

共享和特定表示的多视图属性图聚类*

曹付元, 陈晓惠



(山西大学 计算机与信息技术学院, 山西 太原 030006)

通信作者: 曹付元, E-mail: cfy@sxu.edu.cn

摘要: 现有的多视图属性图聚类方法通常是在融合多个视图的统一表示中学习一致信息与互补信息, 然而先融合再学习的方法不仅会损失原始各个视图的特定信息, 而且统一表示难以兼顾一致性与互补性. 为了保留各个视图的原始信息, 采用先学习再融合的方式, 先分别学习每个视图的共享表示与特定表示再进行融合, 更细粒度地学习多视图的一致信息和互补信息, 构建一种基于共享和特定表示的多视图属性图聚类模型 (multi-view attribute graph clustering based on shared and specific representation, MSAGC). 具体来说, 首先通过多视图编码器获得每个视图的初级表示, 进而获得每个视图的共享信息和特定信息; 然后对齐视图共享信息来学习多视图的一致信息, 联合视图特定信息来利用多视图的互补信息, 通过差异性约束来处理冗余信息; 之后训练多视图解码器重构图的拓扑结构和属性特征矩阵; 最后, 附加自监督聚类模块使得图表示的学习和聚类任务趋向一致. MSAGC 的有效性在真实的多视图属性图数据集上得到了很好地验证.

关键词: 多视图属性图; 共享信息; 特定信息; 聚类

中图法分类号: TP311

中文引用格式: 曹付元, 陈晓惠. 共享和特定表示的多视图属性图聚类. 软件学报, 2025, 36(3): 1254-1267. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/7195.htm>

英文引用格式: Cao FY, Chen XH. Multi-view Attributed Graph Clustering Based on Shared and Specific Representation. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2025, 36(3): 1254-1267 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/7195.htm>

Multi-view Attributed Graph Clustering Based on Shared and Specific Representation

CAO Fu-Yuan, CHEN Xiao-Hui

(School of Computer and Information Technology, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract: Existing multi-view attributed graph clustering methods usually learn consistent information and complementary information in a unified representation of multiple views. However, not only will the specific information of the original views be lost under the method of learning after fusion, but also the consistency and complementarity are difficult to balance under the unified representation. To retain the original information of each view, this study adopts the method of learning first and then fusing. Firstly, the shared representation and specific representation of each view are learned separately before fusion, and the consistent information and complementary information of multiple views are learned more fine-grained. A multi-view attributed graph clustering model based on shared and specific representation (MSAGC) is constructed. Specifically, the primary representation of each view is obtained by a multi-view graph encoder, and then the shared information and specific information of each view are obtained. Then the consistent information of multiple views is learned by aligning the view shared information, the complementary information of multiple views is utilized by combining the view specific information, and the redundant information is processed through the difference constraint. After that, the topological structure and attribute feature matrix of the multi-view decoder reconstruction graph are trained. Finally, the additional self-supervised clustering module makes the learning and clustering tasks of graph representation tend to be consistent. The effectiveness of MSAGC is well verified on real multi-view attributed graph datasets.

* 基金项目: 国家自然科学基金 (61976128); 山西省科技创新人才团队 (202204051002016)

收稿时间: 2023-06-16; 修改时间: 2024-03-07; 采用时间: 2024-03-29; jos 在线出版时间: 2024-07-03

CNKI 网络首发时间: 2024-07-05

Key words: multi-view attributed graph; shared information; specific information; clustering

图数据是一种非常常见的数据类型,它由节点和边组成,节点代表人、物品等实体,边代表实体之间的关系。在人们的生活中,图数据无处不在,比如以用户为节点、用户与用户之间的联系为边组成的社交网络图^[1];比如以物种为节点、物种之间的掠食关系为边组成的生态系统图^[2];比如以车站为节点、路径为边组成的路线图^[3]等。属性图^[4]是一种更丰富的图数据,它比传统的图数据增加了描述节点内容信息的属性矩阵。多视图属性图^[5]不仅包括了节点的属性矩阵,还包括了从不同视角描述节点关系的拓扑结构。以论文网络为例,把论文看作图中的节点,属性矩阵描述了节点内容信息,不同的拓扑结构表示论文之间不同的关系。假设论文网络有两个拓扑结构,一个表示论文是否含有相同主题,若两篇论文含有相同主题,则代表这两篇论文的节点之间存在连接;另一个表示论文是否拥有相同作者,若两篇论文拥有相同的作者,则代表这两篇论文的节点之间存在连接。

近年来,图神经网络 (graph neural network, GNN)^[6]以其优异的性能被应用在多视图属性图聚类上。例如, Fan 等人^[7]提出的 O2MAC 通过选择一个信息最丰富的视图,采用图卷积网络 (graph convolutional network, GCN)^[8]作为编码器,获得多个视图的共享表示,利用该表示重构所有视图来学习视图特定信息。Wang 等人^[9]提出的 CMGEC 利用多图注意融合编码器对多视图数据的互补信息进行灵活编码,引入一个多视图互信息最大化模块指导学习到的公共表示,利用图融合网络从不同角度探索图之间的关系,通过联合训练来编码更多的互补信息。然而,现有的多视图属性图聚类方法通常是在融合多个视图的统一表示中学习一致信息和互补信息的。一致信息期望统一表示聚焦多视图的共享信息,而互补信息期望统一表示可以囊括多视图的特定信息,这导致统一表示难以同时充分探索这两种信息。当共享信息被强调时,学习到的特定信息多样性不足;当特定信息被强调时,学习到的共享信息一致性欠缺。这种先融合再学习的方式难以兼顾一致性与互补性,并且融合后的统一表示会损失视图的特定信息。

为了解决上述问题,本文构建了一种基于共享和特定表示的多视图属性图聚类模型 (multi-view attributed graph clustering based on shared and specific representation, MSAGC)。在 MSAGC 中,视图的共享表示用于刻画多视图的一致性,视图的特定表示用于刻画多视图的互补性,通过先学习再融合的方法对多视图的一致性和互补性进行更细粒度地学习,以得到更加准确的聚类结果。具体来说,首先使用多视图编码器将不同视图中的图结构和节点内容同时嵌入到低维空间,得到每个视图的初级表示,进而提取每个视图的共享表示和特定表示;然后通过一致性损失函数迭代优化来对齐视图的共享信息,利用差异性损失函数来挖掘视图互补信息和减少冗余信息;接着训练多视图解码器重构图的拓扑结构和属性特征矩阵;最后引入自监督聚类促使学习到的统一表示更适合聚类任务。

本文工作的主要贡献总结如下:提出了一种先学习再融合的方法,从每个视图的初级表示中学习视图共享信息和视图特定信息,更细粒度地学习多视图的一致信息和互补信息。构建了一种基于共享和特定表示的多视图属性图聚类模型 MSAGC,并与最先进的基线在 3 个真实世界的数据集上进行比较,验证了所提出方法的有效性。

本文第 1 节介绍多视图属性图聚类的相关工作。第 2 节介绍本文构建的基于共享和特定表示的多视图属性图聚类模型。第 3 节对所提的模型进行实验验证和分析。最后,第 4 节对本文的工作进行总结。

