

## 基于李代数表示的相机外部参数插值算法<sup>\*</sup>

王国锋<sup>1</sup>, 钟凡<sup>1,2</sup>, 杜振家<sup>1</sup>, 秦学英<sup>1,2+</sup>

<sup>1</sup>(山东大学 计算机科学与技术学院, 山东 济南 250101)

<sup>2</sup>(山东省软件工程重点实验室, 山东 济南 250101)

### Camera Extrinsic Parameters Interpolation Algorithm Based on Lie Algebra Representation

WANG Guo-Feng<sup>1</sup>, ZHONG Fan<sup>1,2</sup>, DU Zhen-Jia<sup>1</sup>, QIN Xue-Ying<sup>1,2+</sup>

<sup>1</sup>(School of Computer Science and Technology, Shandong University, Ji'nan 250101, China)

<sup>2</sup>(Shandong Provincial Key Laboratory of Software Engineering, Ji'nan 250101, China)

+ Corresponding author: E-mail: qxy@sdu.edu.cn

Wang GF, Zhong F, Du ZJ, Qin XY. Camera extrinsic parameters interpolation algorithm based on lie algebra representation. *Journal of Software*, 2012, 23(Suppl. (2)): 129-137 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/12032.htm>

**Abstract:** The camera extrinsic parameters interpolation is one of the key technologies in the application of 3D scene roaming etc. Since the space constructed by camera extrinsic parameters is not linear, the traditional methods usually decompose the parameters into translation and rotation transformation, resulting in unnaturalness for interpolation. This paper presents a camera extrinsic parameters interpolation algorithm based on Lie Algebra. First, the study transforms the camera extrinsic parameters matrix into a Lie Algebra space; then a linear interpolation in that space is finished; finally, the inverse transformation of the interpolation matrix into the space of camera extrinsic parameters obtains a series of sequence of interpolation result. Experiments show that, compared with the traditional interpolation directly in the space of camera extrinsic parameters and the interpolation based on quaternion, the interpolation sequences obtained by this algorithm is smoother and more in line with the people's observation habits.

**Key words:** Lie algebra; camera extrinsic parameters interpolation; parameter space

**摘要:** 相机外部参数插值是三维场景漫游等应用中的关键技术之一。由于相机外部参数矩阵构成的空间不是线性的,传统的方法主要对相机外部参数矩阵中的平移变换和旋转变换部分分开考虑从而导致插值的不自然。提出了基于李代数表示的相机外部参数插值算法,首先把相机外部参数矩阵直接映射到李代数空间,然后在李代数空间进行线性插值,最后把插值后的中间变换矩阵逆映射到相机外部参数矩阵空间,从而得到一系列的插值结果。实验结果表明,与传统的在相机外部参数矩阵空间直接对相机进行线性插值以及四元数插值相比,算法得到的插值相机序列更加光滑,并且更加符合人们漫游的观察习惯。

**关键词:** 李代数;相机外部参数插值;参数空间

\* 基金项目: 国家自然科学基金(U1035004, 61173070); 国家重点基础研究发展计划(973)(2009CB320802); 山东省自然科学基金杰出青年基金(JQ200920)

收稿时间: 2012-05-20; 定稿时间: 2012-09-29

三维场景漫游是三维场景设计中常见的交互需求,在很多游戏(如半条命)和增强现实系统(如虚拟博物馆)中,通常都会添加一个第 1 个视角的摄像机,实现从相机视角进行三维场景漫游的目的.在用户漫游的时候,需要生成很多帧画面,这些帧画面并不需要完全由用户指定,用户只需要指定关键帧,然后通过相机外部参数的插值,从而得到中间帧画面.在 3ds Max 中,两幅关键帧之间的相机外部参数插值方式是根据用户设定插值方式来简单设定的:当用户设定自由相机为沿轨道旋转时,相机沿着用户指定的大圆做绕被观察物体的旋转,相机始终指向观察目标点;当用户设定自由相机为沿固定轨道漫游时,相机位置的插值方式为沿轨道的线性插值,相机方向可以是沿着(背着)相机运动方向或者指向相机运动的切方向.

