不得不采用一种十分谨慎的解决办法,即假设两个都不是. 在这种情况下,我们可仅取其所有极大 Ψ 外延的交集.

定义 2.2. 令 Φ 为一数据库状态,Ψ 为一可能的假设集合,$\overline{\Psi}(\Phi)$为 Φ 的全部极大 Ψ 外延的集合. 则 $A_\Psi(\Phi)$(状态 Φ 中 Ψ 内的"实际假设"的集合)定义为:

$$A_\Psi(\Phi)=\bigcap_{\Psi' \in \overline{\Psi}(\Phi)} \Psi', \text{且 } \Phi \text{ 的 } \Psi \text{ 完备为 } C_\Psi(\Phi)=\Phi \cup A_\Psi(\Phi).$$

对应于文献[2]，我们称以上定义为"语法定义"。事实上，以上定义依赖于演绎关系 $\vdash$.

注意：对相容性状态 Φ 总存在极大 Ψ 外延.

引理 2.1. 若对每一 $\Psi_0\subseteq\Psi$，有 $\Phi\cup\Psi_0$ 是相容的，则存在 Φ 的一极大 Ψ 外延 Ψ'，并且 $\Psi_0\subseteq\Psi'$.

证明：令 $\psi_1,\psi_2,\cdots$ 为 Ψ 的一枚举，定义：

$$\Psi_i=\Psi_{i-1}\cup\begin{cases}\{\Psi_i\}, & \text{若 }\Phi\cup\Psi_{i-1}\cup\{\psi_i\}\text{是相容的；}\\ \Phi, & \text{否则}\end{cases}$$

其中 $i=1,2,\cdots$，令 $\Psi'=\bigcup\limits_{i=0}^{\infty}\Psi_i$. 由紧性定理，$\Phi\cup\Psi'$ 是相容的，并且，对每一 $\psi\in\Psi\setminus\Psi'$，$\Phi\cup\Psi'\cup\{\psi\}$ 是不相容的.

为了确信参数化 CWAs 的定义包含了其它 CWAs 的不同形式作为其特殊情形，我们将给出与其它文献中的定义相对应的等价公式. 下面的引理给出了 $A_\Psi(\Phi)$ 的一种中间描述：

引理 2.2. 对于定义 2.2 中给出的 Φ 和 Ψ，下式成立：

$A_\Psi(\Phi)=\{\psi\in\Psi\,|$ 对所有的有限子集 $\Psi_f\subseteq\Psi$：$\Phi\cup\Psi_f$ 相容蕴涵 $\Phi\cup\Psi_f\cup\{\psi\}$ 相容$\}$.

证明：令 $A'_\Psi(\Phi)$ 为上面等式的右端集合.

$A'_\Psi(\Phi)\subseteq A_\Psi(\Phi)$：对于 $\psi\notin A_\Psi(\Phi)$ 的公式，必存在 Φ 的一极大 Ψ 外延 Ψ'，$\psi\notin\Psi'$. 这意味着 $\Phi\cup\Psi'\cup\{\psi\}$ 不相容(因为 Ψ' 的极大性)，由紧性定理可知，存在一有限子集 $\Psi_f\subseteq\Psi'$ 使得 $\Phi\cup\Psi_f\cup\{\psi\}$ 是不相容的. 但是 $\Phi\cup\Psi_f$ 是相容的，因为 $\Phi\cup\Psi'$ 是相容的(由极大外延定义)，于是 $\psi\notin A'_\Psi(\Phi)$.

$A_\Psi(\Phi)\subseteq A'_\Psi(\Phi)$：令 $\psi\notin A'_\Psi(\Phi)$，$\Psi_f\subseteq\Psi$，这里的 $\Phi\cup\Psi_f$ 相容而 $\Phi\cup\Psi_f\cup\{\psi\}$ 不相容. 根据引理 2.1，存在满足 $\Psi_f\subseteq\Psi'$ 的 Φ 的极大 Ψ 外延 Ψ'. 当然，$\Phi\cup\Psi'\cup\{\psi\}$ 必定也不相容. 但 $\Phi\cup\Psi'$ 必定相容，这就意味着 $\psi\notin\Psi'$ 及 $\psi\notin A_\Psi(\Phi)$.

