面向对象的语义关联数据模型理论

古新生　　陈　清

（西安交通大学 CIMS 研究中心，西安 710049）

MODEL THEORY OF OBJECT-ORIENTED SEMANTIC ASSOCIATION DATA MODEL

Gu Xinsheng and Chen Qing

(*CIMS Center*, *Xian Jiaotong University*, *Xian* 710049)

Abstract This paper presented a theory of object-oriented association data model (CIM-OSA DM) for the CIM environment. After brief introduction of CIM-OSA DM, it focused on the formal definition about the fundamental concepts of the model, including object, class, and semantic association among classes. From the united point of view of object and class, it further defined the conditions of equal objects and equal classes. The definitions of sub-object and sub-class were also given formally. Some important characteristics of sub-object and sub-class were proved. Finally, the concepts of object algebra and some operations on object were exploited.

摘要 本文提出了"面向对象的语义关联数据模型(CIM-OSA DM)"理论. 在扼要介绍 CIM-OSA DM 的基础上，侧重于形式化地定义"对象"、"对象类"及类之间的"语义关联". 按照"对象"和"对象类"统一的观点，又进一步形式化地定义了"对象相等"、"对象类相等"、"子对象类关系"以及"子对象关系"，并采用严格的数学证明论证了它们具有的重要性质. 最后提出"对象代数"并形式化地定义对象可执行的几种代数运算.

§0. 引　言

"信息流的集成"是实现 CIMS 的技术关键和难点. 其中，如何有效地处理和提炼各种结构化数据、非结构化数据、抽象的规则知识，以正确地归纳和组织这些广义的"数据"之间的关系，进而抽象出功能强的、智能化的数据模型，并以此模型为基础建立灵活、可靠、高效、方便的全局数据管理系统，又是信息集成的重要基础和首要内容.

传统的数据库管理系统的局限性在于，它们所基于的数学模型是用简单的数据结构（如

本文 1990 年 11 月 27 日收到，1991 年 5 月 26 日定稿. 本课题是国家高技术自动化领域 CIMS 面上课题. 作者古新生，教授，西安交通大学 CIMS 中心数据与知识工程研究室主任，主要研究领域为数据与知识工程、面向对象方法、C++语言等. 陈清，助教，1990 年硕士毕业于西安交通大学，主要研究领域为数据库技术.

树、网、关系等)表示数据,只能描述有限的语义,模型所不能描述的大量的语义必须由用户在应用程序中给出. 因而用户工作量大,而且不利于系统查询优化和提高效率.

为了克服传统数据库管理系统的缺陷,在吸取国外先进经验的基础上,结合我国 CIMS 研究的需要,我们提出以"面向对象的语义关联数据模型"(以下简写为 CIM-OSA DM)作为建立 CIMS 全局数据管理系统的全局数据模型. 本文对该模型进行了理论探讨,对其主要部分给出形式化定义,并对有关性质作了严格的数学证明.

全文安排如下:第一章综述 CIM-OSA DM,介绍语义数据模型的概念和面向对象方法的特点以及将二者结合而成的 CIM-OSA DM 的基本概念. 第二章是对 CIM-OSA DM 的形式化定义. 首先定义了对象、对象类及类之间的五种语义关联. 为保持概念上的一致和提高程序设计环境的质量,采取"对象"与"对象类"统一的观点. 进而定义了"对象相等"、"对象类相等"、"子对象类关系"、"子对象关系". 并用严格的数学方法证明了它们所具有的重要性质. 第三章提出"对象代数"的概念,形式化地定义了对象的并、交、差、投影、连接等运算. 最后是全文的总结.

§1. CIM-OSA DM 综述

CIM-OSA DM 是语义数据模型与面向对象方法相结合的产物. "语义数据模型"(Semantic Data Model)具有丰富的语义,它由一些通用模型构造器组成,能清晰地描述数据库的语义特性,如结构特性、操作特性和知识规则等. 其优越性表现在:

· 数据库的设计者、管理者和用户都能受益于更准确、更完整、更直接的语义特性的描述.

· 数据库管理系统能根据预先定义的语义特性,准确地解释用户查询,给出约束规则,实现查询优化.

近年来出现并蓬勃发展的面向对象方法(Object-Oriented Paradigm,简称 O-O 方法)能以更自然、更理想的方法反映现实世界:世界是由事物所组成,而世界上的一切事物都可看作"对象"(Object). 因此,这种方法可应用于系统分析、软件工程、数据管理、编程语言、用户界面、仿真等领域中,并使这些领域带来革命性的变化. 这是由于 O-O 方法具有如下的特色:

· 数据抽象:使得能用系统或用户定义的数据类型构造更复杂的数据类型.

· 信息隐藏:对象类"说明"与"实现"相分离,详细的"实现"过程用户可不必知道,因而使用户界面十分友好.

· 继承性:子类可以继承父类的属性和操作,极大地简化了建立系统的定义任务,提高了系统的效率.

· 多形性:同一个"消息"(即操作)既可以发送给父类的对象,也可以发送给其子类的对象. 多形性允许不同的对象以一种适合于该对象的方式对公共消息作出不同的响应.

CIM-OSA DM 的基本单元是对象. 下面就"对象"、"对象类"和对象类之间的五种"语义关联"做一简单介绍.

1.1 **对象**(Object)

对象是现实世界中的一切物理实体、抽象概念和事件. 甚至象 CIMS 这样复杂的大系

统，也可看作是“对象”.

采用对象作为 CIM-OSA DM 重要的基本概念，使模型具有很强的抽象、概括等表达能力，用对象能统一地表示 CIMS 中结构化数据、非结构化数据及规则知识.

1.2 **对象类**(Object Class)

对象类是由具有共同语义特性的对象构成的集合；也就是说，同一对象类中的所有对象有相同的结构、操作和约束规则.

对象类包括类“说明”和类“实现”两部分.类的“说明”部分应完整地描述类的语义性质，即结构、操作和约束规则三项，下面逐项加以说明.类“实现”则隐藏了操作与约束的具体实现.

1)结构(Structure)

对象类可分为实体对象类(Entity-class，简称实体类或 E 类)和域对象类(Domain class，简称域类或 D 类).实体类可以独立地由用户访问，域类用以描述其它对象类的结构、数据类型和取值范围等，因此不能由用户独立访问.

对象类之间存在着语义关联和数据类型构造器关联，CIM-OSA DM 正是通过关联(A-ssociation)来描述对象类之间在语义和数据结构上的相互关联的.

语义关联是要描述的类(称为定义类)和若干个参与该语义关联的底层类(称为成分类)之间的关系.CIM-OSA DM 根据 CIM 的需求，定义了聚合、概括、相互作用、组合及分类统计五种语义关联.这几种语义关联的定义将在第三章给出.

2)操作(Operation)

CIM-OSA DM 对象类具有功能强、模块化及灵活的操作特性.它可由系统建立时予以定义，如选择、投影、连接、插入、修改、删除等操作；也可由用户在较高层次上定义他们所需要的操作，如旋转、反射、回收等操作.

3)约束规则(Constrain Rule)

对象类的规则包括语义约束、完整性及安全性规则、接口规则、与类实例有关的特定的专家规则等.其中，语义约束规则、完整性及安全性规则起着管理、保证系统正确检索和更新、维护系统完整性和一致性的作用.最基本的约束规则是：

· 取值约束规则：最基本的取值约束规则是唯一性取值约束、等值约束、子类型约束、互斥取值约束等.

