第4卷第4期
1993年8月

软 件 学 报
JOURNAL OF SOFTWARE

Vol. 4, No. 4
Aug. 1993

非单调性和不一致性的处理
——一个基于线性逻辑的方法

黄林鹏 孙永强

(上海交通大学计算机系,上海 200030)

A LINEAR LOGIC APPROACH TO NON—MONOTONIC AND INCONSISTENT INFORMATION

Huang Linpeng and Sun Yongqiang

(*Shanghai Jiao Tong University*, *Shanghai* 200030)

Abstract In this paper, a theory named L1, which based on a fragment of linear logic, is put forward. In L1, effective results can be achieved when faced with inconsistent or non—monotonic information.

摘要 本文提出一种基于线性逻辑的理论L1,它除了能较好地反映常识推理的非单调性外,还可以在矛盾存在的情况下继续组织有效的推理.

§1. 非单调推理理论及存在的问题

人对客观世界的认识(常识)是处在不断的变化之中.获得了新的知识,旧的常识就有可能被修改,甚至抛弃.一般地说,常识具有不确定性,即它可能有许多例外,或是一种尚无理论依据,缺乏充分验证的经验.为了形式地表述常识并进行推理,人们提出了非单调推理理论.

在单调逻辑系统中有 $\dfrac{P\vdash A}{P,P'\vdash A}$,即事实的增加不会影响先前演绎推理的有效性.

古典逻辑、直觉主义逻辑、模态逻辑等都是单调逻辑.

Tarski 和 Scott 已证明:一个单调推理系统中的可证性是一满足下述条件的关系 $\vdash$:

自反性 $A_1,\cdots,A_n,B\vdash B$

单调性 $\dfrac{A_1,\cdots,A_n\vdash B}{A_1,\cdots,A_n,X\vdash B}$

传递性 $\dfrac{A_1,\cdots A_n\vdash X \qquad A_1,\cdots,A_n,X\vdash B}{A_1,\cdots,A_n\vdash B}$

本文1991年1月11日收到,1991年3月15日定稿.本文受到国家自然科学基金资助.作者黄林鹏,1992年博士毕业于上海交通大学,主要研究领域为人工智能,计算机逻辑,并行计算及函数式语言.孙永强,教授,博士导师,主要从事函数式语言,计算理论方面的研究工作.

在非单调逻辑系统中 $\frac{P \mid\sim A}{P,\ P' \mid\sim A}$ 不一定成立.(按惯例,符号 $\vdash$ 一般用于单调逻辑系统;符号 $\mid\sim$ 一般用于非单调逻辑系统).

Gabby[1]指出一个非单调推理系统中的可证性是一满足下述条件的关系 $\mid\sim$:

自反性 $A_1,\cdots,A_n,B \mid\sim B$

有限单调性 $\frac{A_1,\cdots,A_n \mid\sim X \qquad A_1,\cdots,A_n \mid\sim B}{A_1,\cdots,A_n,X \mid\sim B}$

传递性 $\frac{A_1,\cdots,A_n \mid\sim X \qquad A_1,\cdots,A_n,X \mid\sim B}{A_1,\cdots,A_n \mid\sim B}$

非单调推理的历史可追溯到七十年代初 Clark 的 Prolog 中的"否定解释为失败".八十年代初,非单调性推理理论得到了长足的进展,其中 Reiter 的缺省理论,McDermott 的非单调逻辑及 McCarthy 的限界理论是其主要代表.虽然它们各自采用不同的方法描述非单调性,但处理问题的方式却十分类似.

如缺省理论认为:如果 $\neg P$ 不可证则 MP(这里 M 是指一致).

McDermott 的非单调逻辑理论认为:如果不能证明某个对象具有性质 P,则认为其不具有性质 P.

众所周知:一阶谓词演算系统不是可判定的.因此,(1)这些涉及系统未来状态的演绎推理的结果与推理策略紧密相关,结论的正确性难以验证;(2)若一个系统基于某个假设如 MP 进行推理,而其后推出 $\neg P$,那么一个称为一致性维护的回溯过程需被激活以去除 MP 及以该假设为前提的所有结论.回溯的存在是推理系统低效的主要原因.之所以需要恢复一致性是由于这些理论都是古典逻辑的某种扩充.古典逻辑认为矛盾可以蕴含任何结论,即 $\frac{\vdash}{\vdash C}RW$.因此矛盾的存在将使推理系统崩溃.但在实际生活中,矛盾并不是一个消极的因素,它在我们认识客观世界的活动中起着重要的作用,来源于不同方面的信息不可能是一致的,也不应要求大家对一事实持相同的观念.因此我们需要有一理论,它能在互斥信念存在的情况下继续组织有效的推理.下面我们要介绍的 L1 正是这样的一个尝试,它是建立在线性逻辑的基础上的.

