

# 平行结构类问题求解方法的研究

胡蓬 石纯一 苏伯珩

(清华大学计算机系, 北京 100084)

## A STUDY ON SOLVING FLAT-STRUCTURED PROBLEMS

Hu Peng, Shi Chunyi and Su Bogong

(Department Computer, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract** This paper classifies Distributed Problem Solving applications into Hierarchical-structured Problems and Flat-structured Problems, gives a formal description of the two-dimensional Flat-structured Problem, discusses its centralized and distributed solving approaches and analyzes their computational complexities. Theoretical analyses show: (1) the centralized knowledge-based solving is practicable. (2) the distributed solving is advantageous in increasing solving speed and reducing memory requirement.

**摘要** 本文将分布式问题求解应用背景分为层次结构与平行结构两大类;给出了二维平行结构类问题的形式化描述,讨论了二维平行结构类问题的集中式与分布式求解方法以及计算复杂性.结果表明:基于知识的解法是可行的;分布式求解在提高问题求解速度与减少内存空间方面具有优越性.

### § 1. 引言

分布式问题求解系统具有广泛的应用背景,根据组成结构可将这些应用背景基本上分为两大类——层次结构类问题与平行结构类问题<sup>[1]</sup>.层次结构类问题具有分层的组成结构,如自动工厂控制、数字逻辑线路设计等;平行结构类问题的组成结构是平行的,每个问题由若干个子问题组成,各子问题性质相同,子问题之间具有平行的关系,且相互联系,并在时间或空间上分布的.属于此类问题的有:运输调度、语音理解、篇章理解、车辆监控、自动地震监测、空中交通控制、战场指挥、雷达监测等.

本文对平行结构类问题进行了形式化描述,提出集中式与分布式问题求解算法,并对算法的复杂性进行了分析.

本文1990年9月24日收到,1991年3月7日定稿.作者胡蓬,副教授,1990年博士毕业于清华大学,主要研究领域为计算机体系结构、分布式人工智能、知识工程.石纯一,教授,主要研究领域为人工智能应用基础、知识工程等.苏伯珩,教授,主要研究领域为计算机体系结构、分布式人工智能、VLIW结构.

## § 2. 平行结构类问题的形式化描述

平行结构类问题本质上要求根据输入的原始数据,按一定的多层信息结构,自底向上逐层产生、组合与评价信息,直至得出满意的最高层信息.

下面是二维的平行结构类问题的形式化描述:

已知:

(1) 定义域

在二维直角坐标系中存在区域  $A$  (不失一般性,常设为矩形) 和集合  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ , 其中向量  $e_i = (lx_i, ly_i, CS_i^0, CS_i^1, \dots, CS_i^n)$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 分布在  $A$  中,  $lx_i, ly_i$  分别为  $e_i$  的横纵坐标,  $CS_i^0, CS_i^1, \dots, CS_i^n$  为  $e_i$  的特征分量,  $CS_i^0$  为各向量的公共特征分量.

(2) 多层结构

在集合  $E$  上定义一种多层结构  $S$ , 每个结构为一个六元组  $\{D, x, y, CS, H, CE\}$ , 其中,  $D$  为结构的描述,  $x, y$  为结构的横、纵坐标,  $CS$  为结构的公共属性,  $H$  为结构的层次,  $CE$  为结构的组成向量集合, 结构的递归定义如下:

(a) 向量  $e_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 形成一个结构. 如记为  $B$ , 则

$$B(D) = e_i, B(x) = lx_i, B(y) = ly_i,$$

$$B(CS) = CS_i^0, B(H) = 0, B(CE) = \{e_i\}$$

(b) 向量  $e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_k}$  ( $2 \leq k \leq n$ ) 形成一个结构. 如记为  $B$ , 则