用户指定关键帧的相机外部参数可以由一个在齐次坐标系下的  $4 \times 4$  刚体变换矩阵描述,即从世界坐标系变换到相机坐标系的变换矩阵,包括相机的姿态以及位置信息.一般的插值方法直接在刚体变换矩阵空间进行线性插值,由于刚体变换矩阵构成的空间不是一个线性空间,本质上是个流形空间<sup>[1]</sup>,插值结果不能保持变换的刚体属性,不能直接用作相机的外部参数插值.因此传统的相机外部参数插值方式分别求出起始和终止状态的相机姿态和相机位置,然后对相机位置进行线性插值,对于相机姿态,则进行欧拉角或四元数插值<sup>[2]</sup>,由于欧拉角插值存在着万向节死锁的问题,因此相机姿态更多的采用四元数插值,这种插值方式可以得到平滑的相机姿态,但需要先求出相机姿态和相机位置,然后分别插值.对此,本文提出了一种基于李代数表示<sup>[3]</sup>的相机关键帧间位置与姿态插值算法,可以得到光滑的相机运动轨迹,从而更加符合人们漫游场景时的观察习惯.

数学上,李代数是一种代数结构,主要用于研究像李群和微分流形之类的几何对象,在计算机视觉、机器人学<sup>[1]</sup>等领域都存在着广泛应用.在物体运动估计方面,有些研究人员使用李代数处理计算机视觉系统<sup>[4]</sup>和机器人系统<sup>[5,6]</sup>中遇到的问题.如在文献[3]中,Lin 引入了变换序列的李代数表示,把变换群映射到向量空间,因此克服了群结构的一些困难,使得基于向量空间的统计学习技术可以用来估计物体的运动.在文献[7]中,Corrochano 使用李代数表示群变换,通过估计李代数参数,运用系统识别的理论实现三维物体的运动估计;在机器视觉和生物视觉方面,一个基础的问题是视觉不变性(visual invariance),即如何判定一个物体在经过平移、旋转、缩放后仍然是同一个物体.在文献[8]中,Miao 描述了一个新的、无监督的方式来学习基于李群理论的不变性,李群方法不同于传统的方法,通过牺牲转换信息来实现不变性,它明确了模型在图像变换中的效果;在物体检测和跟踪上面,物体的运动模型也可以用李群李代数进行描述,如在文献[9]中,Tuzel 应用李群理论参数化物体的运动模型,成功减少了不变性检测和跟踪中的一阶测地误差;在文献[10]中,Kwon 应用李群李代数进行运动模型分析,得到更可靠的实验结果.

本文提出的基于李代数表示<sup>[3]</sup>的相机外部参数插值算法,首先通过用户指定的两幅关键帧,确定起始相机变换矩阵和终止相机变换矩阵,求出相机坐标系变换矩阵;然而把相机坐标系变换矩阵通过李代数表示从刚体变换矩阵空间(流形空间)转换到参数空间(线性空间).在该参数空间进行线性插值,从而既能保持变换的均匀性,又能够自动保持变换的刚体属性;最后将参数空间的插值结果逆变换回刚体变换矩阵空间,实现对相机关键帧间变换矩阵的插值变换,并使得相机运动轨迹保持良好的自然属性.

## 1 李代数表示

我们首先对仿射变换进行分析,以便讨论李代数的表示方法.由于刚体变换是仿射变换的一种,因此更一般性的仿射变换的一些性质,对于本文提出的相机刚体变换都是适用的.

### 1.1 仿射变换矩阵的李代数

三维(或者二维)空间内的仿射变换,可以表示为下面的形式:

$$x' = Ax + b \quad (1)$$

其中,  $A$  和  $b$  是参数.将式(1)表示为齐次坐标的形式,可以得到

$$\bar{x}' = \begin{bmatrix} x' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = T\bar{x} \quad (2)$$

所有符合公式(2)这种形式的矩阵构成一种代数结构,即李群(Lie Group)。李群在计算机视觉方面已经存在很多应用,比如在估计场景中目标的运动时,Lin 提出应用李代数表示的统计模型<sup>[3]</sup>。通常,人们在对仿射变换应用李代数时,会在变换上附加其他的硬约束。例如,保持体积的变换对应一个行列式的约束, $\det(T)=1$ ,这类几何约束是非线性的。李群和李代数有着非常丰富的理论体系,感兴趣的读者可以参考文献[11]获得更多的介绍。