下面的定理对文献[2]中的 GCWA 定义进行了推广.

定理 2.1. 令 Φ 为一数据库状态，Ψ 为可能的假设集合，则有：

$A_\Psi(\Phi)=\{\psi\in\Psi\,|$ 不存在 $\{\psi_1,\cdots,\psi_n\}\subseteq\Psi$，$n\geqslant 0$，使得 $\Phi\vdash\neg\psi\vee\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 并且 $\Phi\nvdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n\}$.

证明：由引理 2.2 和引理 1.2 可知：

$A_\Psi(\Phi)=\{\psi\in\Psi\,|$ 对所有的有限子集 $\{\psi_1,\cdots,\psi_n\}\subseteq\Psi$：$\Phi\nvdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 蕴涵 $\Phi\nvdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n\vee\neg\psi\}$.

由上可见该定理遵循简单的逻辑等价.

下面的引理是定理 2.1 的中间推论.

引理 2.3. 令 Φ 为一数据库状态，Ψ 为可能的假设集合. 令 $\Psi_0\subseteq\Psi$ 使得对于任意满足 $\Phi\nvdash\psi$ 的 $\psi\in\Psi_0$，存在满足 $\Phi\vdash\neg\psi\vee\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 及 $\Phi\nvdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 的 $\psi_1,\cdots,\psi_n\in\Psi$，则 $C_\Psi(\Phi)=\Phi\cup A_\Psi(\Phi)$ 等价于 $\Phi\cup(A_\Psi(\Phi)\setminus\Psi_0)$.

引理 2.4. 令 Ψ 为可能的假设集合且 $\Psi_0\subseteq\Psi$ 使得对每一 $\psi\in\Psi$ 都具有 $\psi_1\vee\cdots\vee\psi_n$ 的形式，这里 $\psi_1,\cdots,\psi_n\in\Psi_0$. 则下式成立：

$A_\Psi(\Phi)=\{\psi\in\Psi\,|$ 不存在 $\{\psi_1,\cdots,\psi_n\}$，$n\geqslant 0$ 使得 $\Phi\vdash\neg\psi\vee\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 并且 $\Phi\nvdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n\}$.

证明：令 $A'_\Psi(\Phi)$ 为以上等式左端的集合.

$A_\Psi(\Phi)\subseteq A'_\Psi(\Phi)$：对于一可能的假设 $\psi\in A'_\Psi(\Phi)$，存在满足 $\Phi\vdash\neg\psi\vee\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 及 $\Phi\not\vdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 的 $\psi_1,\cdots,\psi_n\in\Psi$. 可见定理 2.1 及 $\Psi_0\subseteq\Psi$ 蕴涵了 $\psi\notin A_\Psi(\Phi)$.

