加权非对称选择网活性和有界性分析*

焦 莉, 陆维明

(中国科学院 数学与系统科学研究院 数学研究所,北京 100080)

E-mail: wmlu@math08.math.ac.cn

http://www.iss04.iss.ac.cn

摘要: 给出了 Petri 网系统的一个重要子类,即加权非对称选择网(weighted asymmetric choice net,简称 WAC 网)系统活性的一个充分条件和一个必要条件;同时,提出了活的有界的 WAC 网系统的判定条件,进而给出了 WAC 网活性满足单调性的充分必要条件.

关键词: Petri 网;加权非对称选择网(WAC 网);活性;有界性;活性单调性

中图法分类号: TP301 **文献标识码**: A

Petri 网已被广泛地应用于分布式系统、柔性制造系统等的建模、仿真和分析[1~3]. 在 Petri 网的众多网类中,位置/变迁网[4](简称 P/T 网)是其中重要的网类,非加权 P/T 网与加权 Petri 网具有同样的理论表达能力,可相互进行模拟[5]. 但对许多应用系统进行建模时,由于在一个库所中存在大量消耗品或产品,如果网中不加权值,将会使系统非常庞大,分析起来非常困难. 所以,为了方便和合理地应用,人们常考虑权值[5~8].

无死锁和无溢出是应用系统中备受关注的两个性质,这两个性质分别对应 Petri 网模型中的活性和有界性.

有关加权 Petri 网的活性和有界性研究,除了对一些 Petri 网的基本子类,如加权 T-系统[5]、加权 FC 网[6]、加权 EFC 网[7]以外,对一般加权 Petri 网的活性和有界性的判定问题,至今还没有实际可行的方法. 文献[8]从可达标识的角度详细讨论了加权网的活性问题,得到了一个充分必要条件,但当系统比较大时,这种方法实际上仍是不可行的.

本文对 WAC 网的活性和有界性进行了深入的研究. 采用分治策略,证明了如果一个 WAC 网的每一个死锁生成的子系统是活的,那么该系统也是活的;并给出了 WAC 网活性应满足的一个必要条件. 同时,提出 WAC 网活性满足单调性当且仅当每一个死锁生成的子系统在初始标识下是活的.

本文第 1 节给出了一些相关的基本概念和性质. 第 2 节分析了 WAC 网的活性,给出了 WAC 网活性满足的充分条件和必要条件. 第 3 节研究 WAC 网活性和有界性同时满足的情形. 第 4 节给出并证明了 WAC 网活性单调性定理. 第 5 节总结全文并提出下一步的工作.

1 基本概念及性质

Petri 网是常用工具,这里只简单地叙述本文所用的一些基本概念、术语和性质,也可参见文

* **收稿日期**: 2000-04-18; **修改日期**: 2000-07-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69773016);国家重点基础研究发展规划 973 资助项目(G1998030416)

作者简介: 焦莉(1964-),女,河南嵩县人,博士,副教授,主要研究领域为 Petri 网,算法设计与分析;陆维明(1941-),男,浙江宁波人,研究员,博士生导师,主要研究领域为 Petri 网,软件工程,算法设计与分析.

献[4].

称 Petri 网 $N=(P,T;F)$为纯网当且仅当$\forall x\in P\cup T$,${}^{\cdot}x\cap x^{\cdot}=\varnothing$.本文只考虑非空纯网.

Petri 网系统记为 $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$,其中 $N=(P,T;F,W)$是一个加权 Petri 网,P 是库所集,T 是变迁集,F 是流关系,W 是 F 上的权值,M_0 为初始标识.如果存在 $\sigma\in T^*$ 使 $M_0[\sigma>M'$,则称 M'为从 M_0 可达.从 M_0 可达的一切标识记为$[M_0\rangle$.

若存在正整数 K 使得$\forall M\in[M_0\rangle,\forall p\in P$ 有 $M(p)\leqslant K$,则称 Σ_0 为有界的;N 是结构有界的当且仅当对任意的初始标识 M_0,Σ_0 都是有界的.Σ_0 中的变迁 t 是活的当且仅当对任意的 $M\in[M_0\rangle$,$\exists M'\in[M\rangle$有 $M'[t\rangle$;若 Σ_0 中所有变迁 t 都是活的,则称 Σ_0 为活的网系统;如果存在一个标识 M,使(N,M)是活的,则称 N 是结构活的.