二维(三维)仿射变换矩阵的李代数表示是一个  $3 \times 3(4 \times 4)$  的矩阵,并且矩阵的最后一排元素都是 0。假设  $X$  表示仿射变换矩阵  $T$  的李代数表示,那么,

$$T = \exp(X) = I + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k \tag{3}$$

$$X = \log(T) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} (T - I)^k \tag{4}$$

### 1.2 几何性质与约束

李代数表示的优点之一是仿射变换子群可以映射到一个线性子空间。在二维仿射群和三维仿射群内,特定的子群对应着特定的变换家族。这使得我们可以线性参数化它们。例如,对于三维空间内绕  $X$  轴旋转的仿射变换矩阵为  $T_{R_x(\theta)}$ ,其李代数表示为  $X_{R_x(\theta)}$ ,那么,

$$T_{R_x(\theta)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_{R_x(\theta)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta & 0 \\ 0 & \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

从上面的表示中可以很容易地看出,绕  $X$  轴旋转的仿射变换矩阵,其李代数表示形式是一个一维的参数子空间。类似的,其它重要的仿射矩阵变换,如绕  $Y$  轴( $Z$  轴)的旋转、放缩、平移等,都对应李代数的一个子空间。这种性质使得一系列仿射矩阵变换的几何约束变得具有线性特征。比如,上节中提到的保持体积的约束,因为两个连续的体积保持的变换后,结果仍然是体积保持的,所以所有的体积保持的变换构成了仿射群的一个子群。相应的,它们的李代数表示形成了一个子空间。这种约束可以简单的表达为如下的形式,

$$\text{tr}(X)=0 \Leftrightarrow X_{11}+X_{22}+X_{33}+X_{44}=0 \tag{6}$$

在下面的讨论中,我们将看到,由于刚体变换矩阵是仿射变换矩阵的子群,因此在将刚体变换矩阵通过公式(4)由刚体变换矩阵空间变至参数空间后,可以在参数空间进行加法运算;然后在参数空间进行线性插值;再对参数空间的矩阵运用公式(3)转化到刚体变换矩阵空间,这种相机外部参数插值方法是可行的。

## 2 基于李代数表示的相机外部参数插值算法

在计算机图形学中,相机外部参数是在齐次坐标系下的刚体变换矩阵描述。在描述三维空间内的刚体变换时,我们希望把它描述为一个具有时间连续性的过程。假设每隔一个很小的单位时间对相机进行一次刚体变换,那么每个时刻的相机刚体变换矩阵可以表示为时间的函数  $M(t)$ ,使得

$$\overline{M}(1) = T \cdot \overline{M}_0 = \exp(X)\overline{M}_0, \dots, \overline{M}(t) = T^t \overline{M}_0 = \exp(tX)\overline{M}_0$$

### 2.1 算法总体过程

通过第 1 节的讨论,可知将三维空间的刚体变换矩阵通过李代数表示,变换到参数空间后,其逆变换存在。根据这种性质,提出了基于李代数表示的相机外部参数插值算法,算法描述如下:首先通过用户指定的两幅关键帧,确定起始相机变换矩阵  $M_s$  和终止相机变换矩阵  $M_t$ ,求出相机坐标系变换矩阵  $T$ ;然而根据公式(4)把相机坐标系变换矩阵通过李代数表示( $X$ )从刚体变换矩阵空间转换到参数空间。在该参数空间进行线性插值,从而既能保持变换的均匀性,又能够自动保持变换的刚体属性;最后根据公式(3)将参数空间的插值结果逆变换回刚体变换矩阵空间,实现对相机外部参数的插值,并使得相机运动轨迹保持良好的自然属性。得到一系列的插值变换矩阵  $T_1, T_2, \dots, T_k$ ,最后,将插值变换矩阵应用于初始视点矩阵,进行视点插值,得到连续的插值视点。

## 2.2 算法细节

### 2.2.1 计算相机刚体变换矩阵 $T$

在进行相机外部参数插值之前,首先要获得起始相机变换矩阵  $M_s$  和终止相机变换矩阵  $M_t$ . 由于这两个矩阵是在图形渲染流水线中的相应状态,因此两者必然存在,并且必定存在一个变换  $T$ ,使得

$$M_t = T \cdot M_s \quad (7)$$

其中,变换矩阵  $T$  包括旋转和平移两种变换的复合,因此这种变换是一种刚性变换.