1 相关工作

国内外学者对多视图属性图聚类问题开展了大量的研究工作。本节将从图表示学习和多视图表示学习方法出发,对相关工作进行详细阐述。

图表示学习^[10]通过学习将图中的节点属性信息和连接关系嵌入到一个低维向量中。对于图表示学习,以往的工作可以分为传统的图嵌入方法和新兴的基于 GNN 的方法两大类。传统的图嵌入方法^[11,12]包括基于随机游走的方法和基于矩阵分解的方法。随机游走方法使用随机游走来模拟节点之间的相互关系,这种方法可以捕获节点之间的关系,但需要更多的计算资源和时间。DeepWalk^[13]是一种基于随机游走的图嵌入方法,它通过在图上进行多次随机游走,将游走序列视为局部上下文,最终将节点映射到一个低维向量。node2vec^[14]在 DeepWalk 的基础上对

游走方式进行改进. LINE^[15]是一种基于一阶和二阶邻居信息的图嵌入方法. 基于矩阵分解的方法^[16-20]从不同角度出发捕捉节点之间的相似性和拓扑结构, 可以将图的邻接矩阵分解为多个小矩阵, 并将它们降维为节点向量. 这种方法简单易懂, 但是忽略了节点之间的高阶关系. 传统的图嵌入方法都被认为是浅层模型, 在学习复杂图数据中的深层关系方面能力有限. 为了深入挖掘图数据的深层关系, MAGC^[21]精心设计了高阶关系正则化项, 并巧妙地融合了图滤波技术和视图加权机制, 从而生成了既平滑又富含信息的节点表示, 但是该算法在不同数据集上的表现受限于超参数的精细调整, 这在一定程度上削弱了算法的通用性. 此外, HMvC^[22]另辟蹊径, 通过利用相似矩阵的幂运算来定义高阶乃至无穷阶图, 旨在捕捉图中有限阶和无穷阶信息, 然而该算法在数据质量和计算资源方面仍存在一定限制. 鉴于上述方法的局限性, 近年来图神经网络以其优异的性能在图表示学习领域引起广泛关注^[23]. 图神经网络具有强大的非线性特征提取能力, 具有更强的自适应性和泛化能力, 其基本思想是通过节点的邻接关系实现消息传递. GAE^[24]使用自编码器来学习图的向量表示, 并在重构图时最小化重构误差. VGAE^[24]是 GAE 的变体, 它通过引入概率模型来模拟潜在在节点的原分布, 可以更好地处理节点属性不完整或缺失的情况. ARGAE^[25]引入了对抗性正则化来提高嵌入的鲁棒性. SDCN^[26]通过加强几何结构信息和属性信息的交互来指导网络训练. DFCN^[27]通过设计结构和属性信息融合模块, 对属性和结构信息精细处理. 以上方法是为单视图图数据设计的, 为了探索多视图图数据, Wang 等人^[28]把 SDCN 的方法扩展到多拓扑的属性图上, 有效地融合了节点之间的多种关系. GRAE^[29]设计了一个全局和部分的图自编码器, 并采用自适应方法融合不同视图的特征, 从而对多个视图的独特特征给予更多的关注. CMGEC^[9]利用互信息最大化保持多视图的一致性, 在融合图上利用拉普拉斯矩阵的秩约束提高共识图的可变性. A2AE^[30]设计了一个注意力模块来自适应学习不同视图的语义权重^[31], 得到了更好的统一表示. O2MAC^[7]是第 1 个使用图自编码器对多视图属性图聚类的方法. MGCCN^[32]算法是一种针对多层图聚类的自动编码器框架, 它通过结合注意机制和对比融合策略, 实现了对多层图的高效聚类. 实验结果表明, 深度方法优于传统的浅层方法. 然而, 现有的深度多视图属性图聚类方法是在融合后的统一表示中学习多视图的一致信息和互补信息, 难以兼顾一致性和互补性, 影响了聚类性能.

以往的多视图表示学习方法主要分为两种范式: 联合表示和对齐表示^[33]. 联合表示是指将不同视图中的数据映射到同一个表示空间, 但每个视图的数据在该空间中具有自己独特的表示, 也就是说, 在联合表示中, 每个视图的数据被映射到独立的子空间中, 这些子空间在联合表示空间中紧密相连, 保留了原始数据的多样性. 对齐表示分别处理和表示不同视图的数据, 但对多个视图数据的表示进行约束, 使相同对象的多视图数据在特征空间中尽可能接近. 联合表示主要关注不同视图的数据具有独特但联系紧密的表示, 强调在表示空间中不同视图中的数据多样性; 对齐表示主要关注不同视图中的数据具有相同的表示, 强调在特征空间中不同视图的数据具有尽可能相似的表示^[34]. Jia 等人^[35]提出了一种新的范式——共享和特定表示. 基于共享和特定表示范式的方法可以全面利用多视图数据的一致性和互补性, 同时避免冗余, 从而学到更优秀的特征表示. 目前基于共享和特定表示范式的多视图聚类方法大多是基于谱聚类和多视图子空间聚类改进的. Luo 等人^[36]提出的 CSMSC 方法中学习的一致性表示体现了所有视图之间的共同属性, 独特性表示捕获每个视图的内在差异, 这种方法可以更好地适应真实世界的数据集. Zhu 等人^[37]提出了 SMSC 框架, 用以结构化地学习通用表示矩阵和特定表示矩阵. 通用矩阵聚焦共同特征, 保障视图间的一致性; 特定矩阵则关注独特信息, 强化视图间的差异性, 从而提高了对多视图数据的理解和利用效果. Yin 等人^[38]提出的 CSNE 将谱嵌入和非负嵌入统一到一个框架中, 从而避免后处理带来的不确定性, 得到最优的聚类结果. 其中, 非负性嵌入被分为两部分: 共同的非负嵌入和特定的非负嵌入. 前者表示共享的聚类结构, 后者表示每个视图的唯一聚类结构. 但是, 以上的方法都是浅层的, 不能很好地捕获多视图属性图中复杂的非线性关系. 在其他领域, 如视觉识别领域, 有一些与基于共享和特定表示范式的思想相似的成果. 如 Hu 等人^[39]提出的多视图度量方法 MvML, 不仅学习每个视图的单独距离度量以保持其特定属性, 而且还学习统一潜在子空间中不同视图的共享表示以保持公共属性.

2 构建的模型

为了增加论文的可读性, 表 1 列出了本文使用的符号和解释.