集合 $H\subseteq P$,如果${}^{\cdot}H\subseteq H^{\cdot}$,称 H 为 N 的死锁;如果 $H^{\cdot}\subseteq{}^{\cdot}H$,称 H 为 N 的陷阱.死锁一旦不被标识就永不被标识;陷阱正好相反,它一旦被标识就一直保持被标识.

$N=(P,T;F)$是自由选择网(free choice 网,简称 FC 网)当且仅当$\forall p_1,p_2\in P$,$p_1^{\cdot}\cap p_2^{\cdot}\neq\varnothing\Rightarrow|p_1^{\cdot}|=|p_2^{\cdot}|=1$;$N=(P,T;F,W)$是加权自由选择网(weighted FC 网,简称 WFC 网)当且仅当 $N=(P,T;F)$是 FC 网,且$\forall p\in P,\forall t_1,t_2\in p^{\cdot}$,有 $W(p,t_1)=W(p,t_2)$.

$N=(P,T;F)$是非对称选择网(AC 网)当且仅当$\forall p_1,p_2\in P$,$p_1^{\cdot}\cap p_2^{\cdot}\neq\varnothing\Rightarrow p_1^{\cdot}\subseteq p_2^{\cdot}$ 或者 $p_2^{\cdot}\subseteq p_1^{\cdot}$.

沿用加权自由选择网系统活性研究的方法[6,8],本文的加权 AC(WAC)网定义如下:

定义 1.1. 网 $N=(P,T;F,W)$是加权非对称选择网(WAC 网)当且仅当 $N=(P,T;F)$是 AC 网,且$\forall p\in P,\forall t_1,t_2\in p^{\cdot}$,有 $W(p,t_1)=W(p,t_2)$.

为了讨论方便,我们引入记号 $\widetilde{p}$ 如下:

$$\widetilde{p}=\begin{cases}W(p,t) & p^{\cdot}\neq\varnothing\\ \infty & p^{\cdot}=\varnothing\end{cases}.$$

设 $N=(P,T;F,W)$是一个 WAC 网,M 为其初始标识,令

$$P_{<}^{M}=\{p\mid\forall p\in P\wedge M(p)<\widetilde{p}\},\quad P_{\geqslant}^{M}=\{p\mid\forall p\in P\wedge M(p)\geqslant\widetilde{p}\}.$$

由以上表示,可得到如下几条简单的性质:

- $P_{<}^{M}\cap P_{\geqslant}^{M}=\varnothing$,$P_{<}^{M}\cup P_{\geqslant}^{M}=P$.
- ${}^{\cdot}t\cap P_{<}^{M}\neq\varnothing\Leftrightarrow t$ 在 M 下不使能;${}^{\cdot}t\subseteq P_{\geqslant}^{M}\Leftrightarrow t$ 在 M 下使能.
- 如果死锁 $H\subseteq P_{<}^{M}$,则 H 在 M 下死锁,即在$\forall M'\in[M\rangle$下,$\forall t\in H^{\cdot}$都不使能.

2 加权 AC 网系统的活性

为了证明 WAC 网系统活性的充分条件,我们必须先证明如下引理.

引理 2.1. $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$是一个 WAC 网系统,t 是 T 中的一个变迁.t 是不活的,当且仅当存在一个包含 $p(p\in{}^{\cdot}t)$的死锁 H 和一个可达标识 M,满足 $H\subseteq P_{<}^{M}$.

证明:如果所说死锁存在,那么变迁显然是不活的,充分性得证.

下面我们对变迁数目利用归纳法证明其必要性.

如果 Σ_0 是一个仅含有一个变迁的系统,那么引理显然成立.因为如果 t 是不活的,它的输入库所中至少存在一个 $p\in P_{<}^{M}$,且此库所就是一个死锁.

设 Σ_0 中至少存在两个变迁,且 t 是不活的.因为 t 是不活的,那么一定存在 $M\in[M_0\rangle$,t 在 M 下是死的.

下面我们分两种情况加以讨论.

(1) 在系统(N,M)中,存在另一个变迁u也是不活的.