· 状态约束规则：规定系统可以接受的状态.

· 变换约束规则：规定改变系统状态或取值的条件.

附图是采用 CIM-OSA DM 为部分 CIMS 子系统建模的举例，其目的在于阐明 CIM-OSA DM 的语义图表示方法.

§2. CIM-OSA DM 的形式化定义

2.1 对象的形式化定义

现实世界中的物理实体、抽象概念、事件均可看作是对象.CIM-OSA DM 侧重研究以下七种对象：

1)原子对象：整数、浮点数、字符、字符串、时间、日期、币制等，都称作原子对象(Atomic

Object)；

2)数组对象：若 $O_1,O_2,\cdots,O_n$ 是对象，那么以它们为分量构成的数组 Array$[O_1,O_2,\cdots,O_n]$也是对象，称作数组对象(Array Object)；

3)集合对象：若 $O_1,O_2,\cdots,O_n$ 是对象，则集合$\{O_1,O_2,\cdots,O_n\}$也是对象，称作集合对象(Set Object)；

4)元组对象：若 $O_1,O_2,\cdots,O_n$ 是对象，则元组$\langle a_1\cdot O_1,\cdots,a_n\cdot O_n\rangle$也是对象，其中 a_i 表示元组中的第 i 个属性，O_i 表示第 i 个属性的取值，$i=1,\cdots,n$. 整个元组称作元组对象(Tuple Object)；

5)类：对象类也可看作是对象. 因此，对象类与对象是统一的；(对象类是本文的一个重要概念，它的定义将在下一节给出)

6)对象变量：可以为给定的某一种对象的所有值中任何值的量，对象变量(记作 V_i)是对象；

7)两个特殊对象⊥和⊤；(有关⊥和⊤的描述在本章第四小节中给出)

2.2 对象类的形式化定义

对象类是由具有共同语义特性(包括结构、操作和约束规则)的对象组合而成.

1)对象类的表示

对象类用七元组〈CN,CO,CT,SA,OS,MS,RS〉来表示. 其中各元的意义是：CN—对象类的名；CO—对象类的标识符；CT—对象类的类别，E 类或 D 类；SA—对象类的语义关联；OS—对于 E 类，OS 是类中对象的 OID 集合；对于 D 类，OS 是域类的域；MS—对象类的方法集合；RS—对象类的规则集合；

2)对象类的划分

若用 X 表示对象集合，p(x)表示 X 中的对象 x 所具有的语义特性的集合，则 $P(X)=\bigcup_{x\in X}p(x)$就表示 X 中所有对象的语义特性的集合.

语义特性 p 在 X 中的辖域是具有该语义特性的对象 x(x∈X)组成的集合 $G(p;X)=\{x\mid x\in X$ 且 $p\in p(x)\}$.

定义：设 P 是 $P(X)$的一个子集，以语义特性集 P 划分的对象类的对象集合为 $\bigcap_{p\in P}G(p;X)$.

3)对象类的语义关联(语义关联的图形表示如图 1 所示)

· 概括关联(Generalization Association，简称 G 关联)

G 关联的定义类称为超类，成分类称为子类. 超类与各成分类之间具有共性与个性的关系，即定义类概括了所有成分类的共性. 而且，成分类中的每个对象必定是定义类的对象.

G 关联的形式化定义如下：

定义：设存在着对象类 $C_0,C_1,\cdots,C_n(n\geqslant 2)$，如果 $OS(C_1)\cup\cdots\cup OS(C_n)\subseteq OS(C_0)$，则称对象类 C_0 与 $C_1,\cdots,C_n$ 之间具有 G 关联.

超类可以作为另一个 G 关联的成分类，而子类亦可在其它 G 关联中作为超类，这样就形成了“G 关联的层次”结构. G 关联的最重要的性质—继承性在层次结构中得以充分体现：低层次的子类可以继承其超类的属性、操作及语义约束；而且，这种继承具有传递性. 子类还

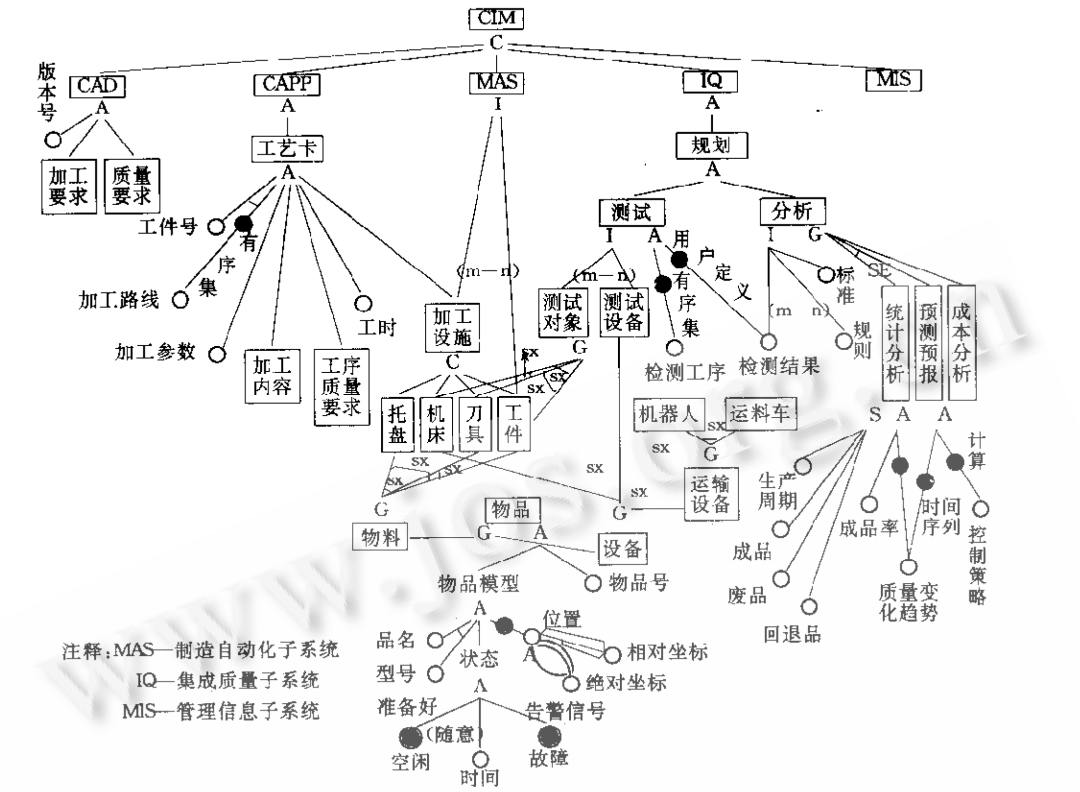

图1 采用CIM—OSA DM为CIMS 部分子系统建模

可以有一个以上的超类,从而形成"多重继承"的特性,并具有"概括类格"的结构.