$$B(D) = (e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_k})$$

$$B(x) = (lx_{i_1} + lx_{i_2} + \dots + lx_{i_k}) / k$$

$$B(y) = (ly_{i_1} + ly_{i_2} + \dots + ly_{i_k}) / k$$

$$B(CS) = (CS_{i_1}^0 + CS_{i_2}^0 + \dots + CS_{i_k}^0) / k$$

$$B(H) = 1$$

$$B(CE) = \{e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_k}\}$$

(c) 结构  $B_1, B_2, \dots, B_p$  ( $p \geq 1$ ) 与向量  $e_{j_1}, e_{j_2}, \dots, e_{j_q}$  ( $q \geq 0$ ) 形成一个结构. 如记为  $C$ , 则

$$C(D) = (B_1(D), B_2(D), \dots, B_p(D), e_{j_1}, e_{j_2}, \dots, e_{j_q})$$

$$C(x) = (B_1(x) + B_2(x) + \dots + B_p(x) + lx_{j_1} + lx_{j_2} + \dots + lx_{j_q}) / (p + q)$$

$$C(y) = (B_1(y) + B_2(y) + \dots + B_p(y) + ly_{j_1} + ly_{j_2} + \dots + ly_{j_q}) / (p + q)$$

$$C(CS) = (B_1(CS) + B_2(CS) + \dots + B_p(CS) + CS_{j_1}^0 + CS_{j_2}^0 + \dots + CS_{j_q}^0) / (p + q)$$

$$C(H) = \max\{B_i(H) \mid 1 \leq i \leq p\} + 1$$

$$C(CE) = B_1(CE) \cup B_2(CE) \cup \dots \cup B_p(CE) \cup \{e_{j_1}, e_{j_2}, \dots, e_{j_q}\}$$

(d) 当且仅当有限次使用规则(a), (b), (c), 才形成结构.

假设所有结构的集合  $S = \{S_0, S_1, \dots, S_w\}$ , 其中  $S_i$  为第  $i$  层结构的集合,  $S_i = \{S_i^1, S_i^2, \dots, S_i^v\}$ ,  $S_i^j$  为第  $i$  层的第  $j$  个结构 ( $1 \leq i \leq w, 1 \leq j \leq v$ ), 其层次数  $i = S_i^j(H) = "S_i^j(D)$  内圆括号分层的数目".

(3) 约束

对结构的约束为:

(a) 由向量  $e_{i_1}, e_{i_2}, \dots, e_{i_k}$  形成的结构, 应满足:

$$\max\{|(lx_{ij}-lx_{il})^2+(ly_{ij}-ly_{il})^2|1\leq j,l\leq k\}<CT_{dist}^j$$

$$\max\{|CS_j^0-CS_l^0\|1\leq j,l\leq k\}<CT_{CS}^j$$

(b)由结构  $B_1, B_2, \dots, B_p$  及向量  $e_{j1}, e_{j2}, \dots, e_{jp}$  形成的结构,应满足:

$$\max\{\max\{\sqrt{(B_{l1}(x)-B_{l2}(x))^2+(B_{l1}(y)-B_{l2}(y))^2}|1\leq l1,l2\leq p\}$$

$$\max\{\sqrt{(lx_{j1}-lx_{j2})^2+(ly_{j1}-ly_{j2})^2}|1\leq l1,l2\leq q\}$$

$$\max\{\sqrt{(B_{l1}-lx_{j2})^2+(B_{l1}(y)-ly_{j2})^2}|1\leq l1\leq p,1\leq l2\leq q\}<CT_{dist}^j$$

$$\max\{\max\{|B_{l1}(CS)-B_{l2}(CS)\|1\leq l1,l2\leq p\},$$

$$\max\{|CS_{j1}^0-CS_{j2}^0\|1\leq l1,l2\leq q\}$$

$$\max\{|B_{l1}(CS)-CS_{j2}^0\|1\leq l1\leq p,1\leq l2\leq q\}\}<CT_{CS}^j$$

$$(j=\max\{B_i(H)|1\leq i\leq p\}+1)$$

其中,  $CT_{dist}^j, CT_{CS}^j$  分别为对组成第  $j$  层结构的结构与向量间距离以及公共属性的约束值.

#### (4)度量

度量函数  $M(S_i^j)$  表示对第  $i$  层的第  $j$  个结构的度量值.

度量指标为  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_w$ .