表 1 符号和解释

符号	解释	符号	解释
K	视图数量	H_k	第 k 个视图的共享表示
n	节点个数	D_k	第 k 个视图的特定表示
A_k	第 k 个视图的邻接矩阵	H_0	所有视图的最终共享表示
\hat{A}_k	重构的第 k 个视图的邻接矩阵	Z'_k	第 k 个视图的重构表示
X	属性特征矩阵	Z	用于聚类的最终表示
\hat{X}	重构的属性特征矩阵	W_k^H	第 k 个视图共享信息MLP中的可训练权重矩阵
Z_k	第 k 个视图的初级表示	W_k^D	第 k 个视图特定信息MLP中的可训练权重矩阵

对于给定的多视图属性图, 记为 $G = \{V, A_1, A_2, \dots, A_K, X\}$, 其中, K 为视图数量, V 为节点集, A_k 为第 k 个视图的邻接矩阵, X 为属性特征矩阵, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示图中有 n 个节点, $A_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示第 k 个视图中 n 个节点之间的连接关系, 如果在第 k 个视图中, 节点 v_i 和节点 v_j 之间存在连接, 则 $A_k^{(ij)} = 1$, 否则 $A_k^{(ij)} = 0$. $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($X \in \mathbb{R}^{n \times m}$), x_i 表示与节点 v_i 相关联的属性特征向量. 多视图属性图聚类旨在将 n 个节点划分为预先定义的 C 个不相交的簇.

图 1 给出了本文模型的框架图. 基本思想是更细粒度地学习视图共享信息和视图特定信息, 对齐共享信息, 联合互补信息, 同时减少冗余信息带来的负面影响. 模型包括多视图编码器、视图共享信息提取模块、视图特定信息提取模块、多视图解码器和自监督聚类这 5 部分. 第 1 部分为多视图编码器, 用于对输入的多视图属性图编码, 得到每个视图的初级表示, 初级表示结合了每个视图中图的几何结构信息和属性信息. 第 2 部分为视图共享信息提取模块, 用于从初级表示中提取视图共享表示. 视图的共享表示是相似的, 因此把所有视图共享表示的平均值作为最终的共享表示. 第 3 部分为视图特定信息提取模块, 用于从初级表示中提取视图特定表示. 视图特定表示反映了每个视图特有的信息, 一方面, 它与从同一视图提取的共享表示具有差异性; 另一方面, 它与从其他视图中提取的视图特定表示也具有差异性. 第 4 部分为多视图解码器, 用于重构视图的拓扑关系和属性特征矩阵. 重构要从用于聚类的最终表示和每个视图的重构表示这两个表示出发. 用于聚类的最终表示是通过联合最终的共享表示和 K 个视图的特定表示得到的, 用它重构每个视图的结构信息和属性信息; 每个视图的重构表示是通过联合最终的共享表示和该视图的特定表示得到的, 用它重构对应视图的属性信息. 第 5 部分为自监督聚类, 是为了让用于聚类的最终表示对聚类任务更具区分性. 每部分的内容详细介绍如下.

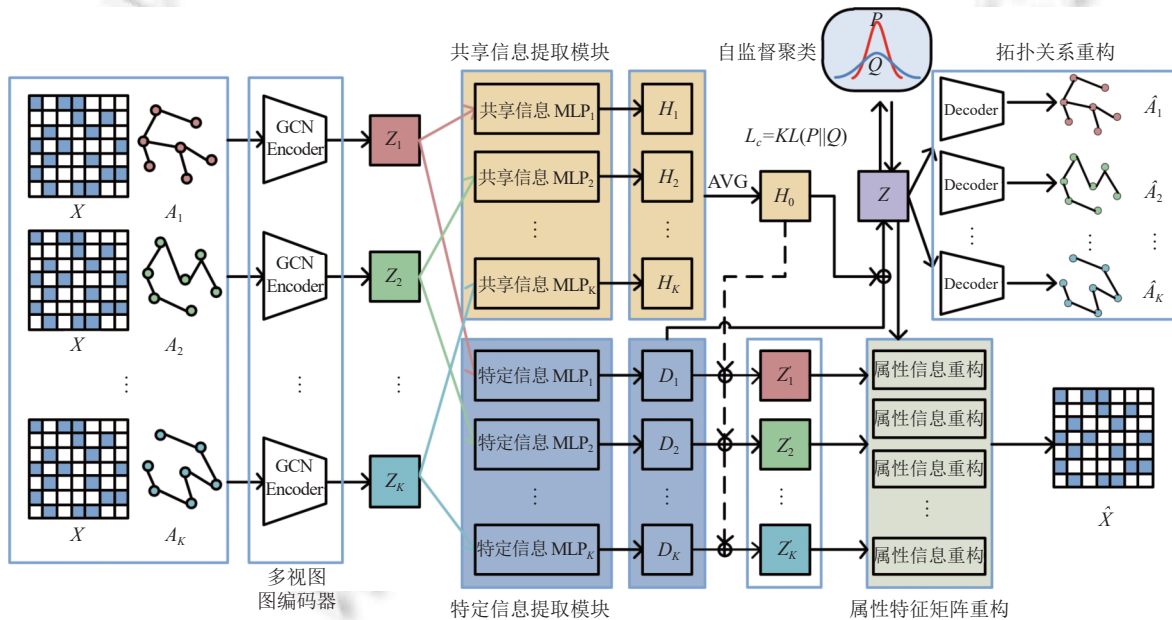


图 1 MSAGC 模型框架图

2.1 多视图编码器

为了结合图的拓扑结构信息和属性信息, 利用 GCN 作为图编码器^[24]. GCN 精妙地设计了一种从图数据中提取特征的方法, 它的层与层之间的传播方式为:

$$Z^{(l+1)} = \sigma(\tilde{D}^{-\frac{1}{2}} \tilde{A} \tilde{D}^{-\frac{1}{2}} Z^{(l)} W^{(l)}) \quad (1)$$

其中, $\tilde{A} = A + I$, A 为邻接矩阵, I 为单位矩阵, \tilde{D} 是 \tilde{A} 的度矩阵, $Z^{(l)}$ 表示第 l 层的特征, 对于输入层, $Z^{(0)} = X$, σ 是非线性激活函数, $W^{(l)}$ 是第 l 层可训练的权重矩阵.

为了捕获每个视图的初级表示, 本文用两层 GCN 来挖掘每个视图的属性图的特征, 第 k 个视图的初级表示的计算式为:

$$Z_k = \tilde{D}_k^{-\frac{1}{2}} \tilde{A}_k \tilde{D}_k^{-\frac{1}{2}} ReLU\left(\tilde{D}_k^{-\frac{1}{2}} \tilde{A}_k \tilde{D}_k^{-\frac{1}{2}} X W_k^{(0)}\right) W_k^{(1)} \quad (2)$$

其中, $W_k^{(0)}$ 表示第 1 层 GCN 的可训练权重矩阵, $W_k^{(1)}$ 表示第 2 层 GCN 的可训练权重矩阵.

2.2 视图共享信息提取

多视图属性图有多个拓扑结构, 反映了从不同角度观察相同对象时得到的多种连接关系. 它们之间有一致的信息、互补的信息, 也有冗余的信息. 一致的信息指视图共享的信息, 共享信息使得从不同视图中学习到的分类或表示是一致的, 它在每个视图中有不同的表现形式, 但本质上是指同一类特征. 以论文网络为例, 在确定论文的研究领域时, 关注在共同作者和相同主题的两个图中共同出现的邻居关系将有助于确定论文研究领域的相似性, 以便更好的聚类.