G关联的成分类之间具有集合相等、集合互斥和集合相交这三种情况,形式化定义如下:

定义:设对象类 C_0 与 $C_1,\cdots,C_n(n\geqslant 2)$ 之间具有G关联,$C_i、C_j\in\{C_1,\cdots,C_n\}(i\neq j)$

(Ⅰ)若 $OS(C_i)=OS(C_j)$,则 C_i 与 C_j 之间具有集合相等关系,记作SE;

(Ⅱ)若 $OS(C_i)\cap OS(C_j)=\varnothing$,则 C_i 与 C_j 之间具有集合互斥关系,记作SX;

(Ⅲ)若 $OS(C_i)\cap OS(C_j)\neq\varnothing$ 且 $OS(C_i)\neq OS(C_j)$,则称 C_i 与 C_j 之间具有集合相交关系,记作SI.

· 聚合关联(Aggregation Association,简称A关联)

一个对象类与其它对象类之间若存在着A关联,则该关联定义了该对象类的一组属性,对应的成分类是这些属性的域.

A关联的形式化定义如下:

定义:设存在着对象类 $C_0,C_1,\cdots,C_n(n\geqslant 1)$,若存在这样一个函数集合 $A_t=\{b_1,\cdots,b_m\}$ $(m\geqslant n)$,使得:对于每一个 $C_j(1\leqslant j\leqslant n)$,至少存在一个 $b_i(1\leqslant i\leqslant m)$ 是 $OS(C_0)$ 到 $OS(C_j)$ 上的函数.则称 C_0 与 $C_1,\cdots,C_n$ 之间存在A关联,A_t 是 C_0 的属性集合.

A关联的成分类除作为定义类属性的域之外,也可作为下一层的定义类,因此,A关联亦具有层次结构,称为"聚合层次",以便对事物不断细化(自顶向下)或抽象(自底向上).

·相互作用关联(Interaction Association,简称 I 关联)

I 关联具有 E—R 模型的功能,其定义类用以表达两个或三个成分类之间的相互作用关系.

I 关联的形式化定义如下:

定义:设存在对象类 $C_0, C_1, \cdots, C_n (2 \leqslant n \leqslant 3)$,且 $CT(C_0)=CT(C_1)=\cdots=CT(C_n)=E$,R 是由元组 $\langle Id_1, \cdots, Id_n \rangle$ 构成的集合,$Id_j \in OS(C_j) (j=1, \cdots, n)$.若存在一对一映射 $F: OS(C_0) \rightarrow R$,则称对象类 C_0 与 $C_1, \cdots, C_n$ 之间存在 I 关联.

·组合关联(Composition Association,简称 C 关联)

前面几种关联都是用以描述对象类中单个对象特性的.但是,在实际应用中,有时需要描述一组对象的属性.

C 关联具有两重含义.首先,凡参与 C 关联的成分类都作为单一的整体,而不再是个别对象的集合.因此,与 C 关联并存的 A 关联描述的是各成分类的整体性质,而不是各成分类中每个对象的个别性质.其次,C 关联的定义类又将以整体出现的所有成分类组合成为完整的、统一的有机整体.

C 关联的形式化定义如下:

定义:设存在对象类 $C_0, C_1, \cdots, C_n (n \geqslant 2)$,且 $CT(C_0)=CT(C_1)=\cdots=CT(C_n)=E$,对于任意两个对象类 C_i 和 $C_j (1 \leqslant i \neq j \leqslant n)$ 有:$OS(C_i) \cap OS(C_j)=\varnothing$.若存在一一对应映射:$OS(C_0) \rightarrow \{C_1, \cdots, C_n\}$,则称 C_0 与 $C_1, \cdots, C_n$ 之间存在 C 关联.

·分类统计关联(Statistical Classification Association,简称 S 关联)

S 关联与 A 关联并存用以描述分类统计的功能.其中,参加 S 关联的成分类必须是域类,成分类的全部组合描述了分类的要求;而 A 关联的属性则描述了进行统计的内容,其对应的成分类也必须是域类.

S 关联的形式化定义如下:

定义:设存在着对象类 $C_0, C_1, \cdots, C_n (n \geqslant 1)$,且 $CT(C_0)=E$,$CT(C_1)=\cdots=CT(C_n)=D$,若存在一一对应映射:$OS(C_0) \rightarrow OS(C_1) \times \cdots \times OS(C_n)$,则称 C_0 与 $C_1, \cdots, C_n$ 之间具有 S 关联.

2.3 对象类的格结构

1)对象类的相等

判断两个对象类是否相等,关键是看它们的对象集合、操作及语义约束是否相同.因此,系统要生成一个类时,首先检查有无相同的 OS、MS、RS,若无重复,系统就生成一个新类,并赋予其一个类标识符 CO.类标识符具有唯一性、永久性和不变性.综上所述,对象类相等可形式化定义如下:

定义:设 C_1、C_2 是两个对象类,若 $OS(C_1)=OS(C_2)$,$MS(C_1)=MS(C_2)$,$RS(C_1)=RS(C_2)$,则称类 C_1 与类 C_2 相等,记作 $C_1=C_2$.

2)子对象类关系 S_c

定义:设 C_1、C_2 是两个对象类,如果:$OS(C_1) \subseteq OS(C_2)$,$MS(C_1) \supseteq MS(C_2)$,$RS(C_1) \supseteq RS(C_2)$,则称类 C_1 是类 C_2 的子对象类,记作 $C_1 \leqslant C_2$,并称 C_1 与 C_2 之间满足子对象类关系 S_c.

定理 1：子对象类关系 S_c 是对象类集合上的偏序关系．

证明：（Ⅰ）自反性：设 C 为任意对象类，显然有 $C \leqslant C$，即满足自反性．

（Ⅱ）反对称性：设 C_1、C_2 为任意两个对象类，若 $C_1 \leqslant C_2$，且 $C_2 \leqslant C_1$，则有：

$OS(C_1) \subseteq OS(C_2)$，$MS(C_1) \supseteq MS(C_2)$，$RS(C_1) \supseteq RS(C_2)$，

$OS(C_2) \subseteq OS(C_1)$，$MS(C_2) \supseteq MS(C_1)$，$RS(C_2) \supseteq RS(C_1)$，

故有：$OS(C_1) = OS(C_2)$，$MS(C_1) = MS(C_2)$，$RS(C_1) = RS(C_2)$，

则有：$C_1 = C_2$，即满足反对称性．

（Ⅲ）传递性：设 C_1、C_2、C_3 为任意三个对象类，若 $C_1 \leqslant C_2$，且 $C_2 \leqslant C_3$，则有：

$OS(C_1) \subseteq OS(C_2)$，$MS(C_1) \supseteq MS(C_2)$，$RS(C_1) \supseteq RS(C_2)$，

$OS(C_2) \subseteq OS(C_3)$，$MS(C_2) \supseteq MS(C_3)$，$RS(C_2) \supseteq RS(C_3)$，

故有：$OS(C_1) \subseteq OS(C_3)$，$MS(C_1) \supseteq MS(C_3)$，$RS(C_1) \supseteq RS(C_3)$，

则有：$C_1 \leqslant C_3$，即满足传递性．

综上，定理 1 得证．

3)对象类的格结构

设 $\boldsymbol{C}$ 为所有对象类组成的集合，$\tilde{\boldsymbol{C}}$ 为任意有限个对象类组成的集合，显然 $\tilde{\boldsymbol{C}} \subseteq \boldsymbol{C}$．