求解:

在集合  $E$  上,按多层结构  $S$  的定义,求出所有满足约束条件及  $M(S_i^j)\geq\alpha_i(1\leq i\leq w)$  的第  $w$  层结构.

### § 3. 平行结构类问题的求解方法

#### 3.1 集中式求解

##### 3.1.1 枚举解法

##### 3.1.1.1 算法

设按多层结构  $S$  的定义,第  $w$  层结构共有  $k_{w+1}+k_{w+2}+\dots+k_n$  种模式,其中  $k_i(w+1\leq i\leq n)$  表示由  $i$  个向量组成的第  $w$  层结构的模式的数目.

(1)以  $E$  为基础,生成所有符合由  $w+1$  个向量组成的模式的第  $w$  层结构,从中选择满足约束条件及  $M(S_i^j)\geq\alpha_i(1\leq i\leq w)$  的第  $w$  层结构,构成解结果子集  $SS^{(1)}$ ;

... ..

( $i$ )以  $E$  为基础,生成所有符合由  $w+i$  个向量组成的模式的第  $w$  层结构,从中选择满足约束条件及  $M(S_i^j)\geq\alpha_i(1\leq i\leq w)$  的第  $w$  层结构,构成解结果子集  $SS^{(i)}$ ;

... ..

( $n-w$ )以  $E$  为基础,生成所有符合由  $n$  个向量组成的模式的第  $w$  层结构,从中选择满足约束条件及  $M(S_i^j)\geq\alpha_i(1\leq i\leq w)$  的第  $w$  层结构,构成解结果子集  $SS^{(n-w)}$ ;

( $n-w+1$ )  $SS\leftarrow SS^{(1)}\cup SS^{(2)}\cup\dots\cup SS^{(n-w)}$ ,  $SS$  为解结果.

##### 3.1.1.2 复杂性分析

假定每个向量只能被用一次来形成结构,那么由  $i$  个向量组成的具有某个模式的第  $w$  层结构的可能数目为  $A_n^i$  ( $A_n^i$  表示从  $n$  个元素中取  $i$  个的排列数),故所有可能的第  $w$  层结构数

目为:

$$k_{w+1} \cdot A_n^{w+1} + k_{w+2} \cdot A_n^{w+2} + \dots + k_n \cdot A_n^n$$

$$= k_{w+1} \cdot n(n-1) \dots (n-w) + k_{w+2} \cdot n(n-1) \dots (n-w-1) + \dots + k_n \cdot (n!) > k_n \cdot (n!)$$

如果每个向量可被多次用来形成结构,则所有可能的第  $w$  层结构数目大于:

$$k_{w+1} \cdot A_n^{w+1} + k_{w+2} \cdot A_n^{w+2} + \dots + k_n \cdot A_n^n > k_n \cdot (n!)$$

故枚举解法的复杂性大于  $O(n!)$ .

### 3.1.2 基于知识的解法

#### 3.1.2.1 算法

**定义:**知识源集合

知识源集合  $KS$  由  $w(w+1)/2$  个知识源组成:

$$KS = \{KS_{00}, KS_{01}, KS_{02}, \dots, KS_{0w},$$

$$KS_{11}, KS_{12}, \dots, KS_{1w},$$

$$\dots$$

$$KS_{ww}\}$$

其中  $KS_{ij}$  为由第  $i$  层结构生成第  $j$  层结构的知识源 ( $0 \leq i \leq j \leq w$ ), 它由若干条产生式规则组成, 其功能为建立合理的结构.

(1) 以  $E$  为基础, 按多层结构  $S$  的定义, 调用知识源  $\{KS_{01}, KS_{11}\}$ , 生成所有满足约束条件及  $M(S'_1) \geq \alpha_1$  的第 1 层结构, 从中选择局部最优的结构子集  $SS_1$ ;

... ..

( $i$ ) 以  $E, SS_1, \dots, SS_{i-1}$  为基础, 按多层结构  $S$  的定义, 调用知识源  $\{KS_{0i}, KS_{1i}, \dots, KS_{i-1i}, KS_{ii}\}$ , 生成所有满足约束条件及  $M(S'_i) \geq \alpha_i$  的第  $i$  层结构, 从中选择局部最优的结构子集  $SS_i$ ;

... ..