§2. 线性逻辑和古典逻辑的简单比较

由于缩规则(contraction)和弱规则(weakening)的存在,在古典逻辑中,一个假设可以被使用任意次.从矢列演算中去除上述结构规则,Girard[2]发展起一种线性系统,其中任一假设被使用且仅被使用一次,它有两种形式的合取和析取连结词.对于合取,它们有如下直觉解释:

$A \otimes B$ 表示 A、B 都能被推出,并且都是有效的;

A & B 表示 A、B 都能被推出,但只有一个是有效的.

以下是线性逻辑(简记为 LL)中的部分矢列演算规则:

结构规则 $\frac{}{A \vdash A}AXIOM \qquad \frac{\Gamma \vdash A \quad \triangle,\ A \vdash B}{\Gamma,\ \triangle \vdash B}CUT$

$\frac{\Gamma, A,\ B,\ \triangle \vdash C}{\Gamma, B, A, \triangle \vdash C}EXCHANGE$

逻辑规则 $\frac{\Gamma \vdash A \quad \triangle \vdash B}{\Gamma, \triangle \vdash A \otimes B}R\otimes \qquad \frac{\Gamma,\ A,\ B \vdash C}{\Gamma,\ A \otimes B \vdash C}L\otimes$

$$\frac{\Gamma\vdash A \quad \Gamma\vdash B}{\Gamma\vdash A\&B}R\& \qquad \cdots\cdots$$

下面我们就两个例子来分析 LL 的一些特点，并和古典逻辑进行比较.

例 2.1：设 S 是一公式的序列，并且 $S\vdash S'$ $S\vdash S''$，其中 S′和 S″是互斥的结论(或信念).

在古典逻辑中有这样的矢列演算：$\dfrac{\dfrac{S\vdash S' \quad S\vdash S''}{S,S\vdash S'\wedge S''}R\wedge}{S\vdash S'\wedge S''}LC$，即 S 推出了矛盾.

在 LL 中有这样的矢列演算：$\dfrac{S\vdash S' \quad S\vdash S''}{S\vdash S'\&S''}R\&$，但 $S\vdash S'\otimes S''$ 不一定成立，按 $\otimes$ 和 & 的直觉解释，S 并不一定推出矛盾，事实上 $\dfrac{\dfrac{S\vdash S' \quad S\vdash S''}{S,S\vdash S'\otimes S''}R\otimes}{S\otimes S\vdash S'\otimes S''}L\otimes$，即 $S\otimes S$ 推出矛盾，但 $S\otimes S$ 的相义含义和 S 的相差甚远.

例 2.2：在古典逻辑中，假定 A 和¬A 等价，即 $A\vdash\neg A$ 并且 $\neg A\vdash A$ 将导致矛盾，但在 LL 中有：$\dfrac{A\vdash A^{\perp}}{\vdash A^{\perp},A^{\perp}}$ $\quad \dfrac{A^{\perp}\vdash A}{\vdash A,A}$，由于去除了缩规则，$A^{\perp}$ 和 A 将不再是可证的，即在 LL 中上述假定将不会导致矛盾.

综上，我们可以看到，(1)线性逻辑有自然而严格的关于资源(事实、证据)使用的观点，它有能力反映由于已知事实的增删而导致的推理结论的修正；(2)由于去除了弱规则，推理不会由于已知事实集中包含矛盾而使推理崩溃. 选择一种合适的推理策略将允许互斥信念在推理系统中的存在，从而有可能避开低效的回溯；(3)若从某个事实集出发可以推出若干结论(可能是互斥的)，那么可用连结符 & 来刻划它们的关系，它反映出某种外部非确定性(external non－determinism)，将依赖于我们进行选择. 这就给我们提供了一种借助其它额外信息进行判别、决策的可能性.

下述二节将介绍推理理论 L1 并通过例子来说明非单调性和不一致性在 L1 中的处理.