为证明 $\boldsymbol{C}$ 上的子对象类关系构成格，下面先定义两个运算：

定义：对任意 C_1、$C_2 \in \boldsymbol{C}$，由 $OS(C_1) \cap OS(C_2)$，$MS(C_1) \cup MS(C_2)$，$RS(C_1) \cup RS(C_2)$ 可以唯一确定一个对象类 $C_3 \in \boldsymbol{C}$，有：$OS(C_3) = OS(C_1) \cap OS(C_2)$，$MS(C_3) = MS(C_1) \cup MS(C_2)$，$RS(C_3) = RS(C_1) \cup RS(C_2)$，称 C_3 是 C_1 与 C_2 的交，记作 $C_3 = C_1 \cap C_2$．

定义：对任意 C_1、$C_2 \in \boldsymbol{C}$，由 $OS(C_1) \cup OS(C_2)$，$MS(C_1) \cap MS(C_2)$，$RS(C_1) \cap RS(C_2)$ 可以唯一确定一个对象类 $C_3 \in \boldsymbol{C}$，有：$OS(C_3) = OS(C_1) \cup OS(C_2)$，$MS(C_3) = MS(C_1) \cap MS(C_2)$，$RS(C_3) = RS(C_1) \cap RS(C_2)$，称 C_3 是 C_1 与 C_2 的并，记作 $C_3 = C_1 \cup C_2$．

定理 2：对象类集合 $\boldsymbol{C}$ 及其上的子对象类关系 S_c 构成格．

证明：对任意 C_1、$C_2 \in \boldsymbol{C}$，则有：对象类 $S = C_1 \cup C_2 \in \boldsymbol{C}$，和对象类 $I = C_1 \cap C_2 \in \boldsymbol{C}$，

故：$OS(S) = OS(C_1) \cup OS(C_2)$，$MS(S) = MS(C_1) \cap MS(C_2)$，$RS(S) = RS(C_1) \cap RS(C_2)$，

$OS(I) = OS(C_1) \cap OS(C_2)$，$MS(I) = MS(C_1) \cup MS(C_2)$，$RS(I) = RS(C_1) \cup RS(C_2)$，

因此：$OS(S) \supseteq OS(C_1)$，$OS(S) \supseteq OS(C_2)$，

$MS(S) \subseteq MS(C_1)$，$MS(S) \subseteq MS(C_2)$，$RS(S) \subseteq RS(C_1)$，$RS(S) \subseteq RS(C_2)$，

$OS(I) \subseteq OS(C_1)$，$OS(I) \subseteq OS(C_2)$，$MS(I) \supseteq MS(C_1)$，$MS(I) \supseteq MS(C_2)$，

$RS(I) \supseteq RS(C_1)$，$RS(I) \supseteq RS(C_2)$，

所以：$C_1 \leqslant S$，$C_2 \leqslant S$，$I \leqslant C_1$，$I \leqslant C_2$，

即 S 是 $\{C_1, C_2\}$ 的上界，I 是 $\{C_1, C_2\}$ 的下界．

设 $X \in \boldsymbol{C}$ 是 $\{C_1、C_2\}$ 的任意一个上界，则有：

$OS(X) \supseteq OS(C_1)$，$OS(X) \supseteq OS(C_2)$，

$MS(X) \subseteq MS(C_1)$，$MS(X) \subseteq MS(C_2)$，

$RS(X) \subseteq RS(C_1)$，$RS(X) \subseteq RS(C_2)$，从而

$OS(X) \supseteq OS(C_1) \cup OS(C_2) = OS(S)$，

$MS(X) \subseteq MS(C_1) \cap MS(C_2) = MS(S)$，

$RS(X) \subseteq RS(C_1) \cap RS(C_2) = RS(S)$，

即 $S \leqslant X$，故 S 是 $\{C_1, C_2\}$ 的最小上界. 同理可证，I 是 $\{C_1, C_2\}$ 的最大下界.

综上，定理 2 得证.

但是，实际应用中所研究的仅仅是 $\boldsymbol{C}$ 上的有限子集 $\widetilde{\boldsymbol{C}} = \{C_1, \cdots, C_n\}$（n 为任意一个有限整数），那么 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 上的子对象类关系 S_c 是否构成格呢？定理 3 回答了这个问题. 先介绍几个有关定义：

定义：对任意 $C_1, C_2 \in \boldsymbol{C}$，若 $C_1 \leqslant C_2$，则称 C_2 是 C_1 的一个超类.

定义：$I(C_i)$ 表示类 $C_i \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$ 在 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 中的所有子类组成的集合，即：$I(C_i) = \{C_j \mid C_j \leqslant C_i, C_i、C_j \in \widetilde{\boldsymbol{C}}\}$.

定义：$S(C_i)$ 表示类 $C_i \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$ 在 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 中的所有超类组成的集合，即：$S(C_i) = \{C_j \mid C_i \leqslant C_j, C_i, C_j \in \widetilde{\boldsymbol{C}}\}$.

定义：对象类 $\perp = \bigcap C_i (C_i \in \widetilde{\boldsymbol{C}})$，对象类 $\top = \bigcup C_i (C_i \in \widetilde{\boldsymbol{C}})$

我们强制在 $\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 中加入对象类 $\perp$ 和 $\top$，显然对任意 $C_i \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$，有 $C_i \leqslant \top$ 和 $\perp \leqslant C_i$，故有 $\perp \in I(C_i)$，和 $\top \in S(C_i)$，所以 $I(C_i)$ 和 $S(C_i)$ 均非空.

定理 3：在满足条件一或条件二的情况下，$\widetilde{\boldsymbol{C}}$ 及其上的子对象类关系 S_c 构成格.

条件一：对任意 $C_1、C_2 \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$，集合 $I(C_1) \cap I(C_2)$ 在子对象类关系下存在最大元；

条件二：对任意 $C_1, C_2 \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$，集合 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 在子对象类关系下存在最小元.

证明：首先证明条件一⇔条件二：

条件一⇒条件二：

设 $C_1、C_2 \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$，则 $\top \in S(C_1)$，$\top \in S(C_2)$，故 $\top \in S(C_1) \cap S(C_2)$，若 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 仅有一个元素，那么这个元素便是 $\top$，则 $\top$ 就是 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 的最小元.

否则，对任意 $D_1、D_2 \in S(C_1) \cap S(C_2)$，显然有 $D_1, D_2 \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$，由条件一得：$I(D_1) \cap I(D_2)$ 存在最大元，设为 E，从而有 $E \leqslant D_1$ 和 $E \leqslant D_2$，又因为 $C_1 \leqslant D_1, C_1 \leqslant D_2$，所以 $C_1 \in I(D_1) \cap I(D_2)$，即 $C_1 \leqslant E$，同理可证 $C_2 \leqslant E$，故 $E \in S(C_1) \cap S(C_2)$.

以上证得：对任意 $D_1, D_2 \in S(C_1) \cap S(C_2)$，存在 $E \in S(C_1) \cap S(C_2)$，使得 $E \leqslant D_1, E \leqslant D_2$.

在此先证明引理：设任意 $C_1、C_2 \in \widetilde{\boldsymbol{C}}$，$S(C_1) \cap S(C_2)$ 具有 P 个元素（P 为任意整数），对 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 的任意一个有 m 个元素的子集 F，在 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 中均存在它的一个下界.

用归纳法证明：

（Ⅰ）m＝2 时，即 $F = \{D_1, D_2\}$

由前面证明可得：存在 $E \in S(C_1) \cap S(C_2)$，使得 $E \leqslant D_1, E \leqslant D_2$，故引理成立.