( $w$ ) 以  $E, SS_1, \dots, SS_{w-1}$  为基础, 按多层结构  $S$  的定义, 调用知识源  $\{KS_{0w}, KS_{1w}, \dots, KS_{w-1w}, KS_{ww}\}$ , 生成所有满足约束条件及  $M(S'_w) \geq \alpha_w$  的第  $w$  层结构, 从中选择局部最优的结构  $S'_w, S'_w$  为全局满意的第  $w$  层结构;

( $w+1$ ) 将  $S'_w$  存入解结果集合中, 将组成  $S'_w$  的向量从  $E$  中除去, 重复(1)~( $w$ ), 直至无法生成满意的第  $w$  层结构.

#### 3.1.2.2 复杂性分析

可以证明, 基于知识的解法的复杂性至多为  $O(n^q)$ , 其中  $q =$ “第  $w$  层结构所有模式中同一层圆括号内向量数目的最大值”+1, ( $q$  与  $n$  相比要小得多)<sup>[1]</sup>.

### 3.2 分布式求解

#### 3.2.1 算法

假设由  $m$  个结点分布式求解问题<sup>[2,3,4,5]</sup>.

(1) 将区域  $A$  划分为  $m$  个子区域  $A_1, A_2, \dots, A_m$ :

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$$

(2) 根据(1)中区域划分, 将向量集  $E$  分解为  $m$  个向量子集  $E_1, E_2, \dots, E_m$ , 有:

$$E_i = \{e_j | (lx_j, ly_j) \text{ 在子区域 } A_i \text{ 中}\} \quad (1 \leq i \leq m);$$

(3)根据(2)中的向量子集,产生  $m$  个任务  $T_1, T_2, \dots, T_m$ , 有:

$T_k$  = “在集合  $E_k$  上,按多层结构  $S$  的定义,求出所有满足约束条件及  $M(S'_i) \geq \alpha_i (1 \leq i \leq w)$  的第  $w$  层结构” ( $1 \leq k \leq m$ );

(4)将任务分布到  $m$  个结点,每个结点求解一个任务;

(5) $m$  个结点协作求解,直至产生局部解;

(6)将所有局部解综合为全局解,进行评价,如满意,转(7);否则,改变参数,转(1);

(7)求解结束.

### 3.2.2 复杂性分析

设向量集  $E$  中向量分布到  $m$  个处理结点上求解,结点  $N_i$  中所分布到的向量数目为  $k_i \cdot (n/m)$  ( $1 \leq i \leq m$ ),  $k_1, k_2, \dots, k_m$  为不小于零的实数,  $k_1 + k_2 + \dots + k_m = m$ .

假定  $m$  个结点同时开始求解,那么分布式求解的复杂性  $CX_{d.sys}$ . 由拥有向量最多的结点  $N_l$  的问题求解复杂性  $CX_l$  与各结点间协作通信复杂性  $CX_{coop}$  之和组成,即

$$CX_{d.sys} = CX_l + CX_{coop}$$

其中,  $l$  满足:  $k_l = \max\{k_1, k_2, \dots, k_m\}$

因集中式求解的复杂性为:

$$CX_{c.sys} = O(n^q)$$

$$\text{故 } CX_{d.sys} = O((k_l \cdot n/m)^q) + CX_{coop}$$

$$= k_l^q \cdot O(n^q) / m^q + CX_{coop}$$

$$= k_l^q \cdot CX_{c.sys} / m^q + CX_{coop} \quad (3.1)$$

根据(3.1),有

$$CX_{d.sys} = k_l^q \cdot CX_{c.sys} / m^q + CX_{coop}$$

$$= CX_{c.sys} / m + CX_{coop} - (1/m - k_l^q / m^q) \cdot CX_{c.sys}$$

$$= CX_{c.sys} / m + CX_{coop} - ((m^{q-1} - k_l^q) / m^q) \cdot CX_{c.sys} \quad (3.2)$$

由(3.1),  $CX_{d.sys} \geq CX_{c.sys} / m^q$ , 当负载完全平衡 ( $k_1 = k_2 = \dots = k_m = 1$ ) 且无协作通信开销时 ( $CX_{coop} = 0$ ), 等号成立.