### 2.2.2 计算仿射变换矩阵 $T$ 的李代数表示 $X$

由公式(4),对变换矩阵  $T$  取对数,可以得到  $T$  的李代数表示  $X$ . 在运算过程中,这种对应是有限制的,即变换矩阵中包含的旋转变换,其旋转角度不可以超过  $90^\circ$ . 为了解决这个问题,首先对刚体变换矩阵  $T$  开方,得到相机变换矩阵的一些“中间”位置,使得这些中间位置之间的旋转变换角度为小于  $90^\circ$ ,从而使得公式(4)收敛.

### 2.2.3 对李代数表示 $X$ 的参数空间线性插值

刚体变换矩阵  $T$  是平移和旋转变换的乘积复合,通过上一步骤的取对数运算,将平移和旋转的复合变为相加. 因此,在参数空间对  $X$  进行线性插值时,相当于对平移和旋转的平移量和旋转角度分别进行插值,并进行了复合相加,这就是在参数空间进行插值的物理意义. 下面给出平移、绕坐标轴旋转等基本仿射变换对应的李代数表示形式.

设三维空间的平移变换为  $T_{T(x,y,z)}$ , 其相应的李代数表示为  $X_{T(x,y,z)}$ , 那么,

$$T_{T(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_{T(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

设三维坐标系 XYZ 中,绕 X 轴旋转  $\theta_x$  角度的仿射变换为  $T_{R_x(\theta)}$ , 其李代数表示为  $X_{R_x(\theta)}$ , 那么,

$$T_{R_x(\theta)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_{R_x(\theta)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta & 0 \\ 0 & \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

设三维坐标系 XYZ 中,绕 Y 轴旋转  $\theta_y$  角度的仿射变换为  $T_{R_y(\theta)}$ , 其李代数表示为  $X_{R_y(\theta)}$ , 那么,

$$T_{R_y(\theta)} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_{R_y(\theta)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

设三维坐标系 XYZ 中,绕 Z 轴旋转  $\theta_z$  角度的仿射变换为  $T_{R_z(\theta)}$ , 其李代数表示为  $X_{R_z(\theta)}$ , 那么,

$$T_{R_z(\theta)} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad X_{R_z(\theta)} = \begin{bmatrix} 0 & -\theta & 0 & 0 \\ \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 2.2.4 根据公式(3)计算插值后的刚体变换矩阵,计算相机外部参数

与直接对刚体变换矩阵进行线性插值不同,使用李代数参数化插值过程时,每个插值得到的变换矩阵仍然是刚性变换矩阵,也就是说,插值序列的元素仍然在初始和终止矩阵的子群内. 另外采用基于李代数表示的相机外部参数插值算法,得到的相机运动轨迹是一条螺旋线,每两个相机插值之间的距离相等并且在流形上是最优的轨迹<sup>[1]</sup>.

### 3 实验结果

为了检验算法的正确性,我们先在 3ds Max 中取得两幅关键帧,运用第 2 节的插值算法对关键帧的相机刚体变换矩阵进行基于李代数表示的插值.实验使用的模型是一个天文观测站模型和一个济南奥体中心模型,算法运行在 Intel® Core™2 Duo CPU E7400 @ 2.8GHz 2GB 内存的电脑上.

首先我们对相机刚体变换矩阵的线性插值、基于四元数插值以及基于李代数的插值结果.我们在处理矩阵运算时,使用 Matlab 对相机进行了模拟:将每一个相机看成一个正方体,选取正方体的一个面为底片,在绘制时用粗线条表示,其他面绘制时用细线条表示;正方体的中心为相机位置,正方体从粗线条表示面中心到与粗线条表示面相对的面的中心连线为相机的朝向.其实验结果如图 1 所示.