（Ⅱ）设 m＝k 时引理成立，即对 $S(C_1) \cap S(S_2)$ 的任意一个有 k 个元素的子集 F，在 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 中存在它的一个下界.

（Ⅲ）当 m＝k＋1 时：

设 $F = \{D_1, D_2, \cdots, D_k, D_{k+1}\}$，令 $G = \{D_1, D_2, \cdots, D_k\}$，由（Ⅱ）可得：G 在 $S(C_1) \cap S(C_2)$ 中存在一个下界 E_1，使得对任意 $D_i \in G (i = 1, \cdots, k)$ 有 $E_1 \leqslant D_i$. 而对 $\{E_1, D_{k+1}\}$ 由(i)可得：存在 $E \in S(C_1) \cap S(C_2)$，使得 $E \leqslant E_1, E \leqslant D_{k+1}$，从而有 $E \in S(C_1) \cap S(C_2)$，$E \leqslant D_{k+1}$，$E \leqslant E_1 \leqslant D_i (i = 1, \cdots, k)$ 故 E 为 F 的一个下界.

综合（Ⅰ）－（Ⅲ）可证引理.

而当 $P=m$ 时，$F=S(C_1)\cap S(C_2)$，即$S(C_1)\cap S(C_2)$中存在最小元.

至此，证明了条件一⇒条件二.

仿上可证：条件一⇐条件二.

故有：条件一⇔条件二，即条件一或条件二中任意一个成立时，则另一个也成立.

设任意 C_1、$C_2\in\widetilde{C}$，若 $I(C_1)\cap I(C_2)$中存在最大元 E，显然有 $E\in\widetilde{C}$. 对$\{C_1,C_2\}$在 $\widetilde{C}$ 中的任何下界 D，因为 $D\leqslant C_1$，$D\leqslant C_2$，所以 $D\in I(C_1)\cap I(C_2)$，故 $D\leqslant E$，即 E 是$\{C_1,C_2\}$在 $\widetilde{C}$ 中的最大下界.

类似可证：$\{C_1,C_2\}$在 $\widetilde{C}$ 中存在最小上界.

综上，定理 3 得证.

2.4 对象的格结构

1)对象的相等

定义：设 O_1、O_2 是任意两个对象，

(1)若对象 O_1、O_2 均是原子对象，则 O_1 与 O_2 相等，当且仅当 O_1 与 O_2 相同；

(2)若对象 O_1、O_2 均是数组对象，则 O_1 与 O_2 相等，当且仅当 O_1 与 O_2 的维数相同，且相应维中的分量个数相同，且每个对应分量的对象相同；

(3)若对象 O_1、O_2 均是集合对象，则 O_1 与 O_2 相等，当且仅当 O_1 与 O_2 的基数相同，且 O_1 与 O_2 相应元素对象相等；

(4)若对象 O_1、O_2 均是元组对象，则 O_1 与 O_2 相等，当且仅当 O_1 与 O_2 的属性集相同，且相应属性的值对象相等；

(5)若对象 O_1、O_2 均是对象类，则 O_1 与 O_2 相等，当且仅当 O_1 与 O_2 对象类相等；

(6)若对象 O_1、O_2 均是对象变量，则 O_1 与 O_2 相等，当且仅当 O_1 与 O_2 的值对象相等.

对象 O_1 与 O_2 相等，记作 $O_1=O_2$.

2)子对象关系 S_o

定义：设 O_1、O_2 是任意两个对象，

(1)若对象 O_1、O_2 均是原子对象，则 O_1 是 O_2 的子对象，当且仅当 $O_1=O_2$；

(2)若对象 O_1、O_2 均是数组对象，则 O_1 是 O_2 的子对象，当且仅当 O_1 与 O_2 的维数相同，且相应维的分量个数相同，且 O_1 的每个分量对象是 O_2 中对应分量对象的子对象；

(3)若对象 O_1、O_2 均是集合对象，则 O_1 是 O_2 的子对象，当且仅当对于 O_1 中的任意一个元素 a，在 O_2 中均存在一元素 b，使得 a 是 b 的子对象；

(4)若对象 O_1、O_2 均是元组对象，则 O_1 是 O_2 的子对象，当且仅当对于 O_1 中任意一个属性的值对象 a，在 O_2 中相同属性的值对象 b，有 a 是 b 的子对象；

(5)若对象 O_1、O_2 均是对象类，则 O_1 是 O_2 的子对象，当且仅当 O_1 是 O_2 的子对象类；

(6)若对象 O_1、O_2 均是对象变量，则 O_1 是 O_2 的子对象，当且仅当 O_1 的值是 O_2 的值的子对象.

O_1 是 O_2 的子对象，记作：$O_1\leqslant O_2$. 若 $O_1\leqslant O_2$，则称 O_1 与 O_2 满足子对象关系 S_o.

对于⊥和⊤需要加以说明. 我们强制引入⊥和⊤这两个特殊对象，分别作为对象集合的最小元和最大元. 关于⊥和⊤还有如下规定：

(1)对具有属性集 S 的元组对象 $O=\langle a_1\cdot O_1,\cdots,a_n\cdot O_n\rangle$，对任意属性 $a\notin S$，在 O 中相

应于属性 a 的值的对象为$\perp$；

(2)对于数组对象 O，若 O 有一个分量为$\perp$，则 $O=\perp$；

(3)对于数组对象 O，若 O 有一个分量为$\top$，则 $O=\top$；

(4)对于元组对象 O，若 O 有一个属性的值对象为$\top$，则 $O=\top$.

定义：约简对象

(1)原子对象、$\perp$和$\top$均是约简对象；

(2)数组对象是约简对象，当且仅当它的每个分量是约简对象；

(3)元组对象是约简对象，当且仅当它的每个属性的值均是约简对象；

(4)集合对象是约简对象，当且仅当它的每个元素是约简对象，而且它的任意两个元素之间不满足子对象关系；

(5)对象类是约简对象，当且仅当对象类的 OS、MS、RS 均是约简对象；

(6)对象变量是约简对象，当且仅当它的值是约简对象.

下面所讨论的对象均是指约简对象.

定理 4：子对象关系 S_o 是对象集合上的偏序关系.

证明：(Ⅰ)自反性：设 O 为任意对象，显然有 $O\leqslant O$，即满足自反性.

(Ⅱ)反对称性：对任意对象 O_1、O_2，若 $O_1\leqslant O_2$，且 $O_2\leqslant O_1$，则：

a)若 O_1、O_2 均为原子对象，显然有 $O_1=O_2$；

b)若 O_1、O_2 均为对象类，显然有 $O_1=O_2$；

c)若 O_1、O_2 均为数组对象，设为 $O_1=[O_{11},O_{12},\cdots,O_{1n}]$，$O_2=[O_{21},O_{22},\cdots,O_{2n}]$，则有：$O_{1i}\leqslant O_{2i}$，$O_{2i}\leqslant O_{1i}(i=1,\cdots,n)$从而可推出 $O_{1i}=O_{2i}$，故 $O_1=O_2$；