§3. 一个基于 LL 的推理理论 L1

定义 3.1：张量公式(tensor formula)

(1)原子命题是张量公式；

(2)若 A、B 是张量公式，则 $A\otimes B$ 也是张量公式；

(3)只有适合(1)，(2)的公式才是张量公式.

定义 3.2：推理规则

推理规则的一般形式为$\underline{A}>B$，其中$\underline{A}$ 是张量公式序列，B 是张量公式. 在不引起混淆的情况下，张量公式 $C_1\otimes C_2\otimes\cdots\otimes C_k$ 可以写成 $C_1,C_2,\cdots,C_k$. 这样规则的一般形式可写成 $A_1,\cdots,A_n>B_1,\cdots,B_m$，其中 $A_i,B_j(1\leqslant i\leqslant n,1\leqslant j\leqslant m)$ 是原子公式.

定义 3.3：张量推理理论

张量推理理论 L1 由两部分组成：(1) 推理规则集 R；(2) 状态集 S,S 为已知的或约定的事实集合.(注意：如果不特别说明，本文中的集合均指多重集；并且不加区分地使用公式序列和公式集合的概念.)

定义 3.4：状态转换

状态集 S 的转换由下述定义：

(a) $S \underset{0}{\rightarrow} S$

(b) $S \underset{1}{\rightarrow} S_1$

当且仅当存在规则 $A_1, \cdots, A_n > B_1, \cdots, B_m \in R$

满足：(1) $\{A_1, \cdots, A_n\} \subseteq S$

(2) $S_1 = (S - \{A_1, \cdots, A_n\}) \cup \{B_1, \cdots, B_m\}$

(c) $S \underset{m}{\rightarrow} S', S \rightarrow S'$

当且仅当存在状态序列 $S = S_0, S_1, \cdots, S_m = S'$ 满足 $S_i \underset{1}{\rightarrow} S_{i+1}, i = 0, 1, \cdots, m-1$.

定义 3.5：关系 $|\sim_{Rm}$, $|\sim_R$

关系 $|\sim_{Rm}$, $|\sim_R$ 由状态转换定义：$W |\sim_{Rm} C$ 当且仅当存在状态转换 $W \rightarrow C$；$W |\sim_R C$ 当且仅当存在状态转换 $W \rightarrow C$.

显然，若 $W |\sim_{Rm} C$ 则 $W |\sim_R C$. 这样定义的关系 $|\sim$ 有如下性质：

性质 3.6：$W |\sim_{R0} W$.

性质 3.7：若 $W_1 |\sim_{Rm} C_1$ 并且 $W_2 |\sim_{Rn} C_2$，则 $W_1, W_2 |\sim_{R(m+n)} C_1 \otimes C_2$.

性质 3.8：若 $W_1 |\sim_{Rm} C_1$ 并且 $W_2, C_1 |\sim_{Rn} C_2$，则 $W_1, W_2 |\sim_{R(m+n)} C_2$.

这些性质类似于 LL 中规则 AXIOM，R $\otimes$ 和 CUT.

上述定义的张量公式及关系可以方便地推广到包括线性非的谓词公式.

下面我们将关系 $|\sim_R$ 推广到关系 $\vdash_R$.

定义 3.9：关系 $\vdash_{Rm}$, $\vdash_R$ 由关系 $|\sim_{Rm}$, $|\sim_R$ 定义如下：

$S \vdash_{Rm} B$ 当且仅当存在关系 $W |\sim_{Rm} C$，满足 $W \subseteq S, B \subseteq C$；$S \vdash_R B$ 当且仅当存在关系 $W |\sim_R C$，满足 $W \subseteq S$，$B \subseteq C$，若 $B = C$ 则我们称关系 $\vdash_R$ 是正则的，记成 $\vdash_{RN}$. 显然，若 $S_1 \vdash_R B$ 并且 $S_2 \supseteq S_1$，则 $S_2 \vdash_R B$.

进一步可以证明关系 $\vdash_R$ 满足自反性，单调性和传递性.（由于去除了缩规则，这里的传递性和 §1 叙述的有些差别，即它有下述形式：

$$\frac{A_1, \cdots, A_n \vdash_R X \quad A_1, \cdots, A_n, X \vdash_R B}{A_1, \cdots, A_n, A_1, \cdots, A_n \vdash_R B}.$$

以上述定义及性质为基础，在第四节我们将分析 L1 在处理非单调性及不一致性方面的应用.