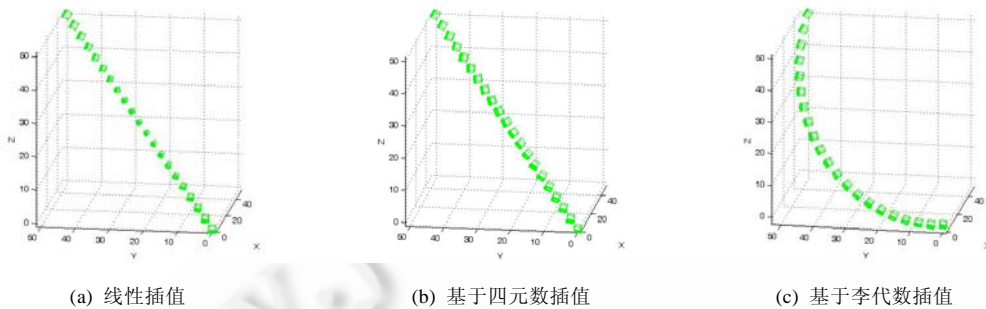


Fig.1 Comparison of three interpolation methods

图 1 3 种插值方式比较

从图 1 我们可以看出,基于李代数表示的插值结果(图 c)相比其他两种结果的相机运动轨迹都更加光滑,更加符合人们漫游场景时的观察习惯.对于一般的线性插值,我们直接在刚体变换矩阵空间进行线性插值,采用的公式为:  $\overline{M}(t) = \overline{M}_0 + t(T - I)\overline{M}_0$ , 结果如图 1(a)所示,从图中我们可以看出相机在靠近中间的位置上,相机的大小发生了变化,这是由于直接对刚体变换矩阵进行线性插值并不能保证变换的刚体属性,因此实际中这种方式不能直接用于相机的外部参数插值.对于传统的基于四元数插值的相机外部参数,我们先求出相机的位置以及朝向,然后对位置进行线性插值,对朝向进行四元数插值,结果如图 1(b)所示.

其次,我们给出相机外部参数在不同李代数情形下的插值结果图,我们选取其中比较有代表性的 9 种在 Matlab 下进行插值模拟,其他插值结果跟这 9 种的结果类似,实验结果如图 2 所示.这 9 中结果分别为:(a) 相机位置朝 X 轴方向平移 50 单位;(b) 相机姿态绕 X 轴旋转 90 度,同时位置朝 X 轴方向平移 50 单位;(c) 相机姿态绕 X 轴旋转 90 度,同时位置朝 Y 轴方向平移 50 单位;(d) 相机姿态绕 Z 轴旋转 90 度;(e) 相机位置朝 XZ 轴方向各平移 50 单位;(f) 相机位置朝 XYZ 轴方向各平移 50 单位;(g) 相机姿态绕 Z 轴旋转 90 度,同时位置朝 YZ 轴方向平移 50 单位;(h) 相机姿态绕 Z 轴旋转 90 度,同时位置朝 XY 轴方向平移 50 单位;(i) 相机姿态绕 Z 轴旋转 180 度,同时位置朝 XYZ 轴方向平移 50 单位.

最后我们给出天文台模型以及济南奥体中心模型的李代数插值结果以及相应的渲染结果.

#### (1) 天文台模型实验

基于李代数表示的天文台相机外部参数插值,这里我们选择插值结果的 20 个相机位置作为展示,其结果如图 3 所示.插值过程中起始相机和终止相机对应的两幅关键帧如图 4 所示.