在系统$(N\backslash\{t\},M)$中,u仍不活,对变迁u用归纳假设,则存在$M'\in[M\rangle$和一个死锁H_u,满足$H_u\subseteq P^{M'}_{<}$,$H_u\cap{}^{\cdot}u\neq\varnothing$.即在系统$(N,M')$中,在任何可达标识下,$t$和$u$都是死的.在系统$(N\backslash\{u\},M')$中,对变迁$t$用归纳假设,可得到一个由标识$M'$可达的标识$M''$和一个死锁$H_t$,满足$H_t\subseteq P^{M''}_{<}$并且${}^{\cdot}t\cap H_t\neq\varnothing$.

$H_t\cup H_u$也是(N,M_0)中的死锁,并且满足${}^{\cdot}t\cap(H_t\cup H_u)\neq\varnothing$.

同时$M''\in[M_0\rangle$,由死锁的特点,有$H_t\cup H_u\subseteq P^{M''}_{<}$.

(2) 在系统(N,M)中,不存在其他不活的变迁.

(2.1) 变迁t不与其他变迁结构冲突.

此时,当$p\in{}^{\cdot}t$且$M(p)\geqslant W(p,t)$时,t将保持使能标识直到t执行.因为t在M下是死的,所以存在$p\in{}^{\cdot}t$,对任意的$M'\in[M\rangle$有$M'(p)<W(p,t)$,如果${}^{\cdot}p=\varnothing$,那么$\{p\}$是该引理所要的死锁;否则存在$t'\in{}^{\cdot}p$,存在$M''\in[M'\rangle$,t'在M''下是死的,这与t是唯一不活的变迁这一假设矛盾.

(2.2) t与另一变迁v是结构冲突的.

如果${}^{\cdot}t\subseteq{}^{\cdot}v$,那么$v$同样也是不活的,与假设$t$是不活的唯一变迁这一假设相矛盾.如果${}^{\cdot}t\not\subset{}^{\cdot}v$,假如${}^{\cdot}p=\varnothing(p\in{}^{\cdot}t\backslash{}^{\cdot}v)$,那么$\{p\}$是引理所要的死锁;否则,由于$t$是唯一的死变迁,那么${}^{\cdot}p$的变迁总要使能,由WAC网的结构可知,最终$t$也会使能(设$p'\in{}^{\cdot}t\cap{}^{\cdot}v$,因为$W(p',t)=W(p',v)$),这与$t$是不活的这一假设矛盾.

综上所述,我们知道引理是正确的. □

下面我们将证明本节的几个主要定理.

定理 2.1. 设$\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$是一个WAC网系统.如果Σ_0中每个死锁D生成的子系统$\Sigma_0^D=(D,D^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|D})$是活的(其中$F'=F\cap((D\times D^{\cdot})\cup(D^{\cdot}\times D))$),那么$\Sigma$是活的.

证明:如果WAC网系统Σ_0不是活的,那么存在$t\in T$是不活的,由引理2.1知,至少存在一个死锁D满足$D\cap{}^{\cdot}t\neq\varnothing$并且存在变迁序列$\sigma\in T^*$和$M_1\in[M_0\rangle$,$M_0[\sigma\rangle M_1$有$H\subseteq P^{M_1}_{<}$.由于执行$T\backslash D^{\cdot}$中的变迁不会改变$D$中的标识,所以$\sigma_{|D^{\cdot}}$可以在$\Sigma_D^0$中执行,因此有$M_{0|D}[\sigma_{|D^{\cdot}}\rangle M_{1|D}$,且$D\subseteq P^{M_1|D}_{<}$,这与$\Sigma_0^D$是活的这一假设矛盾.所以,$\Sigma_0$是活的. □

推论 2.1. 设$\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$是一个WAC网系统,如果Σ_0中每个非空极小死锁H生成的子系统$\Sigma_0^H=(H,H^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|H})$是活的,那么$\Sigma_0$是活的.

证明:如果Σ_0不是活的,那么一定存在一个$t\in T$是不活的,由引理2.1知,存在一个死锁D和$M\in[M_0\rangle$满足${}^{\cdot}t\cap D\neq\varnothing$且$D\subseteq P^M_{<}$,所以$D$中的极小死锁$H$生成的子系统不可能是活的,与假设矛盾.所以,$\Sigma_0$是活的. □

例:在如图1(a)所示的WAC网系统中,$\{p_1,p_2,p_3\}$是唯一的极小死锁,该极小死锁生成的子系统如图1(b)所示是活的.因此,由推论2.1可知,原系统是活的.