为了从多视图属性图的初级表示 Z_1, Z_2, \dots, Z_K 中提取共享信息, 本文设计了一个单层线性 MLP 来从每个视图中提取共享信息 H_1, H_2, \dots, H_K , 即 $H_k = ShareMLP(Z_k; W_k^H)$. 为了使 K 个视图共享信息之间两两相似, 计算它们的相似度, 然后最小化一致性损失函数:

$$L_{\text{consist}} = \sum_{i \neq j}^K \|H_i - H_j\|_F^2 \quad (3)$$

其中, H_i 表示从第 i 个视图中提取的视图共享信息. K 个视图共享信息之间相似度的测量方式选用最简单的差异相似度函数.

从多个视图中提取的共享信息是一致的, 取它们的平均值更具代表性, 所有视图的最终共享表示的计算式为:

$$H_0 = AVG(H_1, H_2, \dots, H_K) \quad (4)$$

其中, $AVG(\cdot)$ 代表对 H_1, H_2, \dots, H_K 求平均值.

2.3 视图特定信息提取

每个视图特定信息即视图互补的信息, 视图特定信息反映了视图的多样性信息, 整合这些具有差异性的信息可以获得更全面的特征表示. 冗余信息指在多个视图中存在的重复信息, 图表示中包含重复的信息会增加特征维度, 降低表示的质量, 因此要减少冗余信息.

为了从视图的初级表示 Z_k 中提取每个视图特定的信息, 本文设计了一个单层线性 MLP 来从每个视图中提取视图特定信息 D_k , 即 $D_k = SpecificMLP(Z_k; W_k^D)$. 从相同的视图中提取的共享信息和视图特定信息是不一致、具有差异性的, 差异性越大从原始表示中得到的信息就越丰富. 从同一视图中提取的共享信息和视图特定信息的差异性损失函数为:

$$L_{\text{diff1}} = \sum_{u=1}^K \|H_u^T D_u\|_F^2 \quad (5)$$

其中, H_u 为从 Z_u 中提取的共享信息, D_u 为从 Z_u 中提取的视图特定信息. 对 K 组共享信息和视图特定信息均施加正交性约束.

另外, 每个视图特定信息是多样的, 因此多个视图特定信息之间也具有差异性. 保留这种差异性有助于充分利

用多视图的多样性信息, 同时减少冗余的信息, 降低冗余性给特征表示带来的不利影响. 视图特定信息之间的差异性损失函数为:

$$L_{\text{diff}2} = \sum_{u=1}^K \sum_{u \neq v} \|D_u^T D_v\|_F^2 \quad (6)$$

其中, D_u 为从第 u 个视图中提取的视图特定信息.

结合这两项损失, 得到总的差异性损失函数:

$$L_{\text{diff}} = \sum_{u=1}^K \|H_u^T D_u\|_F^2 + \sum_{u=1}^K \sum_{u \neq v} \|D_u^T D_v\|_F^2 \quad (7)$$

把各视图的视图特定信息与最终的共享信息联合, 得到各视图重构后的表示:

$$Z'_k = \text{CONCAT}(H_0, D_k) \quad (8)$$

其中, $\text{CONCAT}(\cdot)$ 表示将 H_0 和 D_k 按照指定维度进行拼接, Z'_k 表示第 k 个视图的重构表示. 把最终共享信息和 K 个视图特定信息联合, 得到用于聚类的最终表示:

$$Z = \text{CONCAT}(H_0, D_1, D_2, \dots, D_K) \quad (9)$$

其中, $\text{CONCAT}(\cdot)$ 表示将 $H_0, D_1, D_2, \dots, D_K$ 按照指定维度进行拼接.

2.4 多视图解码器

为了学习到更好的表示, 把用于聚类的最终表示 Z 用于重构多个拓扑关系和属性特征矩阵. 同时, 把各视图重构后的表示 Z'_k 用于重构属性特征矩阵.

(1) 拓扑关系重构

用内积解码器^[7]从最终表示 Z 中重构拓扑关系. 更具体地说, 基于最终表示 Z , 预测节点之间有连接的概率, 第 k 个视图被预测的连接情况为:

$$\hat{A}_k = \text{Sigmoid}(Z \cdot N_k \cdot Z^T) \quad (10)$$

其中, \hat{A}_k 为第 k 个视图的重构邻接矩阵, N_k 为第 k 个视图的可训练权重矩阵. 得到 \hat{A}_k 后, 将每个视图拓扑关系重构误差之和最小化:

$$L_{r_A} = \sum_{k=1}^K \text{loss}(A_k, \hat{A}_k) \quad (11)$$

(2) 属性特征矩阵重构

从最终表示 Z 中重构属性特征矩阵, 得到 \hat{X} . 同时, 还从各视图重构后的表示 Z'_k 中对属性特征进行重构, 得到 \hat{X}_k . 属性特征矩阵重构都用两层 MLP 来实现, 计算式为:

$$\hat{X} = \Phi(\text{ReLU}(Z; W_0^X); W_1^X) \quad (12)$$

其中, W_0^X 和 W_1^X 分别为第 1 层和第 2 层 MLP 中的可训练权重矩阵, 第 1 层 MLP 用 ReLU 作为非线性激活函数, 第 2 层是一个线性 MLP, 用 $\Phi(\cdot)$ 表示. 另外, \hat{X}_k 的重构方式与 \hat{X} 类似. 总体的属性特征重构损失为:

$$L_{r_X} = \frac{1}{2} \left(\|X - \hat{X}\|_F^2 + \sum_{k=1}^K \|X - \hat{X}_k\|_F^2 \right) \quad (13)$$

其中, \hat{X}_k 表示从第 k 个视图得到的重构后的属性特征矩阵.

总体的重构损失被定义为:

$$L_r = L_{r_A} + L_{r_X} \quad (14)$$

2.5 自监督聚类

模型中的最终表示 Z 联合了多视图中的共享信息和互补信息, 并且可以重构多拓扑关系和属性特征. 这样的 Z 可以学到原始多视图中更丰富的信息, 但不能保证它是适合聚类的表示. 为了让学习到的表示和聚类分布更加

一致,有必要采用自监督聚类模块来指导 Z 的学习. 这部分的聚类损失为:

$$L_c = KL(P||Q) = \sum_i \sum_j p_{ij} \log \frac{p_{ij}}{q_{ij}} \quad (15)$$

其中, Q 为软标签分布, P 为目标分布. $KL(\cdot)$ 为 KL 散度^[40], 是量化两个概率分布 P 和 Q 之间差异的一种方法, 能帮助度量使用一个分布来近似另一个分布时所损失的信息量.

(1) 软标签分布 Q

q_{ij} 使用 t 分布^[41] 作为核来测量嵌入点和质心之间的相似度, 即 q_{ij} 度量第 i 个节点属于第 j 个簇的可能性, q_{ij} 的计算式为:

$$q_{ij} = \frac{(1 + \|z_i - \mu_j\|^2 / o)^{-\frac{o+1}{2}}}{\sum_j (1 + \|z_i - \mu_j\|^2 / o)^{-\frac{o+1}{2}}} \quad (16)$$

其中, z_i 为第 i 个节点的特征表示, o 是 *Student-t* 分布自由度, 所有实验中 o 设置为 1. μ_j 为选取的聚类质心.