§4. 从非单调性和不一致性到外部非确定性

在例 2.1 中已看到若 $S \vdash S'$ 并且 $S \vdash S''$ 则 $S \vdash S' \& S''$，即从公式序列（证据集合）S 出发，我们可以有几个可能的选择（这里为 S' 和 S''）. 这种情况在 LL 中称之为外部非确定性. 我们可以依赖某种标准或其它信息来选择 S 的后继状态.

在 L1 中，若 $S \vdash_{RN} S'$ 并且 $S \vdash_{RN} S''$ 则根据定义存在 W_1, W_2，使得 $W_1 |\sim S'$ 并且 $W_2 |\sim S''$，即在推出 S' 和 S'' 的过程中分别使用了证据集 W_1 和 W_2，若 S' 和 S'' 是互斥的并且我们必须作出某种选择的话，那么 W_1, W_2 对于我们的考虑将是一个重要的因素. 当然类似于 Touretzky 缺省推理继承网络中的推理距离法，推理中的状态转换步数也可以作为一种判别参考. 事实上，在这里我们将推理系统的结论和我们如何选择并使用这些结论，

亦即对结论的反映区分开来. 按照这种观点，我们就有可能将推理系统建立在一个坚实的逻辑基础上，并将推理结果和一些辅助信息(如证据、规则使用情况等)交给决策系统以供参考.

例 4.1：非单调推理中一个经典的例子是关于 Tweety 能否飞翔的讨论. 在缺省理论中，可用非单调规则 $\frac{Bird(x):Mfly(x)}{fly(x)}$，表示如果 x 是鸟，并且 x 会飞与现有知识不冲突，那么可以认为 x 是会飞的. 当我们仅知道 Tweety 是一只鸟而没有其它的关于 Tweety 的信息时，由上述规则 Tweety 能飞翔的结论将被得出. 若我们进一步了解到 Tweety 是一只企鹅并且系统中有规则 Penguin(x)>¬fly(x)，那么结论 fly (Tweety)将被取消而代之以结论¬fly(Tweety).

在 L1 中设有规则：

R1:Bird(x) > fly(x)

R2:Penguin(x)>Bird(x)

R3:Penguin(x),Bird(x)>$fly^{\perp}$(x)

R4:Penguin(x)>$fly^{\perp}$(x)

若 S_1 = {Bird(Tweety)}，则我们有结论：Bird(Tweety) ⊢ fly(Tweety)，即认为 Tweety 是会飞的.

若 $S_2 = S_1 \cup$ {Penguin(Tweety)}，则我们有结论：S_2 ⊢ fly(Tweety)，S_2 ⊢ $fly^{\perp}$(Tweety)，考虑到推理使用的证据，我们有下述关系式：

Bird(Tweety) |~ fly(Tweety)

Penguin(Tweety),Bird(Tweety) |~ $fly^{\perp}$(Tweety)

决策系统考虑到{Penguin(Tweety),Bird(Tweety)}⊃{Bird(Tweety)} 将选择结论 $fly^{\perp}$ (Tweety)，即 Tweety 不会飞.

结　论：线性逻辑有自然而严格的关于资源使用的观点，它能反映由于已知证据的增删而导致的结论的变化，同时它是一种关于动作的逻辑，可以有效地刻划涉及状态变化的问题.

L1 是一基于线性逻辑的推理理论，它能较好地反映常识推理的非单调性和一些涉及状态变化的问题. 我们的解题系统分成两部分：一是推理系统，它求解目标并给出关于资源使用的信息；二是决策系统，它根据证据、规则使用情况对推理结果进行判别和选择.

参考文献

1 D. M. Gabby, Theoretical Foundation for Non-Monotonic Reasoning in Expert Systems, in K. R. Apt, Ed. Logics and Models of Concurrent Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1985, 339-457.

2 J. Y. Girard, Linear Logic, TCS, 50:1987, 1-102.

3 J. Y. Girard, Towards a Geometry of Interaction, Contemporary Mathematics, Vol. 92, 1989.

4 S. O. Kimbrough and F. Adams, Why Nonmonotonic Logic?, DSS, 4:1988, 111-127.

5 W. Marek et al., A Theory of Nonmonotonic Rule Systems, in Proc. of LICS, 1990, 79-94.