$A'_\Psi(\Phi)\subseteq A_\Psi(\Phi)$：对一可能的假设 $\psi\in A_\Psi(\Phi)$，存在满足 $\Phi\vdash\neg\psi\vee\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 及 $\Phi\not\vdash\neg\psi_1\vee\cdots\vee\neg\psi_n$ 的 $\psi_1,\cdots,\psi_n\in\Psi$（定理 2.1）. 由 Φ 的需求，存在 $\psi_{i,j}\in\Psi_0(i=1,\cdots,n,\ j=1,\cdots,m_i)$ 且 $\psi_i=\psi_{i,1}\vee\cdots\vee\psi_{i,m}$. 现在 $\Phi\not\vdash\neg(\psi_{1,1}\vee\cdots\vee\psi_{1,m_1})\vee\cdots\vee\neg(\psi_{n,1}\vee\cdots\vee\psi_{n,m_n})$ 意味着存在 Φ 的一模型 σ，并且存在 $j_1,\cdots,j_n(1\leqslant j_i\leqslant m_i)$ 使得 $\sigma\not\models\neg\psi_{i,ji}(i=1,\cdots,n)$. 这样，$\Phi\not\vdash\neg\psi_{1,j1}\vee\cdots\vee\neg\psi_{n,jn}$. 另一方面，$\Phi\vdash\neg\psi\vee(\neg\psi_{1,1}\wedge\cdots\wedge\neg\psi_{1,m_1})\vee\cdots\vee(\neg\psi_{n},\wedge\cdots\wedge\neg\psi_{n,m_n})$. 因此，对于 Φ 的每一模型 σ（这里 $\sigma\not\models\neg\psi$），存在一 $i\in\{1,\cdots,n\}$ 使 $\sigma\models\neg\psi_{i,j}(j=1,\cdots,m_j)$，因而 $\Phi\vdash\neg\psi\vee\neg\psi_{1,j1}\vee\cdots\vee\neg\psi_{n,jn}$. 于是有 $\psi\notin A'_\Psi(\Phi)$.

参数化 CWAs 具有逻辑数据库完备性所需要的基本性质，这种基本性质由定理 2.2 给出.

定理 2.2. C_Ψ 保持相容性、幂等性及等价性.

证明：相容性及等价性保持由定义直接可得.

为了证明 C_Ψ 是幂等的，我们假设给定 Φ_1、$\Phi_2(\Phi_1\subseteq\Phi_2)$ 以及 $C_\Psi(\Phi_1)(\Phi_2)$，下面要证明 $A_\Psi(\Phi_1)=A_\Psi(\Phi_2)$.

令 ψ 为一可能的假设，这里 $\psi\notin A_\Psi(\Phi_2)$. 于是必定存在 Φ_2 的一极大外延 Ψ'_2，这里 $\psi\notin\Psi'_2$. 因为 $\Phi_2\cup\Psi'_2$ 是相容的，于是它的子集 $\Phi_1\cup\Psi'_2$ 也是相容的，由引理 2.1 可知，必定存在一 Φ_1 的极大外延 $\Psi'_1(\Psi'_2\subseteq\Psi'_1)$. $\Phi_1\cup\Psi'_1\cup\{\psi\}$ 的任意模型都将为 $\Phi_2\cup\Psi'_2\cup\{\psi\}$ 的模型（因为 $\Phi_1\cup\Psi'_1\supseteq\Phi_1\cup A_\Psi(\Phi_1)=C_\Psi(\Phi_1)\vdash\Phi_2$ 并且 $\Psi'_1\supseteq\Psi'_2$）. 但是 $\Phi_2\cup\Psi'_2\cup\{\psi\}$ 是不相容的，于是 $\Phi_1\cup\Psi'_1\cup\{\psi\}$ 是不相容的，即 $\psi\notin\Psi'_1$ 并且 $\psi\notin A_\Psi(\Phi_1)$.

另一方面，令 $\psi\notin A_\Psi(\Phi_1)$. 于是存在一 Φ_1 的极大外延 Ψ'_1，这里 $\psi\notin\Psi'_1$. 现在 $\Phi_1\cup\Psi'_1$ 是相容的，因此我们令 σ 为一模型. $\Phi_1\cup\Psi'_1\supseteq\Phi_1\cup A_\Psi(\Phi_1)=C_\Psi(\Phi_1)$ 以及 $C_\Psi(\Phi_1)\vdash\Phi_2$ 蕴涵 σ 为 $\Phi_2\cup\Psi'_1$ 的一模型. 由引理 2.1 可知，存在一 Φ_2 的极大外延 Ψ'_2，这里 $\Psi'_2\supseteq\Psi'_1$. 因为 $\psi\notin\Psi'_1$，我们有 $\Phi_1\cup\Psi'_1\cup\{\psi\}$ 是不相容的，因此超集 $\Phi_2\cup\Psi'_2\cup\{\psi\}$ 也是不相容的. 因为 $\Phi_2\cup\Psi'_2$ 是相容的，$\psi\notin\Psi'_2$ 且 $\psi\notin A_\Psi(\Phi_2)$.