定理 2.2. 令$\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$是活的加权WAC网系统,H是其中任一(极小)死锁,那么$\Sigma_0^H=(H,{}^{\cdot}H;F',W_{|F'},M_{0|H})$是活的子系统$(F'=F\cap((H\times{}^{\cdot}H)\cup({}^{\cdot}H\times H)))$.

证明:如果存在Σ_0中的一个极小死锁H,H生成的子系统$\Sigma_0^H=(H,{}^{\cdot}H;F',W_{|F'},M_{0|H})$不是活的,其中$F'=F\cap((H\times{}^{\cdot}H)\cup({}^{\cdot}H\times H))$.但该子系统中标识(token)是不会流出的,因此原系统Σ_0一定存在死变迁t,与已知条件矛盾. □

利用定理 2.2 可以判定 WAC 网系统的不活.

例:如图 2(a)所示的 WAC 网系统,其极小死锁 $H=\{p_1,p_2,p_3\}$ 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(H,{}^{\cdot}H;F',W_{|F'},M_{0|H})$ 如图 2(b)所示是不活的,根据定理 2.2 可知,原系统是不活的.

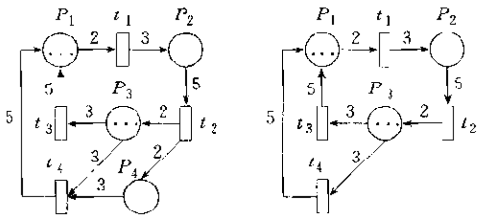
(a) (b)

Fig.1 Live WAC system
图1 活的WAC网系统

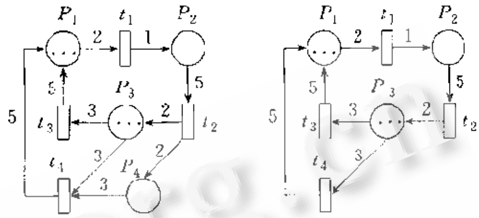
(a) (b)

Fig.2 Not live WAC system
图2 不活的WAC网系统

3 WAC 网系统的活性和有界性

定理 3.1. 设 $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$ 是 WAC 网系统,如果

(1) Σ_0 的每个死锁 D 生成的子系统 $\Sigma_0^D=(D,D^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|D})$ 是活的、有界的,其中 $F'=F\cap((D\times D^{\cdot})\cup(D^{\cdot}\times D))$;

(2) $\forall p\in P$,存在 Σ_0 中的一个死锁包含 p,那么 Σ_0 是活的、有界的 WAC 系统.

证明:根据定理 2.1,Σ_0 是活的.

如果 Σ_0 不是有界的,那么存在一个无界的库所 $p\in P$,由条件(2)可知,存在一个死锁 D,满足 $p\in D$. 由于 D 生成的子系统 $\Sigma_0^D=(D,D^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|D})$ 是有界的,令 $K(p)$ 为 p 的上界. 因为 Σ_0 中 p 是无界的,所以一定存在一个变迁序列 σ 和 $M_1\in[M_0\rangle$,有 $M_0[\sigma>M_1$ 且 $M_1(p)>K(p)$. 因为执行 $T\backslash D^{\cdot}$ 中变迁并不会改变 D 中的标识,所以 $\sigma_{|D^{\cdot}}$ 一定可以在 Σ_0^D 中执行,并可得到 $M_{0|D}[\sigma|_{D^{\cdot}}>M_{1|D}$,于是 $M_{1|D}(p)>K(p)$,这与 Σ_0^D 是有界的假设矛盾. 所以,Σ_0 是有界的.

综上所述,加权 WAC 系统是活的、有界的. □

我们很容易得到下面的推论.

推论 3.1. 设 $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$ 是 WAC 网系统,如果

(1) Σ_0 的每个极小死锁 H 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(H,H^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|H})$ 是活的、有界的,其中 $F'=F\cap((H^{\cdot}\times H)\cup(H\times H^{\cdot}))$;

(2) $\forall p\in P$,存在一个极小死锁包含 p,那么 Σ_0 是活的、有界的.

例:如图 3 所示的加权 WAC 系统,两个极小死锁 $\{p_1,p_3\}$,$\{p_2,p_4\}$ 生成的子系统是活的、有界的,且该 WAC 网中任一库所都包含在一个极小死锁中,根据推论 3.1,此系统是活的、有界的.