d)若 O_1、O_2 均为元组对象，设为 $O_1=\langle a_{11}\cdot O_{11},\cdots,a_{1m}\cdot O_{1m}\rangle$，$O_2=\langle a_{21}\cdot O_{21},\cdots,a_{2n}\cdot O_{2n}\rangle$. 首先证明 O_1 的属性集与 O_2 的属性集相等. 用反证法：假设 O_1 的某一属性 a 不属于 O_2 的属性集，则依前述关于$\perp$的规定，有：O_2 中属性 a 的值为$\perp$，设 O_1 中 a 的值为 O_{1i}，因为 $O_1\leqslant O_2$，所以 $O_{1i}\leqslant\perp$，故 $O_{1i}=\perp$，即属性 a 不在 O_1 的属性集中，故矛盾. 所以 O_1 的属性集中的属性一定也在 O_2 的属性集中，同理可证：O_2 的属性集中的属性一定也在 O_1 的属性集中，故 O_1、O_2 的属性集相等. 因为 $O_1\leqslant O_2$，且 $O_2\leqslant O_1$，则 $O_{1i}\leqslant O_{2i}$，$O_{2i}\leqslant O_{1i}(i=1,\cdots,m)$，从而可推出 $O_{1i}=O_{2i}$，故 $O_1=O_2$；

e)若 O_1、O_2 均为集合对象，设为 $O_1=\{O_{11},\cdots,O_{1m}\}$，$O_2=\{O_{21},\cdots,O_{2n}\}$，对于任意 $O_{1i}\in O_1(1\leqslant i\leqslant m)$，必有 $O_{2j}\in O_2(1\leqslant j\leqslant n)$，使得：$O_{1i}\leqslant O_{2j}$. 而对于 O_{2j}，又必有 $O_{1k}\in O_1(1\leqslant k\leqslant m)$，使得 $O_{2j}\leqslant O_{1k}$. 若 $O_{1i}=O_{1k}$，则可推出 $O_{1i}=O_{2j}$. 否则，据传递性(后面将证)，必有 $O_{1i}\leqslant O_{1k}$，这显然不符合约简对象的定义. 所以，必有 $O_{1i}=O_{2j}$，即对于 $O_{2j}\in O_2$，只有一个 $O_{1i}\in O_1$ 是 O_{2j}的子对象，且 $O_{1i}=O_{2j}$. 同理可证，对于 O_1 中的每个元素 $O_{1i}\in O_1$，在 O_2 中有且只有一个元素 $O_{2j}\in O_2$，满足 O_{2j}是 O_{1i}的子对象，且 $O_{1i}=O_{2j}$. 从而 O_1 与 O_2 中元素一一对应，且对应元素相等. 故 $O_1=O_2$；

f)若 O_1、O_2 中有一个为$\perp$或$\top$，则据$\perp$、$\top$的规定，有 $O_1=O_2=\perp$ 或 $O_1=O_2=\top$；

g)若 O_1、O_2 均为对象变量，则 O_1 与 O_2 的值必为前面六种情况之一，必有 O_1 的值与 O_2 的值相同，故 $O_1=O_2$；

(Ⅲ)传递性：对任意对象 O_1、O_2、O_3，若 $O_1\leqslant O_2$，$O_2\leqslant O_3$， a)若 O_1、O_2、O_3 均为原子对象，则显然有 $O_1 \leqslant O_3$；

b)若 O_1、O_2、O_3 均为对象类，则显然有 $O_1 \leqslant O_3$；

c)若 O_1、O_2、O_3 均为数组对象，设为 $O_1=[O_{11},\cdots,O_{1m}]$，$O_2=[O_{21},\cdots,O_{2m}]$，$O_3=[O_{31},\cdots,O_{3m}]$，则有 $O_{1i} \leqslant O_{2i}$，$O_{2i} \leqslant O_{3i}(i=1,\cdots,m)$，从而可推出 $O_{1i} \leqslant O_{3i}$，故 $O_1 \leqslant O_3$；

d)若 O_1、O_2 均为元组对象，设为 $O_1=\langle a_{11}\cdot O_{11},\cdots,a_{1m}\cdot O_{1m}\rangle$，$O_2=\langle a_{21}\cdot O_{21},\cdots,a_{2n}\cdot O_{2n}\rangle$，$O_3=\langle a_{31}\cdot O_{31},\cdots,a_{3p}\cdot O_{3p}\rangle$，则有 $O_{1i} \leqslant O_{2i}$，$O_{2i} \leqslant O_{3i}(i=1,\cdots,m)$，从而可推出 $O_{1i} \leqslant O_{3i}$，故 $O_1 \leqslant O_3$；

e)若 O_1、O_2、O_3 均是集合对象，设为 $O_1=\{O_{11},\cdots,O_{1m}\}$，$O_2=\{O_{21},\cdots,O_{2n}\}$，$O_3=\{O_{31},\cdots,O_{3p}\}$，则有 $O_{1i} \leqslant O_{2j}$，$O_{2j} \leqslant O_{3k}(1 \leqslant i \leqslant m, 1 \leqslant j \leqslant n, 1 \leqslant k \leqslant p)$，从而可推出 $O_{1i} \leqslant O_{3k}$，故 $O_1 \leqslant O_3$；

f)若 O_1、O_2、O_3 均是对象变量，则 O_1 值、O_2 值、O_3 值必是前面几种情况之一，故 $O_1 \leqslant O_3$；

综合 a)—f)，定理 4 得证.

3)对象的格结构

设 $\boldsymbol{O}$ 为所有对象组成的集合，$\tilde{\boldsymbol{O}}$ 为任意有限个对象组成的集合，显然 $\tilde{\boldsymbol{O}} \subseteq \boldsymbol{O}$.

在讨论对象的格结构之前，先介绍几个定义：

定义：对象相容

(Ⅰ)若 O_1、O_2 均为原子对象，则 O_1 与 O_2 相容，当且仅当 O_1 与 O_2 相等；

(Ⅱ)若 O_1、O_2 均为对象类，则 O_1 与 O_2 相容，当且仅当 $O_1 \leqslant O_2$，或 $O_2 \leqslant O_1$，或存在一对象类对象 O_3，使得 $O_3 \neq O_1$ 且 $O_3 \neq O_2$，有 $O_1 \leqslant O_3$，$O_2 \leqslant O_3$；

(Ⅲ)⊥、⊤与任何对象均相容；

(Ⅳ)若 O_1、O_2 均为数组对象，则 O_1 与 O_2 相容，当且仅当 O_1 与 O_2 的维数相同，且对应维的分量个数相同，且每个对应分量对象相容；

(Ⅴ)若 O_1、O_2 均为元组对象，则 O_1 与 O_2 相容，当且仅当对于 O_1(或 O_2)属性集中的每个属性的值均与 O_2(或 O_1)对应属性的值对象相容；

(Ⅵ)若 O_1、O_2 均为集合对象，则 O_1 与 O_2 相容，当且仅当 O_1 与 O_2 可以进行集合的并或交运算；

(Ⅶ)若 O_1、O_2 均为对象变量，则 O_1 与 O_2 相容，当且仅当 O_1 与 O_2 的值相容；

O_1 与 O_2 相容，记作 $O_1 \sim O_2$.