2.2 语法及语义定义

在文献[2]中，闭世界假设按最小化 Herbrand 模型被描述成"语义的"特性，这种特性由定义 2.3 以参数化形式给出. 本文我们仅考虑这样一类公式的集合，即每一公式都与一子句集合相等价. 这样考虑是必要的，否则对于仅考虑 Herbrand 模型来说是不充分的.

定义 2.3. 令 Φ 为一子句数据库状态，Ψ 为可能的假设的子句集合，$<$ 为 Herbrand 结构上的有序关系. 则令：$B^<_\Psi(\Phi)=\{\psi\in\Psi\mid$ 对于 Φ 中任意最小化 $<$ 的 Herbrand 模型 $\sigma:\sigma\models\psi\}$ 以及 Φ 的 Ψ 完备为 $C^<_\Psi(\Phi)=\Phi\cup B^<_\Psi(\Phi)$. 我们称以上定义为"语义定义".

每种 CWA 的定义形式（即每一 Ψ 参数的值）都需要其自身的序关系，因此我们将在 Ψ 和 $<$ 之间定义"相容性"概念，然后再证明以下两个定理对于其语法定义和语义定义的等价性来说是充分必要条件. 首先我们给出以下两个定义.

定义 2.4. 对于一 Herbrand 结构 σ，令 $\Psi_\sigma=\{\psi\in\Psi\mid\sigma\models\psi\}$.

定义 2.5. 设 Ψ 和 $<$ 的意义同定义 2.3，$<$ 称为与 Ψ 相容的，当且仅当 $\sigma\leqslant\tau\Rightarrow\Psi_\sigma\supseteq\Psi_\tau$

并且 $\Psi_\sigma \supset \Psi_\tau \Rightarrow \sigma < \tau$.

定理 2.3. 令$<$为良基的 Herbrand 结构上的序关系，若$<$与 Ψ 相容，则对于任意子句公式的集合 Φ 有 $B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi) = A_\Psi(\Phi)$.

证明：先证明 $B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi) \subseteq A_\Psi(\Phi)$.

令 $\psi \in \Psi$ 但 $\psi \notin A_\Psi(\Phi)$，则 Φ 中存在 Ψ 的极大外延 Ψ'，这里 $\psi \notin \Psi'$. $\Phi \cup \Psi'$ 是相容的，于是存在一 $\Phi \cup \Psi'$ 的 Herbrand 模型 σ. 令 σ_0 为满足 $\sigma_0 \leqslant \sigma$ 的 Φ 中极小化$<$的 Herbrand 的模型（因为$<$为良基的，所以这一模型必存在）. 由第一个相容条件可以导出 $\Psi_{\sigma_0} \supseteq \Psi_\sigma \supseteq \Psi'$，于是 $\sigma_0 \models \Phi \cup \Psi'$. 因为 $\Phi \cup \Psi' \cup \{\psi\}$ 是不相容的，因此有 $\sigma_0 \not\models \psi$，则 $\psi \notin B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi)$.

现在我们来证明 $B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi) \supseteq A_\Psi(\Phi)$.

令 $\psi \in \Psi$ 但 $\psi \notin B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi)$，则存在一满足 $\sigma \not\models \psi \Phi$ 中极小化$<$的 Herbrand 模型 σ. Ψ_σ 为 Φ 中的 Ψ 极大外延：

(1) $\Phi \cup \Psi_\sigma$ 是相容的，因为 $\sigma \models \Phi \cup \Psi_\sigma$.