由(3.2), 当  $CX_{coop} \leq ((m^{q-1} - k_l^q) / m^q) \cdot CX_{c.sys}$  时,  $CX_{d.sys} \leq CX_{c.sys} / m$ .

因此,降低协作通信开销,平衡负载,就有:

$$CX_{c.sys} / m^q \leq CX_{d.sys} \leq CX_{c.sys} / m \quad (3.3)$$

讨论:根据 3.1.1.2 和 3.1.2.2 的分析,枚举解法的复杂性大于  $O(n!)$ , 故本方法的求解时间及要求的内存空间太大;基于知识的解法的复杂性降为  $O(n^q)$  ( $q$  比  $n$  小得多), 这样在问题规模 ( $n$ ) 不大的情况下,可用此法求解平行结构类问题.

在问题规模 ( $n$ ) 较大的情况下,宜采用分布式求解方法. 由(3.3), 当负载平衡且协作通信开销小时,分布式求解的复杂性可降低到集中式求解的  $1/m^q$  至  $1/m$  之间,故问题求解速度可提高到集中式求解的  $m^k$  倍,对结点内存空间的要求可减少为集中式系统的  $1/m^k$  ( $1 \leq k \leq q$ ), 可见分布式求解在提高求解速度与减少内存空间方面具有优越性.

## 参考文献

[1]胡蓬,“分布式问题求解系统中分解与分布的研究”,博士学位论文,清华大学,1990年6月.

- [2]苏伯珙、石纯一、胡蓬等,“一种分布式问题求解系统体系结构与算法的研究”,《计算机学报》,1991年8月,605—614.
- [3]Bogong Su, Chunyi Shi and Peng Hu et al., “A Distributed Problems Solving Architecture for Transport Dispatching”, in Proc. Third International Conference of Industrial Engineering Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems, July 1990, Charleston, South Carolina, USA.
- [4]Bogong Su, Chunyi Shi and Peng Hu et al., “The Architecture of a Distributed Knowledge Base System”, in Proc. IFIP WG2.6/WG8.1 Working Conference on The Role of Artificial Intelligence in Database and Information Systems, 502—511, July 1988, Guangzhou, China.
- [5]施浩、石纯一,“多专家系统的协同和知识表示转换”,《计算机研究与发展》,1991年1月,35—40.

### 第五届全国青年计算机会议征文通知

第五届全国青年计算机会议(NCYCS'94)将于1994年9月在历史名城西安召开。届时将邀请国内著名专家和学者作综述或专题报告,组织有关计算机学科前沿课题及其发展方向的专题讨论,由出版社出版论文集,评选优秀论文,并直接推荐到1995年国际青年计算机会议。与此同时,还将举办计算机研究与应用的新成果、新产品大型展示交易会。

**主办单位:**中国计算机学会

**承办单位:**西北工业大学

**征文对象:**论文第一作者的年龄不大于40岁

**征文范围:**(1)并行/分布式处理和网络技术,(2)软件工程及数据库系统,(3)器件与VLSI技术,(4)文字、图形、图象处理及多媒体技术,(5)CAD/CAM,(6)人工智能与知识工程,(7)计算机科学理论,(8)计算机工程与工艺,(9)计算机安全与保密,(10)计算机应用。

**说 明:**(1)应征论文未在其他学术刊物或学术会议上正式发表过,(2)稿件尽量用计算机打印(A4纸,一式三份),正文不超过6000字,(3)250字左右的中文摘要(附关键词),注明论文所属领域,(4)论文请自行留底,来稿一律不退,(5)请写清作者的详细通讯地址和邮政编码以便联系。

**论文截止日期:**1994年1月10日

**论文投寄地址:**710072 西安西北工业大学计算机系 NCYCS'94 筹委会 赵政文