定义：对象并∪

设 O_1、O_2 为任意两个对象，

(Ⅰ)若 O_1、O_2 均为原子对象，若 $O_1=O_2$，则 $O_1 \cup O_2=O_1=O_2$；

(Ⅱ)若 O_1、O_2 均为对象类，则 $O_1 \cup O_2=O_1 \cup O_2$(对象类并运算)；

(Ⅲ)$O \cup \bot=\bot \cup O=O$，$O \cup \top=\top \cup O=\top$，O 为任意对象；

(Ⅳ)若 O_1、O_2 均为数组对象，且 $O_1 \sim O_2$，设为 $O_1=[O_{11},\cdots,O_{1n}]$，$O_2=[O_{21},\cdots,O_{2n}]$，$O_1 \cup O_2=[O_{11} \cup O_{21},\cdots,O_{1n} \cup O_{2n}]$；

(Ⅴ)若 O_1、O_2 均为元组对象，且 $O_1 \sim O_2$，设为 $O_1=\langle a_1\cdot O_{11},\cdots a_m\cdot O_{1m}\rangle$，$O_2=\langle a_1\cdot O_{21},\cdots,a_n\cdot O_{2n}\rangle$，$O_1 \cup O_2=\langle a_1\cdot O_{11} \cup O_{21},\cdots,a_{max(m,n)}\cdot O_{1max(m,n)} \cup O_{2max(m,n)}\rangle$；

(Ⅵ)若 O_1、O_2 均为集合对象，且 $O_1 \sim O_2$，则 $O_1 \cup O_2 = O_1 \cup O_2$(集合并运算)；

(Ⅶ)若 O_1、O_2 均为对象变量，且 $O_1 \sim O_2$，则 $O_1 \cup O_2 = O_1$ 值 $\cup O_2$ 值；

(Ⅷ)其余情况，$O_1 \cup O_2 = \top$；

定义：对象交 $\cap$

设 O_1、O_2 为任意两个对象，

(Ⅰ)若 O_1、O_2 均为原子对象，若 $O_1 = O_2$，则 $O_1 \cap O_2 = O_1 = O_2$；

(Ⅱ)若 O_1、O_2 均为对象类，则 $O_1 \cap O_2 = O_1 \cap O_2$(对象类交运算)；

(Ⅲ)若 O_1、O_2 均为数组对象，且 $O_1 \sim O_2$，设为 $O_1 = [O_{11}, \cdots, O_{1n}]$，$O_2 = [O_{21}, \cdots, O_{2n}]$，则 $O_1 \cap O_2 = [O_{11} \cap O_{21}, \cdots, O_{1n} \cap O_{2n}]$；

(Ⅳ)若 O_1、O_2 均为元组对象，且 $O_1 \sim O_2$，设为 $O_1 = \langle a_1 \cdot O_{11}, \cdots, a_n \cdot O_{1n} \rangle$，$O_2 = \langle a_1 \cdot O_{21}, \cdots, a_m \cdot O_{2m} \rangle$，则 $O_1 \cap O_2 = \langle a_1 \cdot O_{11} \cap O_{21}, \cdots, a_{\min(m,n)} \cdot O_{1\min(m,n)} \cap O_{2\min(m,n)} \rangle$；

(Ⅴ)若 O_1、O_2 均为集合对象，且 $O_1 \sim O_2$，则 $O_1 \cap O_2 = O_1 \cap O_2$(集合交运算)；

(Ⅵ)$\top \cap O = O \cap \top = O$，$\bot \cap O = O \cap \bot = \bot$，$O$ 为任意对象；

(Ⅶ)若 O_1、O_2 均为对象变量，且 $O_1 \sim O_2$，则 $O_1 \cap O_2 = O_1$ 值 $\cap O_2$ 值；

(Ⅷ)其余情况，$O_1 \cap O_2 = \bot$；

定义：设 O_1、O_2 为任意对象，若 $O_1 \leqslant O_2$，则称 O_2 是 O_1 的超对象.

定理 5：对象集合 $\boldsymbol{O}$ 及其上的子对象关系 S_o 构成格.

证明：对任意 O_1、$O_2 \in \boldsymbol{O}$，则有对象 $I = O_1 \cap O_2$ 和对象 $S = O_1 \cup O_2$，显然 S、$I \in \boldsymbol{O}$.

(Ⅰ)若 O_1、O_2 均为原子对象，若 $O_1 = O_2$，则 $S = I = O_1 = O_2$，显然 S、I 分别是 $\{O_1, O_2\}$ 的最小上界的最大下界. 若 $O_1 \neq O_2$，则 $S = \top$，$I = \bot$，显然 $\top$、$\bot$ 分别是 $\{O_1、O_2\}$ 的最小上界和最大下界；

(Ⅱ)若 O_1、O_2 均是对象类，则由定理 2 的证明可知，$S = O_1 \cup O_2$，$I = O_1 \cap O_2$ 分别是 $\{O_1、O_2\}$ 的最小上界和最大下界；

(Ⅲ)若 O_1、O_2 均为集合对象，则 $S = O_1 \cup O_2$，$I = O_1 \cap O_2$ 显然分别是 $\{O_1, O_2\}$ 的最小上界和最大下界；

(Ⅳ)若 O_1、O_2 同为数组对象，或元组对象，或对象变量，则可递推到前面三种情况，从而可推出 $S = O_1 \cup O_2$，$I = O_1 \cap O_2$ 分别是 $\{O_1, O_2\}$ 的最小上界和最大下界；

(Ⅴ)若 O_1、O_2 不属于同一种对象，则 $S = O_1 \cup O_2 = \top$，$I = O_1 \cap O_2 = \bot$ 显然分别是 $\{O_1、O_2\}$ 的最小上界和最大下界；

综合(Ⅰ)－(Ⅴ)，定理 5 得证.

但是，实际应用中所研究的并不是所有对象组成的集合 $\boldsymbol{O}$，而是 $\boldsymbol{O}$ 的任意有限子集 $\tilde{\boldsymbol{O}} = \{O_1、O_2, \cdots, O_n\}$($n$ 为任意有限正整数)，那么 $\tilde{\boldsymbol{O}}$ 及其上的子对象关系 S_o 是否能构成格呢？定理 6 做了回答.

先给出几个定义：

定义：$IO(O_i)$ 表示对象 $O_i \in \tilde{\boldsymbol{O}}$ 在 $\tilde{\boldsymbol{O}}$ 中的所有子对象组成的集合，即 $IO(O_i) = \{O_j | O_j \leqslant O_i, O_i、O_j \in \tilde{\boldsymbol{O}}\}$.

定义：$SO(O_i)$ 表示对象 $O_i \in \tilde{\boldsymbol{O}}$ 在 $\tilde{\boldsymbol{O}}$ 中的所有超对象组成的集合，即 $SO(O_i) = \{O_j | O_i \leqslant O_j, O_i、O_j \in \tilde{\boldsymbol{O}}\}$.

定理 6：在满足条件一或条件二的情况下，$\tilde{O}$ 及其上的子对象关系 S_o 构成格.

条件一：对任意 O_1、$O_2 \in \tilde{O}$，集合 $IO(O_1) \cap IO(O_2)$ 在子对象关系下存在最大元；

条件二：对任意 O_1、$O_2 \in \tilde{O}$，集合 $SO(O_1) \cap SO(O_2)$ 在子对象关系下存在最小元.

证明：仿定理 3 可证.

§3. 对象操作

所有对象组成的集合及其上的运算构成了一个代数系统，称为对象代数.

作为对象代数的一部分，下面给出几种主要的对象运算的定义，其中并运算、交运算前面已定义，此处不再重复.