(2) 如果存在一 $\psi' \in \Psi (\psi' \notin \Psi_\sigma)$ 并且 $\Phi \cup \Psi_\sigma \cup \{\psi'\}$ 相容，则 $\Phi \cup \Psi_\sigma \cup \{\psi'\}$ 将具有一满足 $\Psi'_\sigma \supset \Psi_\sigma$ 的 Herbrand 模型 σ'. 然而相容性的第二个条件蕴涵了 $\sigma' < \sigma$，与 σ 为极小化假设矛盾. 因此，Ψ_σ 为满足 $\psi \notin \Psi_\sigma$ 的 Φ 中的极大 Ψ 外延，即 $\psi \notin A_\Psi(\Phi)$.

定理 2.4. 令$<$仍为良基的序关系，若对于定理 2.3 中任意的集合 Φ，$B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi) = A_\Psi(\Phi)$ 成立，则$<$与 Ψ 是相容的.

在证明定理 2.4 前，我们先给出以下引理.

引理 2.5. 令 σ 和 τ 为两个 Herbrand 结构，则存在一 Φ 子句集合，该集合仅以 σ 和 τ 为唯一的 Herbrand 模型.

证明：令 Φ_σ 和 Φ_τ 分别为 σ 和 τ 中基文字为真的集合，定义 $\Phi = \{\varphi_\sigma \vee \varphi_\tau \mid \varphi_\sigma \in \Phi_\sigma, \varphi_\tau \in \Phi_\tau\}$，则 $\sigma \models \Phi$ 以及 $\tau \models \Phi$，并且对于任何其它的 Herbrand 结构 ρ，存在基文字 φ_σ 和 φ_τ 满足 $\sigma \models \varphi_\sigma$，$\rho \not\models \varphi_\sigma$ 以及 $\tau \models \varphi_\tau$，$\rho \not\models \varphi_\tau$. 因此我们有 $\varphi_\sigma \vee \varphi_\tau \in \Phi$ 但 $\rho \not\models \varphi_\sigma \vee \varphi_\tau$.

现在证明定理 2.4，我们应证明相容性的两个条件.

(1) 首先证明 $\sigma \leqslant \tau \Rightarrow \Psi_\sigma \supseteq \Psi_\tau$：若该式不成立，则必定存在一 Herbrand 结构 σ 和 τ，这里 $\sigma \leqslant \tau$ 但 $\Psi_\sigma \not\supseteq \Psi_\tau$. 令 $\psi_0 \in \Psi_\tau \backslash \Psi_\sigma$ 且 Φ 为仅含有 σ 和 τ 作为 Herbrand 模型的子句集合（引理 2.5）. σ 为 Φ 中仅有的极小化模型. 于是，$B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi) = \Psi_\sigma$. 下面我们将考虑以下两种情况并证明 $A_\Psi(\Phi) \neq B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi)$.

(a) $\Psi\sigma \subseteq \Psi\tau$：$\Phi \cup \Psi_\tau$ 是相容的（τ 是一模型）且对于任意的 $\psi \in \Psi \backslash \Psi_\tau$，$\Phi \cup \{\psi\}$ 是不相容的（$\tau \not\models \psi$，因此 $\sigma \not\models \psi$ 且不存在 Φ 的其它 Herbrand 模型）. 这就意味着 Ψ_τ 是 Φ 的极大 Ψ 外延且是唯一的，这显然是矛盾的，因为 $\psi_0 \in A_\Psi(\Phi)$ 和 $\psi_0 \notin B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi)$.

(b) $\Psi_\sigma \subseteq \Psi_\tau$：即存在一 $\psi_1 \in \Psi_\sigma \backslash \Psi_\tau$. 对于任意 $\psi \in \Psi \backslash \Psi_\tau$，$\Phi \cup \Psi_\tau \cup \{\psi\}$ 是不相容的，因为 $\sigma \not\models \psi_0 \in \Psi_\tau$，$\tau \not\models \psi$ 并且还存在 Φ 的其它模型，于是 Ψ_τ 是 Φ 的极大 Ψ 外延. $\psi_1 \notin \Psi_\tau$ 蕴涵 $\psi_1 \notin A_\Psi(\Phi)$，但 $\psi_1 \in B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi)$.