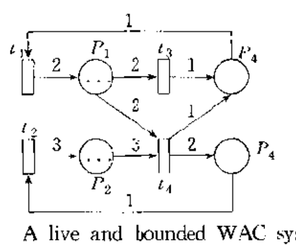

Fig.3 A live and bounded WAC system
图3 活的、有界的WAC网系统

由前面的讨论可知,WAC 网的活性问题可归约为加权极小死锁活性的判定问题,因此,我们有必要进一步了解极小死锁的特点.

引理 3.1[9]. 令 $N=(P,T;F)$ 是 AC 网,H 是 N 中的极小死锁当且仅当

(1) H 是 P-连通的(即 H 中库所元素相互可达);

(2) $t\in H^{\bullet}: |{}^{\bullet}t\cap H|=1$.

从引理 3.1 可知,WAC 网系统的极小死锁生成的子系统实际上是加权自由选择网(WFC 网)系统(见第 2 节),有关 WAC 网系统的活性判定问题有如下两个充分必要条件.为了叙述方便,称 WAC 网系统的(非空)极小死锁 H 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(H,H^{\bullet};F',W_{|F'},M_{0|H})$ 为 WMND (weighted minimal nonempty deadlock)系统.

定理 3.2[6]. WMND 系统是活的当且仅当它是不会死锁的.

定理 3.3[6]. WMND 系统是活的当且仅当系统中存在一个非空陷阱,且该陷阱生成的子系统在不激发源变迁(即 ${}^{\bullet}t=\varnothing$)的前提下不会死锁.

利用以上两个判定条件和本文的结果,我们可以对大部分 WAC 网系统活性和有界性问题进行判定.

4 WAC 网系统的活性单调性

一个 Petri 网系统,如果它的活性具有单调性,那么有可能为其找到判定其活性的多项式时间算法[10].算法时间复杂性是否是多项式,这对于应用颇为重要.本节为 WAC 网系统寻找了活性满足单调性的充分必要条件.首先,我们研究 WMND 系统的活性单调性问题.

定理 4.1. WMND 系统的活性满足单调性.

证明:令 $\Sigma_1=(P,T;F,W,M_1)$ 是活的 WMND 系统,我们将证明当 $M_2\geqslant M_1$ 时,$\Sigma_2=(P,T;F,W,M_2)$ 也是活的.

如果 Σ_2 不是活的,那么存在 $t\in T$ 是不活的,利用引理 1.1 及 P 本身就是一个极小死锁的特点,一定存在变迁序列 σ_2 和可达标识 $M''\in[M_2>$,有 $M_2[\sigma_2>M''$ 并且 $P\subseteq P_{<}^{M''}$.

如果我们能证明也存在 σ_1,$M_1[\sigma_1\rangle M'$ 使 $P\subseteq P_{<}^{M'}$,那么这将与 Σ_1 的活性矛盾.

设 $\sigma_2=t_1,t_2,\ldots,t_n$,我们将通过考察 n 由小到大的过程,用数学归纳法证明存在这样的 σ_1 和 M_1'.

(1) 若 $n=0$,则有 $M''=M_2$,取 $\sigma_1=\varnothing$,则 $M'=M_1\leqslant M''$ 命题成立;

(2) 若 $n>0$,设 $t_1,\ldots,t_i$ 在 M_1 下不使能,但 t_{i+1} 在 M_1 下使能,则由自由选择网(FC 网)的定义(见第 2 节)有 $(\bigcup_{j=1}^{i}{}^{\bullet}t_j)\cap{}^{\bullet}t_{i+1}=\varnothing$.令 $\sigma'_2=t_{i-1}t_1,\ldots,t_it_{i+2},\ldots,t_n$,仍有 $M_2[t_{i+1}\rangle M_2'[t_1,\ldots,t_it_{i+2},\ldots,t_n\rangle M''$,由于 t_{i+1} 在 M_1 下使能,所以 $M_1[t_{i+1}>M'_1$,且 $M'_1\leqslant M'_2$,对 $t_1,\ldots,t_it_{i-2},\ldots,t_n$ 利用归纳假设,存在 σ_1',M' 使 $M'_1[\sigma_1'>M'$ 且 $P\subseteq P'^{M'}_{<}$.取 $\sigma_1=t_{i+1}\sigma'_1$,即 $M_1[\sigma_1>M'$ 且 $P\subseteq P_{<}^{M'}$ 与 Σ_1 的活性矛盾.