(2) 目标分布 P

高概率的软标签被认为是可信的. 目标分布强化了软标签分布的预测结果, 置信度越高, 属于某个簇的概率越大. p_{ij} 的计算式为:

$$p_{ij} = \frac{q_{ij}^2 / f_j}{\sum_j q_{ij}^2 / f_j} \quad (17)$$

其中, $f_j = \sum_i q_{ij}$, f_j 被用来规范每个质心的损失贡献, 以防止数量不平衡的簇扭曲隐藏的特征空间. 为了维持训练过程的稳定性, 每 T 次迭代后根据公式 (16) 和公式 (17) 更新目标分布 P . 最后, 节点 v_i 的聚类结果可以通过 q_{ij} 获得, 其聚类标签为:

$$s_i = \arg \max_j q_{ij} \quad (18)$$

2.6 总体目标函数

先共同优化重构损失、一致性损失和差异性损失, 得到嵌入表示 Z , 总体目标函数为:

$$L = L_r + \alpha L_{\text{consist}} + \beta L_{\text{diff}} \quad (19)$$

其中, α 和 β 为超参数. 得到预训练后的 Z 后, 再加入自监督模块对模型进行微调, 此时的总体目标函数为:

$$L_t = L + L_c \quad (20)$$

MSAGC 的具体算法过程算法 1.

算法 1. 共享和特定表示的多视图属性图聚类算法.

Input: 邻接矩阵 A_1, A_2, \dots, A_K , 属性特征表示 X , 预训练阶段迭代次数 $Iter1$, 微调阶段迭代次数 $Iter2$, 目标分布更新间隔 T , 簇数量 C , 超参数 α, β ;

Output: 最终的聚类结果.

1. 随机初始化 $\{W_k^H, W_k^D\}_{k=1}^K$;
 2. **for** $iterator = 0$ to $Iter1 - 1$ **do**
 3. 通过公式 (2) 生成视图的初级表示 Z_k ;
 4. $H_k = \text{ShareMLP}(Z_k, W_k^H)$; \text{\textbackslash} 计算视图共享信息
 5. $D_k = \text{SpecificMLP}(Z_k, W_k^D)$; \text{\textbackslash} 计算视图特定信息
 6. 通过公式 (4) 计算最终共享信息;
-

7. 通过公式 (8) 计算各视图重构后的表示;
8. 通过公式 (9) 计算用于聚类的最终表示;
9. 通过公式 (10) 重构邻接矩阵;
10. 通过公式 (12) 重构属性特征矩阵;
11. 通过最小化公式 (19) 更新多视图编码器、多视图解码器和 $\{W_k^H, W_k^D\}_{k=1}^K$;
12. **end for**
13. 基于 Z 计算初始聚类中心 μ ;
14. **for** $iterator = 0$ to $Iter2 - 1$ **do**
15. **if** $iterator \% T == 0$ **then**
16. 通过公式 (16) 计算软标签分布 Q ;
17. 通过公式 (17) 计算目标分布 P ;
18. **end if**
19. 通过公式 (15) 计算聚类损失;
20. 通过最小化公式 (20) 更新整个框架;
21. **end for**
22. 从软标签分布 Q 中获得最终的聚类结果.

3 实验

本节在 3 种广泛使用的真实世界多视图属性图数据集上验证所提出的方法的有效性. 下面, 将依次介绍数据集、基准算法、评价指标、实验设置、实验结果和分析, 实验结果和分析中包括图聚类性能对比实验、消融实验、参数敏感性分析和可视化分析.

3.1 数据集

表 2 汇总了实验中使用的数据集, 以下是数据集的详细介绍.

表 2 实验数据集

名称	节点	特征	拓扑关系	类别
ACM	3 025	1 870	co-paper: 29 281 co-subject: 2 210 761	3
DBLP	4 057	334	co-author: 11 113 co-conference: 5 000 495 co-term: 6 776 335	4
IMDB	4 780	1 232	co-actor: 98 010 co-director: 21 018	3

(1) ACM: 这是一个包含 3 025 个节点, 有两个拓扑关系图的论文网络数据集. 节点表示论文, 论文特征为一组对应于论文内容的关键词, 特征维度为 1 870. 两个拓扑关系图是基于两篇论文由同一作者撰写 (co-paper) 和两篇论文包含相同主题这两种关系 (co-subject) 构建的双视图. 以论文的研究领域为基本事实, 3 025 篇论文被分为 3 类.

(2) DBLP: 这是一个包含 4 057 个节点, 有 3 个拓扑关系图的作者网络数据集. 节点表示作者, 作者特征为基于关键词的 one-hot 向量, 特征维度为 334. 这 3 个拓扑关系图是基于两位作者共同撰写论文 (co-author)、两位作者在同一次会议上发表论文 (co-conference) 和两位作者以相同术语发表论文 (co-term) 这 3 种关系构建的图. 以作者的研究领域为基本事实, 分为 4 个类别.

(3) IMDB: 这是一个包含 4 780 个节点, 有两个拓扑关系图的电影网络数据集. 节点表示电影, 电影特征为一组对

应于故事情节的关键词, 特征维度为 1 232. 两个拓扑关系图是基于电影由同一个演员扮演 (co-actor) 和电影由同一个导演执导 (co-director) 这两种关系构建的双视图. 以电影类型为基本事实, 电影被分为戏剧、动作、喜剧这 3 类.

3.2 基准算法

为了证明 MSAGC 的优越性, 本文选择了 12 种聚类方法作为基线方法, 包括 2 种单视图图聚类方法 (LINE、GAE), 7 种多视图图嵌入方法 (MNE、PMNE 系列、RMSC、PwMC、SwMC), 3 种多视图属性图聚类方法 (O2MA、O2MAC、CMGEC). 上述基线方法的介绍如下.

- LINE^[15]: 一种经典的单视图图嵌入方法, 分别对多视图的每个图执行该方法, 并报告最佳结果.
- GAE^[24]: 一种最基本的利用图自编码器的单视图图嵌入方法, 处理方法与 LINE 相同.
- MNE^[42]: 一种可扩展的多视图图嵌入模型, 节点嵌入由高维的共有嵌入和低维的私有嵌入融合而成.
- PMNE^[43]: PMNE 提出了 3 种不同的多视图网络嵌入模型, 即 PMNE(n)、PMNE(r) 和 PMNE(c).
- RMSC^[44]: 一种基于低秩和稀疏分解的多视图谱聚类方法, 对于噪声和异常值具有较强的抵抗能力.
- PwMC^[45]: 一种参数加权的多视图图聚类方法, 引入超参数来帮助学习每个视图的权重.
- SwMC^[45]: 一种自加权的多视图图聚类方法, 有效消除了 PwMC 方法对超参数的依赖.
- O2MA^[7]: 不包含聚类损失的 O2MAC.
- O2MAC^[7]: 第 1 个使用图自编码器的多视图属性图聚类算法, 选择信息最丰富的视图编码.
- CMGEC^[9]: 一种多图嵌入聚类框架, 利用互信息最大模块和图融合网络学习一致信息和互补信息.

3.3 评价指标

本文使用 4 个评价指标 Acc^[46]、F1^[47]、NMI^[48]、ARI^[46] 评估提出算法的有效性. 这些评价指标的值越高, 算法性能越好.