图 4 中两幅关键帧的相机方向是相对的,即初始相机穿越模型做平移变换并做了 180° 旋转.因此,为了使公式(4)收敛,我们对相机刚体变换矩阵开方,取中间位置,得到图 5 的 3 个关键位置:

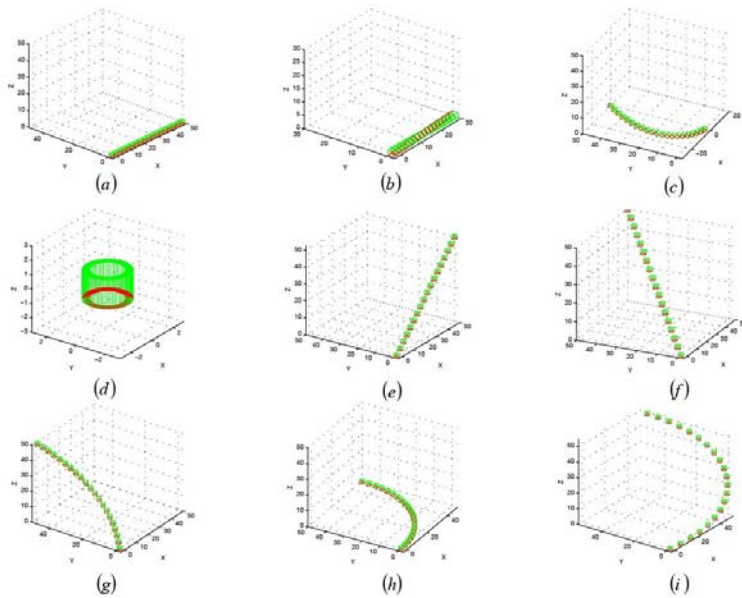
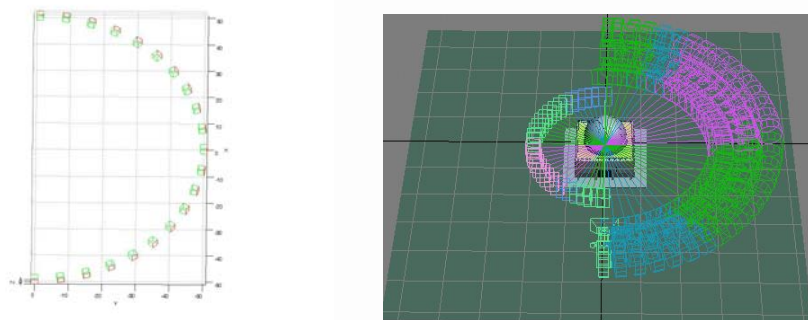


Fig.2 Results of different interpolation methods of Lie algebra

图 2 不同情况下的李代数插值结果

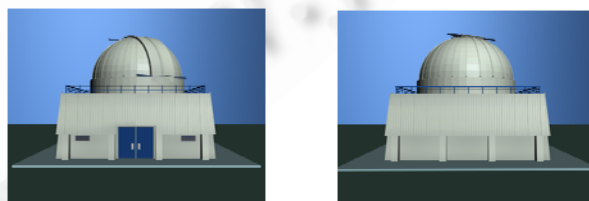


(a) Matlab 结果

(b) 3ds Max 结果

Fig.3 The result of interpolation based on Lie algebra

图 3 基于李代数表示的天文台插值结果



(a) 起始相机下的帧图像

(b) 结束相机下的帧图像

Fig.4 Two key frames selected by the user

图 4 用户选取的两幅关键帧

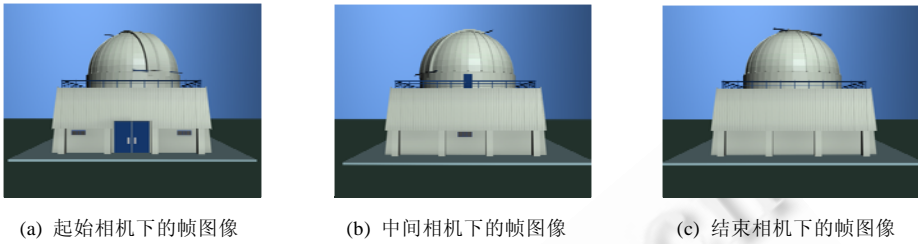


Fig.5 Get the mid-point view by the two key frames

图 5 根据用户选取的关键帧得到一个中间位置

在插值过程中,由于相机旋转角度不大于  $90^\circ$ ,因此可以根据公式(4)将由图 5(a)到图 5(b)和由图 5(b)到图 5(c)的刚体变换矩阵分别转化到李代数空间进行插值.