因此,WMND 系统的活性满足单调性. □

定理 4.2. 令 $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$ 是一个活的 WAC 网系统,那么对任意 $M_i>M_0$,$\Sigma_i=(P,T;F,W,M_i)$ 是活的,当且仅当 Σ_0 中每一非空极小死锁 H 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(H,H^{\bullet};F',W_{|F'},M_{0|H})$ 是活的.

证明:充分性.如果 $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$ 中的每一非空极小死锁 H 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(H,$

$H^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|H})$是活的,当 $M_i \geqslant M_0$ 时,根据定理 4.1,$\Sigma_i^H=(H,H^{\cdot};F',W_{|F'},M_{i|H})$也是活的,由 H 的任意性,利用定理 2.1,$\Sigma_i=(P,T;F,W,M_i)$是活的,即对任意的 $M_i \geqslant M_0$,$\Sigma_i=(P,T;F,W,M_i)$是活的.

必要性.如果 $\Sigma_0=(P,T;F,W,M_0)$中存在一非空极小死锁 H,H 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(H,H^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|H})$是不活的,我们只要证明存在一个 $M \geqslant M_0$,$\Sigma=(P,T;F,W,M)$是不活的即可.

首先,按如下方法寻找 H 中的最大陷阱(可能空)(定义见第 2 节).

(1) $H' \leftarrow H$,$\Sigma_0^{H'} \leftarrow (H',H'^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|H'})$,$i \leftarrow 0$

(2) If 存在 $t \in H'^{\cdot}$ 使得 $t^{\cdot} \neq \varnothing$ 且 ${}^{\cdot}t \cap H' \neq \varnothing$,then 设 ${}^{\cdot}t=\{p\}$(因为 $|{}^{\cdot}t \cap H'|=1$)记 t 为 t_i,p 为 p_i

else 停止

(3) $H' \leftarrow H'-\{p_i\}$,$\Sigma_0^{H'} \leftarrow (H',H'^{\cdot};F',W_{|F'},M_{0|H'})$,$i \leftarrow i+1$

(4) If $H'=\varnothing$ then 停止

else 转(2)

由于$|H|$有限,所以上述过程一定终止于(2)或(3),设终止时,i 为 m.在第(3)步,找到的 p_i 不可能属于任何陷阱,所以,最后得到的 H' 为最大陷阱(可能空).

现在只要找到一个 $M \geqslant M_0$ 和一个变迁序列 σ',使 $M[\sigma>M'$,$H' \subseteq P_<^{M'}$ 即可,方法如下:

(1) $i \leftarrow m$,$\sigma' \leftarrow \varnothing$,$M' \leftarrow M_0$,$M'_0 \leftarrow M_0$,$\Sigma' \leftarrow \Sigma_0$,$j \leftarrow 0$

(2) If $i=0$ then 停止

else 转(3)

(3) while $p \in {}^{\cdot}t_i$,$p \notin H$,$M'(p)<W(p,t)$ do

$M'(p) \leftarrow W(p,t_i)$,$M_0'(p) \leftarrow W(p,t_i)$

end

(4) while t_i 使能 do

执行 t_i,$j \leftarrow j+1$

end

(5) 由 $M'[t_i>M''$ 计算 M''

(6) $\sigma \leftarrow \sigma' t_i$,$i \leftarrow i-1$,$M' \leftarrow M''$,$j \leftarrow 0$ 转(2)

执行完(4)以后,$M''(p_i)<W(p_i,t_i)$,又从 t_i 的选取可知,t_i 的执行只可能向 $p_j(j<i)$中增添标识,而不能向 $p_k(k \geqslant i)$或 $p \in H'$ 中增添标识,故 $M'(p_i)<W(p_i,t_i)$且 $H' \subseteq P_<^{M'}$.

令 $M=M_0'$,$\sigma=\sigma'$,即 $M[\sigma>M'$,$H' \subseteq P_<^{M'}$,根据定理 3.3,$(H,{}^{\cdot}H;F',W_{|F'},M_{|H})$是不活的,利用定理 2.2 可知,$(P,T;F,W,M)$是不活的,而 $M \geqslant M_0$,这与已知条件矛盾.

所以,当 Σ_0 中每一极小死锁生成的子系统是活的时,对任意 $M_i \geqslant M_0$,$\Sigma_i=(P,T;F,W,M_i)$也是活的. □

自然,由定理 4.2,我们可得到(蕴含权值为 1 的)AC 网系统活性单调性的充分必要条件[7],即文献[7]中的结果是这里的一个特例.