3.4 实验设置

实验是基于 TensorFlow 深度学习框架实现并完成的, 并且运行在 Ubuntu 18.04.5 上, 使用的 CPU 是 AMD EPYC 7352. 模型的训练分为预训练和微调两个阶段. 第 1 阶段通过最小化公式 (19) 来对模型中的图嵌入进行预训练, ACM 和 IMDB 使用的学习率为 0.001, DBLP 使用的学习率为 0.0005, 在所有的数据集上都进行 500 次迭代, 并采用 Adam 算法^[49] 优化图嵌入. 第 2 阶段通过最小化公式 (20) 进行 100 次迭代对整个模型进行微调, 本阶段 ACM 和 IMDB 使用的学习率为 0.0005, DBLP 使用的学习率为 0.0005. 根据参数敏感性分析结果, 将所有数据集里用于平衡视图共享信息和视图特定信息的超参数 α 、 β 分别设置为 0.1、0.1; 多视图编码器中两层 GCN 维度分别设置为 128、32; 更新间隔 $T = 5$.

3.5 实验结果和分析

3.5.1 图聚类性能对比实验

在预训练阶段, 对模型训练得到的表示 Z 进行谱聚类^[50] 来观察聚类结果. 在微调阶段, 可以用自监督聚类模块中的软标签分布得到聚类结果. 由于所有的聚类算法都依赖于随机初始化, 所以本文使用随机初始化重复所有的方法 10 次, 并报告平均性能. 在 3 个数据集上的聚类结果如表 3 所示, 其中粗体标注的数据表示实验结果最好, “—”表示在该数据集上运行内存溢出的方法. 对于基线方法, 直接使用原始论文中列出的相应结果. 根据表 3, 得到以下观察结果.

(1) 在 3 个数据集中, MSAGC 相较于其他基线方法在 4 个评价指标上几乎具有最佳的性能表现, 表明提出算法的有效性.

(2) 多视图方法并非一定优于单视图方法, 表明多视图带来多样性信息的同时也带来了噪声, 如何处理好多视图的共享信息和特定信息, 获得更好的统一表示是很重要的.

(3) 多视图图嵌入方法在各个指标上都与多视图属性图聚类方法相差甚远. 这是因为多视图图嵌入方法只利用了图的拓扑结构, 忽略了属性特征对节点聚类的影响. MSAGC 使用 GCN 作为编码器, 同时考虑了图的结构和

属性特征, 大大提升了聚类效果.

(4) 与其他多视图属性图聚类方法相比, MSAGC 在许多指标上有不错的性能提升. O2MA 和 O2MAC 利用信息最丰富的视图编码学习多视图的一致信息, 通过重构学习多视图的互补信息. 虽然通过重构使多视图的统一表示学到了互补信息, 但它只利用单视图编码的做法会导致多视图原始信息的损失. 相反, MSAGC 采用多视图编码器, 并从视图的初级表示中学习多视图的共享信息和特定信息, 减少了信息的损失, 提高了聚类性能. CMGEC 采用多图注意融合编码器对多视图编码, 并通过互信息最大模块和图融合网络促进一致信息和互补信息的学习, 但它在融合后的统一表示中学习这两种信息的. 而 MSAGC 采取先学习再融合的方式, 使学习的统一表示可以从多个视图中编码更多的一致信息和互补信息, 从而更全面地描述数据.

(5) 在 IMDB 数据集中, 所有的基线方法在 4 个评价指标上的性能表现都不佳. 这是因为该数据集邻接矩阵是稀疏的, 会给统一表示的一致性和互补性学习带来困难. 从聚类结果可以观察到, MSAGC 在该数据集中的 Acc 和 ARI 指标上取得明显的提高, 这进一步验证了从多视图的初级表示中更细粒度地学习多视图一致信息和互补信息的有效性.

表 3 在 ACM, DBLP 和 IMDB 上的聚类结果

方法	ACM				DBLP				IMDB			
	Acc	F1	NMI	ARI	Acc	F1	NMI	ARI	Acc	F1	NMI	ARI
LINE	0.6479	0.6594	0.3941	0.3433	0.8689	0.8546	0.6676	0.6988	0.4268	0.2870	0.0031	-0.0090
GAE	0.8216	0.8225	0.4914	0.5444	0.8859	0.8743	0.6925	0.7410	0.4298	0.4062	0.0402	0.0473
MNE	0.6370	0.6479	0.2999	0.2486	—	—	—	—	0.3958	0.3316	0.0017	0.0008
PMNE(n)	0.6936	0.6955	0.4648	0.4302	0.7925	0.7966	0.5914	0.5265	0.4958	0.3906	0.0359	0.0366
PMNE(r)	0.6492	0.6618	0.4063	0.3453	0.3835	0.3688	0.0872	0.0689	0.4697	0.3183	0.0014	0.0115
PMNE(c)	0.6998	0.7003	0.4775	0.4431	—	—	—	—	0.4719	0.3882	0.0285	0.0284
RMSC	0.6315	0.5746	0.3973	0.3312	0.8994	0.8248	0.7111	0.7647	0.2702	0.3775	0.0054	0.0018
PwMC	0.4162	0.3783	0.0332	0.0395	0.3253	0.2808	0.0190	0.0159	0.2453	0.3164	0.0023	0.0017
SwMC	0.3831	0.4709	0.0838	0.0187	0.6538	0.5602	0.3760	0.3800	0.2671	0.3714	0.0056	0.0004
O2MA	0.8880	0.8894	0.6515	0.6987	0.9040	0.8976	0.7257	0.7705	0.4697	0.4229	0.0524	0.0753
O2MAC	0.9042	0.9053	0.6923	0.7394	0.9074	0.9013	0.7287	0.7780	0.4502	0.4159	0.0421	0.0564
CMGEC	0.9089	0.9072	0.6909	0.7232	0.9103	0.9042	0.7237	0.7859	0.4844	0.5101	0.0514	0.0469
MSAGC	0.9170	0.9172	0.7139	0.7692	0.9132	0.9081	0.7531	0.7947	0.5640	0.4065	0.0549	0.1052

3.5.2 消融实验

为了进一步验证所提出模型中视图共享信息提取模块和视图特定信息提取模块的有效性, 在本节中, 进行了消融研究, 实验结果见后文图 2. 图 2(a) 和图 2(c) 分别为提出的模型在 ACM、DBLP 和 IMDB 数据集上进行消融实验后的聚类结果, 聚类性能用 Acc、F1、NMI 和 ARI 这 4 个指标衡量. 图中有 3 个不同颜色的条形图, 第 1 个条形图 (蓝色条形图) 代表使用本文提出的算法 (MSAGC) 进行聚类的结果. 第 2 个条形图 (红色条形图) MSAGC-noSp 代表了在 MSAGC 的基础上去掉视图特定信息提取模块的聚类结果. 第 3 个条形图 (青色条形图) MSAGC-noShare 代表在 MSAGC 的基础上去掉视图共享信息提取模块的聚类结果. 如图 2(a) 所示, 在 ACM 数据集上, 当只显式处理多视图的一致信息时, 得到的聚类性能最好. 同时显式处理一致信息和互补信息时, 得到的聚类性能略低于最好的结果, 但与最好的结果也相差无几. 这是因为 ACM 数据集中多视图之间的一致信息对聚类任务的帮助更大, 在处理互补信息时引入了一些噪声. 如图 2(b) 所示, 在 DBLP 数据集上, 只显式处理互补信息和同时处理两种信息这两种做法得到的聚类性能接近, 明显优于只显式处理一致信息的做法. 如图 2(c) 所示, 在 IMDB 数据集上, 同时处理一致信息和互补信息的聚类结果明显优于只单独考虑处理其中一种信息, 这也验证了本文视图共享信息提取模块和视图特定信息提取模块的有效性. 综合以上实验结果, 得出结论: 这两个模块都是必要的, 对图聚类性能的提升起到了积极的作用.