定义：对象差—

设 O_1、O_2 为任意两个对象，

(Ⅰ)若 O_1、O_2 均为原子对象，当 $O_1 \sim O_2$ 时，$O_1 - O_2 = \perp$；

(Ⅱ)若 O_1、O_2 均为对象类，当 $O_1 \sim O_2$ 时，$O_1 - O_2 = O_3$，O_3 中：

$OS(O_3) = OS(O_1) - OS(O_2)$，$MS(O_3) = MS(O_1)$，$RS(O_3) = RS(O_1)$；

(Ⅲ)若 O_1、O_2 均为集合对象，当 $O_1 \sim O_2$ 时，$O_1 - O_2 = O_1 - O_2$(集合差运算)；

(Ⅳ)若 O_1、O_2 均为数组对象，当 $O_1 \sim O_2$ 时，$O_1 - O_2 = O_3$，其中 O_3 是一个数组，O_3 的维数与 O_1、O_2 的维数相同，且 O_3 各维的分量个数与 O_1、O_2 对应维分量个数相同，且 O_3 的每个分量是 O_1、O_2 对应分量的对象差；

(Ⅴ)若 O_1、O_2 均为元组对象，当 $O_1 \sim O_2$ 时，$O_1 - O_2 = O_3$，其中 O_3 的属性集与 O_1 的属性集相同，O_3 的每个属性的值是 O_1、O_2 的对应属性值的对象的差；

(Ⅵ)若 O_1、O_2 均为对象变量，则 $O_1 - O_2 = O_1$ 值 $- O_2$ 值；

(Ⅶ)对任意对象 O，$O - \perp = O$，$\perp - O = \perp$，$O - \top = \perp$，$\top - O = \top$；

(Ⅷ)其余情况，$O_1 - O_2 = O_1$；

定义：对象投影 Π

设 O 为任意对象，

(Ⅰ)若 O 为原子对象，则 $\Pi O = \perp$；

(Ⅱ)若 O 为数组对象，设为 $O = [O_1, \cdots, O_n]$ 则 $\Pi_A O = [\Pi_A O_1, \cdots, \Pi_A O_n]$；

(Ⅲ)若 O 为元组对象，设为 $O = \langle a_1 \cdot O_1, \cdots, a_n \cdot O_n \rangle$，且 $A = \{a_i\}(1 \leqslant i \leqslant n)$，且 A 中不含有 I 关联属性，且 $F(a_i) = 1$，则对象 O 在 A 上的投影 $\Pi_A O = O'$，其中：O' 是一个元组对象，O' 的属性集为 A，每个属性值是 O 对应属性的值；

(Ⅳ)若 O 为集合对象，设为 $O = \{O_1, \cdots, O_n\}$，则 $\Pi_A O = \{\Pi_A O_1, \cdots, \Pi_A O_n\}$；

(Ⅴ)若 O 为对象类，则 $\Pi_A O = O'$，其中：$OS(O') = \Pi_A OS(O)$，$MS(O') = \Pi_A MS(O)$，$RS(O') = \Pi_A RS(O)$；

(Ⅵ)若 O 为对象变量，则 $\Pi_A O = \Pi_A$(O 的值)；

(Ⅶ)其余情况，$\Pi_A O = \perp$；

定义：连接 $\underset{f}{\infty}$

(Ⅰ)若 O_1、O_2 均为原子对象，则 $O_1 \underset{f}{\infty} O_2 = \perp$；

(Ⅱ)若 O_1、O_2 均为数组对象,当 O_1、O_2 的维数相同,且对应维的分量个数相同时,$O_1 \underset{f}{\infty} O_2 = O_3$,$O_3$ 是一个数组对象,O_3 的维数与 O_1、O_2 的维数相同,且各维的分量个数与 O_1、O_2 对应维的分量个数相同,且 O_3 的每个分量是 O_1、O_2 对应分量的 $\underset{f}{\infty}$ 运算结果;

(Ⅲ)若 O_1、O_2 均为元组对象,设为 $O_1 = \langle a_{11} \cdot O_{11}, \cdots, a_{1m} \cdot O_{1m} \rangle$,$O_2 = \langle a_{21} \cdot O_{21}, \cdots, a_{2n} \cdot O_{2n} \rangle$,则 $O_1 \underset{f}{\infty} O_2 =$

$$\begin{cases} \Pi_A \langle a_{11} \cdot O_{11}, \cdots, a_{1m} \cdot O_{1m}, a_{21} \cdot O_{21}, \cdots, a_{2n} \cdot O_{2n} \rangle & f(O_1 \cdot a_{1i}, O_2 \cdot a_{2j}) = 1 \\ \perp & f(O_1 \cdot a_{1i}, O_2 \cdot a_{2j}) \neq 1 \end{cases}$$
$$(1 \leqslant i \leqslant m, 1 \leqslant j \leqslant n)$$

A:O_1 的属性集 $\cup$ O_2 的属性集,

(Ⅳ)若 O_1、O_2 均为集合对象,设为 $O_1 = \{O_{11}, \cdots, O_{1m}\}$,$O_2 = \{O_{21}, \cdots, O_{2n}\}$,则 $O_1 \underset{f}{\infty} O_2 = \{O_{1i} \underset{f}{\infty} O_{2j} \mid O_{1i} \in O_1, O_{2j} \in O_2, 1 \leqslant i \leqslant m, 1 \leqslant j \leqslant n\}$;

(Ⅴ)若 O_1、O_2 均为对象类,则 $O_1 \underset{f}{\infty} O_2 = O_3$,其中 O_3 是对象类,$OS(O_3) = OS(O_1) \underset{f}{\infty} OS(O_2)$,$MS(O_3) = MS(O_1) \underset{f}{\infty} MS(O_2)$,$RS(O_3) = RS(O_1) \underset{f}{\infty} RS(O_2)$;

(Ⅵ)若 O_1、O_2 均为对象变量,则 $O_1 \underset{f}{\infty} O_2 = O_1$ 值 $\underset{f}{\infty}$ O_2 值;

(Ⅶ)其余情况,$O_1 \underset{f}{\infty} O_2 = \perp$;

结束语:本文对语义关联数据模型 CIM-OSA DM 的主要部分作了形式化定义,从理论上阐明基本概念,为建立 CIM-OSA DM 的模型理论进行了探索.文中提出并用严格的数学方法证明了有关面向对象系统的若干性质,对于以 CIM-OSA DM 作为模型的 CIMS 环境的全局数据管理系统的建立、操纵及维护,都具有重要意义.

今后的工作还很艰巨,难度很大.首先,要使模型在理论上更加完备,改进已形式化部分,使之在数学上更加严格.其次,还要进一步探索模型的具体实现.

参考文献

1　王永革,面向对象知识模型的理论探讨及实现,西安交通大学硕士论文,1990.

2　陈其明,DB 对象和型的广义结构模型,计算机学报,1989.8.

3　古新生,采用面向对象的语义关联模型为数据与知识建立统一的模型,第 2 届全国知识工程研讨会论文集知识工程进展,1988 年.

4　古新生、顾学春等,为计算机综合自动化制造系统建立智能化的全局数据模型,西安交通大学学报,Jun. 1988,Vol. 22,No. 3.

5　Stanley Su etc,An Object-Oriented Semantic Association Model, In AI in Industrial Engineering and Manufacturing:Theoretical Issues and Applications.

6　Bancilhon, F. and Khoshadian, S. N. ,A Calculas of Complex Objects, Proc. of the ACM SIGACT-SIGMO Symp. on Prin, of dDatabase Systems, 1986, 53—59.