推论 4.1. 令 AC 网系统 $\Sigma_0=(P,T;F,M_0)$是活的,那么当 $M_i \geqslant M_0$ 时,$\Sigma_i=(P,T;F,M_i)$是活的当且仅当 $\Sigma_0=(P,T;F,M_0)$的每一非空极小死锁含有标识的陷阱.

证明:如果 Σ_0 中每一非空极小死锁 H 生成的子系统 $\Sigma_0^H=(P,T;F,M_{0|H})$是活的,由于 Σ_0^H 是普通的 FC 网系统,故 Σ_0^H 是活的当且仅当 Σ_0^H 中含有标识的陷阱.

根据定理 4.2,推论得证. □

5 结 论

加权 Petri 网系统比(蕴含权值为 1 的)Petri 网系统具有更强的模拟表达能力,但同时也给系统的行为分析增添了难度.对 WAC 网系统的活性分析,不仅需要了解其内部结构,而且需要验证标识数是否充实.本文把对 WAC 网的研究努力归约为 WFC 网的研究,使问题得以简化并得到了一些相当好的结果.进一步的工作是在扩大的网类上进行研究,并为其寻找相应的实用算法.

References:

[1] Alla, H., David, R. Continuous and hybrid Petri nets. Journal of Circuits, Systems, and Computers, 1998,8(1):159~188.

[2] Champagnat, R., Esteban, P., Pingaud, H., *et al*. Modeling hybrid systems through by means of high-level Petri nets. In: Ferney, M., Borne, P., eds. Proceedings of CIS'97, Vol. 1. Belfort, France, 1997. 469~474.

[3] Gerogiannis, V.C., Kameas, A.D., Pintela, P.E. Comparative study and categorization of high-level Petri nets. Journal of Systems and Software, 1998,43(2):133~160.

[4] Murata, T. Petri nets: properties, analysis and applications. Proceeding of the IEEE, 1989,77(4):541~580.

[5] Teruel, E., Chrzastowski, P., Colom, J.M., *et al*. On weighted T-systems. LNCS, Vol 616, Springer-Verlag, 1992. 348~366.

[6] Xie, Xian-de. On liveness of weighted free choice nets [MS. Thesis]. Institute of Mathematics, Academy of Mathematics and System Sciences, the Chinese Academy of Sciences, 1996 (in Chinese).

[7] Zhen, Qiang, Lu, Wei-ming. On liveness and safeness for weighted extended FC nets. Journal of Saftware, 2000,11(3):300~307 (in Chinese).

[8] Barkaoui, K., Pradat-Peyre J. On liveness and controlled siphons in Petri nets. LNCS, Vol 1091, Springer-Verlag, 1996. 57~72.

[9] Zhen, Qiang, Lu, Wei-ming. On liveness of asymmetric choice nets. Journal of Software, 1998,9(5):354~359 (in Chinese).

[10] Zhen, Qiang, Lu, Wei-ming. On liveness and softness of asymmetric choice nets. Journal of Saftware, 2000,11(5):590~605 (in Chinese).

附中文参考文献:

[6] 谢贤德.带权值自由选择网的活性研究[硕士学位论文].中国科学院数学与系统科学研究院数学研究所,1996.

[7] 甄强,陆维明.论加权扩充自由选择网的活性与安全性.软件学报,2000,11(3):300~307.

[9] 甄强,陆维明.论非对称选择网的活性.软件学报,1998,9(5):354~359.

[10] 甄强,陆维明.论非对称选择网的活性与安全性.软件学报,2000,11(5):590~605.

On Liveness and Boundedness of Weighted Asymmetric Choice Nets*

JIAO Li, LU Wei-ming

(*Institute of Mathematics, Academy of Mathematics and System Science, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080, *China*)

E-mail: wmlu@math08.math.ac.cn

http://www.iss04.iss.ac.cn

Abstract: In this paper, a sufficient condition and a necessary condition on liveness for Weighted Asymmetric

Choice (WAC) net system which is an important subclass of Petri net system are presented. Moreover, a judgement condition for live and bound WAC net system is given, and the sufficient and necessary condition for WAC net liveness monotonicity is shown.

Key words: Petri nets; weighted asymmetric choice (WAC) nets; liveness; boundedness; liveness monotonicity

* Received April 18, 2000; accepted July 6, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 69773016; the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No. G1998030416