3.5.3 参数敏感性分析

通过 3 个数据集上的 Acc 来分析 MSAGC 对目标函数的权衡超参数 α 和 β 的敏感性. 具体来说, α 和 β 分别

调整为 {0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1}, 实验结果分别如图 3(a)–图 3(c) 所示. 从实验结果来看, ACM 数据集对于 α 和 β 的变化都不敏感, 具有很好的稳定性; 在 DBLP 数据集中, 虽然聚类性能在一定程度上会受参数变化的影响, 但是当 $\alpha \in \{0.01, 0.05, 0.1\}$ 、 $\beta \in \{0.01, 0.05, 0.1\}$ 时仍有较好的稳定性; 在 IMDB 数据集中, 实验结果相对稳定, 在一些组合上可以获得更优的结果. 综合来看, 为了使模型在 3 个数据集都具有较好的结果, 设置 $\alpha = 0.1$ 和 $\beta = 0.1$ 是较合理的, 因为这时模型具有较高的 Acc.

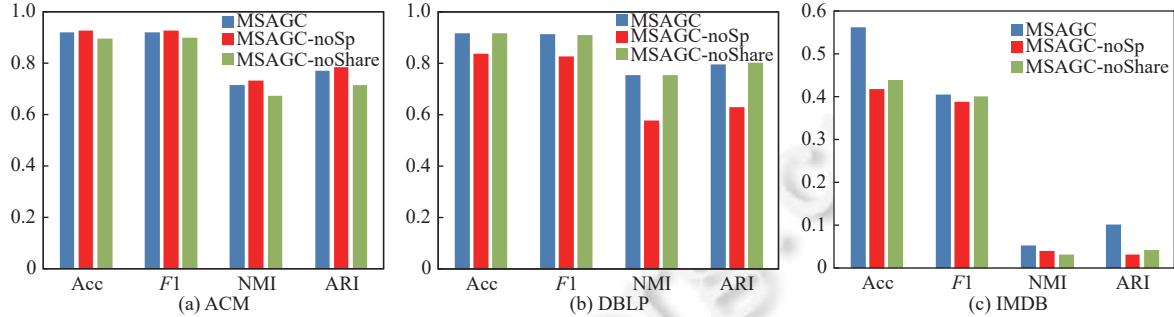


图 2 MSAGC 算法及其变体在多个数据集上聚类性能的比较

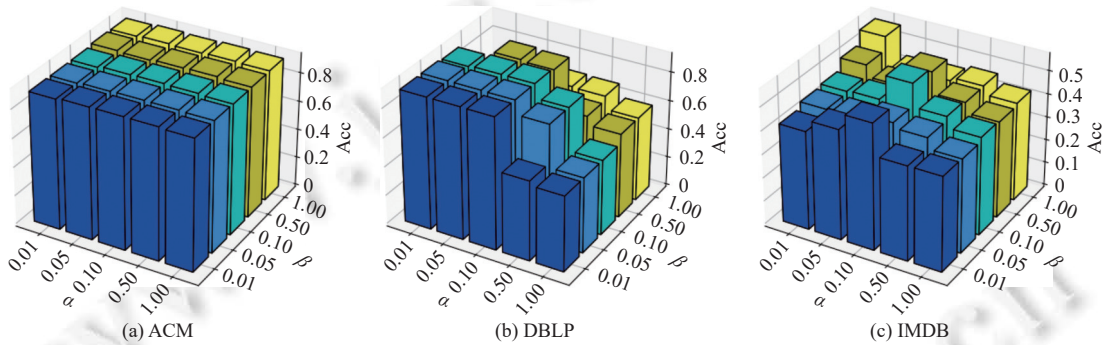


图 3 参数 α 和 β 在 ACM、DBLP 和 IMDB 数据集上的敏感性分析

3.5.4 可视化分析

为了更加直观地验证所提出方法的有效性, 在 ACM 和 DBLP 数据集上执行可视化任务, 使用 t-SNE^[41] 算法将模型学习到的嵌入投影到二维空间来绘制分布, 可视化结果如图 4 和图 5 所示. 图中, 不同颜色表示不同的簇. 从左到右, 可以观察到每个簇的边界逐渐被勾画出来, ACM 和 DBLP 数据集都可以通过提出的算法找到清晰的聚类边界.