(2) 现在证明相容的另一条件，即 $\Psi_\sigma \supset \Psi_\tau \Rightarrow \sigma < \tau$：假设该式矛盾，则存在满足 $\Psi_\sigma \supset \Psi_\tau$ 但 $\sigma \not< \tau$ 的 τ 和 σ 的 Herbrand 结构. 令 $\psi_0 \in \Psi_\sigma \backslash \Psi_\tau$，$\Phi$ 为含有 σ 和 τ 作为仅有的 Herbrand 模型的子句集合. 因为 $\sigma \not< \tau$，τ 为 Φ 极小化$<$模型. $\tau \not\models \psi_0$，于是 $\psi_0 \notin B_\Psi^{\lessgtr}(\Phi)$. 另一方面，对于任意 $\psi \in \Psi \backslash \Psi_\sigma$，$\Phi \cup \{\psi\}$ 是不相容的，因为 $\sigma \not\models \psi$ 和 $\tau \not\models \psi$. 这就意味着 Ψ_0 为 Φ 的极大 Ψ 外延且为唯

一的. 于是我们有 $\psi_0 \in A_\Psi(\Phi)$，这与 $A_\Psi(\Phi) = B_\Psi^{\leq}(\Phi)$ 相矛盾.

以上两个定理给出了语法定义和语义定义之间等价性的充分必要条件.

3 结束语

本文给出了 CWAs 的一种参数化定义形式，这种参数化定义可以作为一种特例导出已知的 CWAs 的各种不同的定义形式.

CWAs 的典型应用是很多的，如 Horn 子句、选言信息、缺省推理、开放关系以及空值等问题的处理. 但要说明的是，虽然 CWAs 在数据库领域中已被广泛地应用，但仍非是数据库完备的必须选择. 另一类数据库完备是文献[9]中提出的缺省推理. 在目前的情况下，虽然还不存在任何标准的隐数据库完备，但至少 CWAs 参数可作为数据库完备的一种显式规范.

参考文献

1 Reiter R. On closed world database. In: Gallaire H, Minker J eds. Logic and Date Base, Plenum, NY, 1978.

2 Minker J. On indefinite database and the closed world assumption. In: Loveland D W ed. 6th Conf. on Automated Deduction, Springer—Verlag, 1982.

3 Gelford M, Przymansinka H. Negation as failure: careful closed procedure. Artificial Intelligence, 1986, (**30**): 273—287.

4 Yahya A, Henschen L J. Deduction in non—horn database. J. Automated Reasoning, 1985, (**1**): 141—160.

5 Enderton H B. A mathematical introduction to logic. Academic Press, NY, 1972.

6 Mendelson E. Introduction to mathematical logic. 2nd edition, Von Nostrand—Reinhold, NY, 1978.

7 Brass S, Lipeck U W. Specifying closed world assumptions for logic databases. Proc. 2nd Symp. on Mathematical Fundamentals of Database Systems, Springer—Verlag, 1989.

8 Ullman J D. Principles of database and knowledge base systems. 2: 2nd edition, Pitman, USA, 1983.

9 Reiter R. A logic for default reasoning. Artificial Intelligence, 1980, (**13**): 81—132.

ON THE CLOSED WORLD ASSUMPTIONS FOR LOGIC DATABASES

Nie Peiyao

(Department of Information Management, Shandong Financial Institute, Jinan 250014)

Abstract Closed world assumptions (CWAs) are an important class of implicit completions for logic databases. This paper presents a new parameterized definition of CWA. By this definition some known and new versions of CWAs can be derived as special cases. In turn, the CWA presented in this paper can also instantiates the more basic notion of "database completion" and satisfies natural properties.

Key words Logic database, closed world assumptions, database completion.