从起始帧对应的相机到结束帧对应的相机,我们在李代数表示的参数空间内插值 400 次,下面我们选取其中的 16 个相机观测下的图像,如图 6 所示.



Fig.6 16 frames generated by Lie algebra based camera extrinsic parameters interpolation

图 6 基于李代数表示的相机外部参数插值得到的 16 个相机下的帧图像

(2) 济南奥体中心模型实验

基于李代数表示的济南奥体中心相机外部参数插值,这里我们选择插值结果的 20 个相机位置作为展示,其结果如图 7 所示.插值过程中起始相机和终止相机对应的两幅关键帧如图 8 所示.

从起始帧对应的相机到结束帧对应的相机,我们在李代数表示的参数空间内插值 200 次,下面我们选取其中的 16 个相机观测下的图像,如图 9 所示.

从以上两个实验结果可以看出,基于李代数表示的相机外部参数插值算法得到的相机运动轨迹,与直接对相机位置和相机朝向进行插值得到的结果要更加平滑,并且更加符合人们观察场景的习惯.

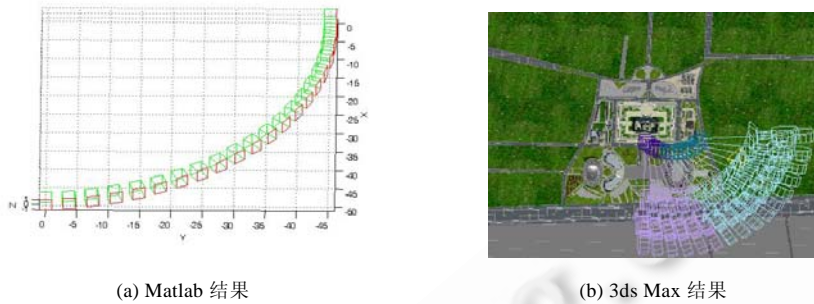


Fig.7 The result of Jinan Olympic Center interpolation based on Lie algebra

图 7 基于李代数表示的济南奥体中心插值结果

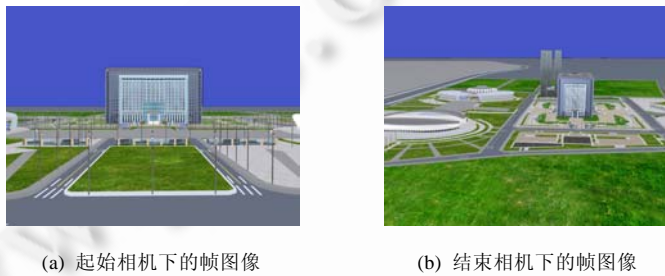


Fig.8 Two key frames selected by the user

图 8 用户选取的两幅关键帧

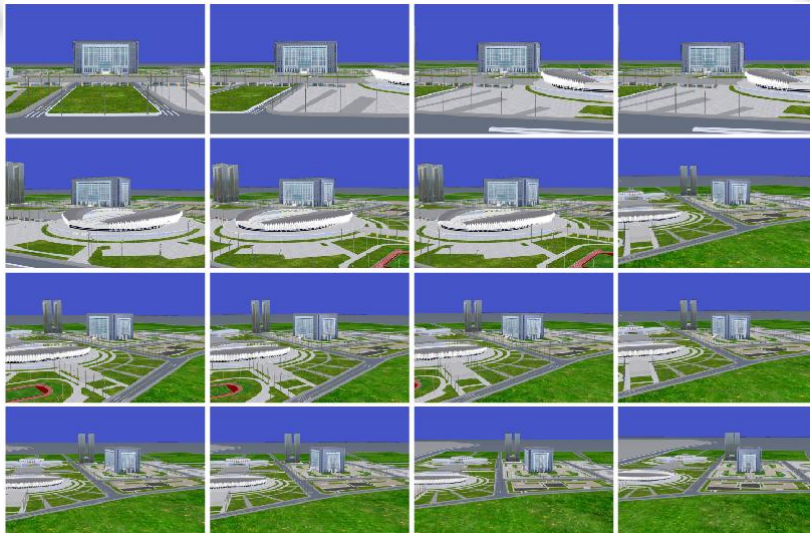


Fig.9 16 frames generated by Lie algebra based camera extrinsic parameters interpolation

图 9 基于李代数表示的相机外部参数插值得到的 16 个相机下的帧图像



## 4 结 论

本文提出了一种基于李代数表示的相机关键机位间位置与姿态插值算法,把相机坐标系变换矩阵通过李代数表示从刚体变换矩阵空间(流形空间)转换到参数空间(线性空间),在该参数空间进行线性插值,既能保持变换的均匀性,又能够自动保持变换的刚体属性;将参数空间的插值结果逆变换回刚体变换矩阵空间,实现对相机关键机位间变换矩阵的插值变换,并使得相机运动轨迹保持良好的自然属性。

与简单的在刚体变换矩阵空间进行线性插值、基于四元数的插值相比,我们的算法得到的插值结果更加自然,更加符合人们漫游场景时的观察习惯。

本文的算法只考虑了给定两幅关键帧情况下的双视点插值,并没有考虑多幅关键帧时的视点插值。由于多幅关键帧插值时,存在着轨迹不光滑现象(如图 10 所示),因此如何通过多幅关键帧确定的多相机(大于等于 3)外部参数插值,得到符合人们漫游习惯、光滑的视点序列,是我们以后将要关注的工作。

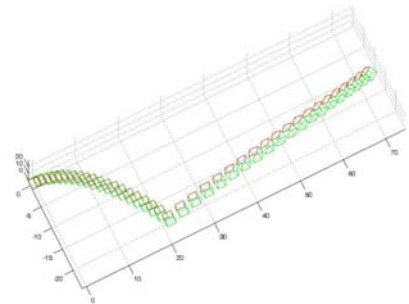


Fig.10 Interpolation result of three viewpoints based on Lie algebra

图 10 3 个视点时基于李代数表示的视点插值

## References:

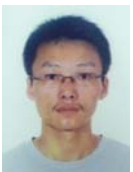
- [1] Selig JM, 著;杨向东,译.机器人学的几何基础.第 2 版.北京:清华大学出版社,2008.
- [2] Shoemake K. Animating rotation with quaternion curves. Proc. of the SIGGRAPH, 1985,3(19):245-255.
- [3] Lin D, Grimson E, Fisher J. Learn visual flows: A Lie algebraic approach. In: Proc. of the CVPR, 2009, 747-754.
- [4] Mann S, Picard RW. Video orbits of the projective group: A simple approach to featureless estimation of parameters. IEEE Trans. on Image Process, 1997,6(9):1281-1295.
- [5] Drummond T, Cipolla R. Application of lie algebras to visual servoing. Int'l Journal of Computer Vision, 2000,37(1):21-41.
- [6] Park FC, Bobrow JE, Ploen SR. A Lie group formulation of robot dynamics. Int'l Journal of Robotics Research, 1995,14(6):609-618.
- [7] Bayro-Corrochano E, Ortégón-Aguilar J. Lie algebra approach for tracking and 3D motion estimation using monocular vision. Image and Vision Computing, 2007,25(6):907-921.
- [8] Miao X, Rao RPN. Learning the Lie groups of visual invariance. Neural Computation, 2007,19(10):2665-2693.
- [9] Tuzel O, Porikli F, Meer P. Learning on Lie groups for invariant detection and tracking. In: Proc. of the CVPR. 2008. 1-8.
- [10] Kwon J, Lee KM, Park FC. Visual tracking via geometric particle filtering on the affine group with optimal importance functions. In: Proc. of the CVPR. 2009. 991-998.
- [11] Hall BC. Lie Groups, Lie Algebras, and Representations: An Elementary Introduction. Springer-Verlag, 2003.



王国锋(1986—),男,浙江临海人,博士生,主要研究领域为目标跟踪,计算机视觉。



杜振家(1987—),男,硕士,主要研究领域为增强现实。



钟凡(1982—),男,博士,讲师,主要研究领域为图像视频处理,计算机视觉。



秦学英(1966—),女,教授,博士生导师,主要研究领域为增强现实,计算机视觉,计算机图形学。