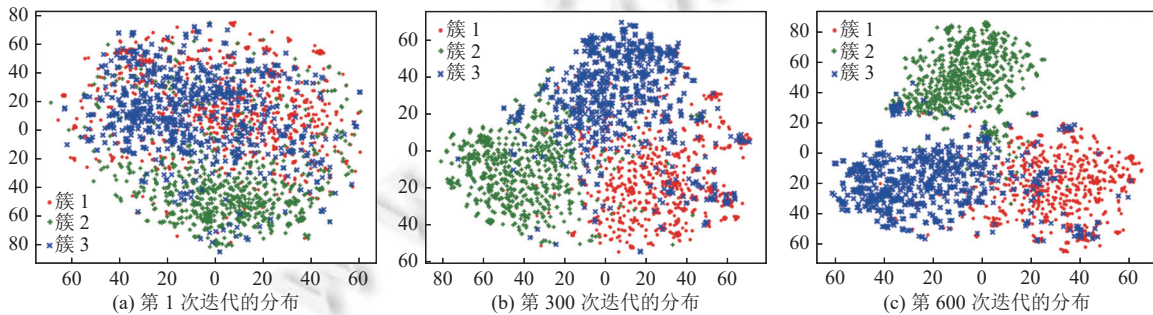


图 4 MSAGC 算法在 ACM 数据集上不同迭代次数的可视化结果

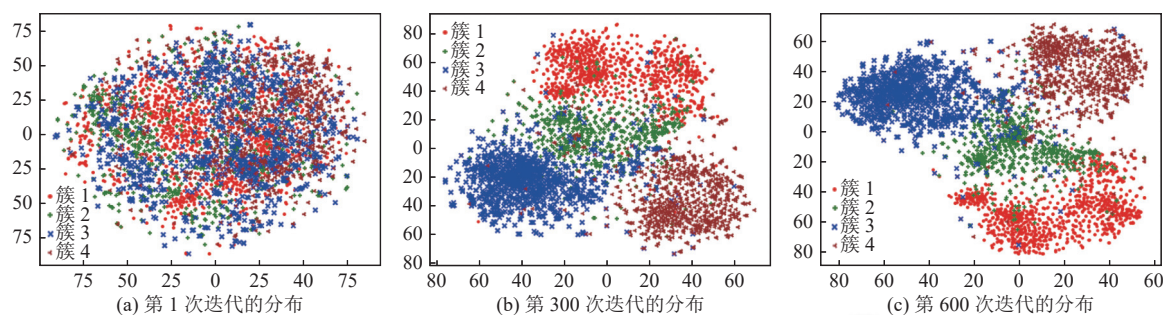


图5 MSAGC 算法在 DBLP 数据集上不同迭代次数的可视化结果

4 总结

本文构建了一种基于共享和特定表示的多视图属性图聚类模型 MSAGC, 它从各视图的初级表示中更细粒度地学习多视图的一致信息和互补信息再融合. 与以往先融合再学习的方法相比, 这种先学习再融合的方式可以减少原始视图特定信息的损失, 并且兼顾多视图的一致性与互补性. 为了提取多视图间的最终共享信息, MSAGC 使用一致性损失函数迭代优化每个视图中提取的共享表示, 并计算它们的平均值, 从而得到更具代表性的结果; 为了提取视图特定信息, MSAGC 使用差异性损失函数迭代优化每个视图中提取的特定表示, 用于表征多视图互补的信息, 进而挖掘多视图更丰富的信息. 在 3 个数据集上进行的图聚类性能对比实验、消融实验、参数敏感性分析和可视化分析, 充分表明了 MSAGC 聚类性能的有效性. 此外, 下一步的研究工作将致力于把该算法的思想扩展到异构图聚类中, 以充分利用不同类型的节点和边之间的关联信息, 提高聚类的准确性和有效性.

References:

- [1] Bedi P, Sharma C. Community detection in social networks. *WIREs Data Mining and Knowledge Discovery*, 2016, 6(3): 115–135. [doi: 10.1002/widm.1178]
- [2] Yuan MM, Guo X, Wu LW, Zhang Y, Xiao NJ, Ning DL, Shi Z, Zhou XS, Wu LY, Yang YF, Tiedje JM, Zhou JZ. Climate warming enhances microbial network complexity and stability. *Nature Climate Change*, 2021, 11(4): 343–348. [doi: 10.1038/s41558-021-00989-9]
- [3] Xue JW, Jiang N, Liang SW, Pang QY, Yabe T, Ukkusuri SV, Ma JZ. Quantifying the spatial homogeneity of urban road networks via graph neural networks. *Nature Machine Intelligence*, 2022, 4(3): 246–257. [doi: 10.1038/s42256-022-00462-y]
- [4] Wang C, Pan SR, Hu RQ, Long GD, Jiang J, Zhang CQ. Attributed graph clustering: A deep attentional embedding approach. In: Proc. of the 28th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. Macao: AAAI, 2019. 3670–3676.
- [5] Lin ZP, Kang Z. Graph filter-based multi-view attributed graph clustering. In: Proc. of the 30th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. Montreal: IJCAI, 2021. 2723–2729.
- [6] Wu ZL, Pan SR, Chen FW, Long GD, Zhang CQ, Yu PS. A comprehensive survey on graph neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, 2021, 32(1): 4–24. [doi: 10.1109/TNNLS.2020.2978386]
- [7] Fan SH, Wang X, Shi C, Lu EM, Lin K, Wang B. One2Multi graph autoencoder for multi-view graph clustering. In: Proc. of the 2020 Web Conf. Taipei: ACM, 2020. 3070–3076. [doi: 10.1145/3366423.3380079]
- [8] Kipf TN, Welling M. Semi-supervised classification with graph convolutional networks. In: Proc. of the 5th Int'l Conf. on Learning Representations. Toulon: ICLR, 2017.
- [9] Wang YM, Chang DX, Fu ZQ, Zhao Y. Consistent multiple graph embedding for multi-view clustering. *IEEE Trans. on Multimedia*, 2023, 25: 1008–1018. [doi: 10.1109/TMM.2021.3136098]
- [10] Zhang DK, Yin J, Zhu XQ, Zhang CQ. Network representation learning: A survey. *IEEE Trans. on Big Data*, 2020, 6(1): 3–28. [doi: 10.1109/TBDATA.2018.2850013]
- [11] Goyal P, Ferrara E. Graph embedding techniques, applications, and performance: A survey. *Knowledge-based Systems*, 2018, 151: 78–94. [doi: 10.1016/j.knosys.2018.03.022]
- [12] Zhao XW, Wang SJ, Liu XL, Liang JY. Joint spectral embedding multi-view clustering algorithm based on bipartite graphs. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software (in Chinese with English abstract)*. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6995.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.

- 006995]
- [13] Perozzi B, Al-Rfou R, Skiena S. Deepwalk: Online learning of social representations. In: Proc. of the 20th ACM SIGKDD Int'l Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. New York: ACM, 2014. 701–710. [doi: [10.1145/2623330.2623732](https://doi.org/10.1145/2623330.2623732)]
 - [14] Grover A, Leskovec J. node2vec: Scalable feature learning for networks. In: Proc. of the 22nd ACM SIGKDD Int'l Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. San Francisco: ACM, 2016. 855–864. [doi: [10.1145/2939672.2939754](https://doi.org/10.1145/2939672.2939754)]
 - [15] Tang J, Qu M, Wang MZ, Zhang M, Yan J, Mei QZ. LINE: Large-scale information network embedding. In: Proc. of the 24th Int'l Conf. on World Wide Web. Florence: Int'l World Wide Web Conf. Steering Committee, 2015. 1067–1077. [doi: [10.1145/2736277.2741093](https://doi.org/10.1145/2736277.2741093)]
 - [16] Roweis ST, Saul LK. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding. *Science*, 2000, 290(5500): 2323–2326. [doi: [10.1126/science.290.5500.2323](https://doi.org/10.1126/science.290.5500.2323)]
 - [17] Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering. In: Proc. of the 14th Int'l Conf. on Neural Information Processing Systems. Vancouver: MIT Press, 2001. 585–591.
 - [18] Luo DJ, Ding C, Nie FP, Huang H. Cauchy graph embedding. In: Proc. of the 28th Int'l Conf. on Machine Learning. Bellevue: Omnipress, 2011. 553–560.
 - [19] Cao SS, Lu W, Xu QK. GraRep: Learning graph representations with global structural information. In: Proc. of the 24th ACM Int'l Conf. on Information and Knowledge Management. Melbourne: ACM, 2015. 891–900. [doi: [10.1145/2806416.2806512](https://doi.org/10.1145/2806416.2806512)]
 - [20] Ou MD, Cui P, Pei J, Zhang ZW, Zhu WW. Asymmetric transitivity preserving graph embedding. In: Proc. of the 22nd ACM SIGKDD Int'l Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. San Francisco: ACM, 2016. 1105–1114. [doi: [10.1145/2939672.2939751](https://doi.org/10.1145/2939672.2939751)]
 - [21] Lin ZP, Kang Z, Zhang LZ, Tian L. Multi-view attributed graph clustering. *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, 2023, 35(2): 1872–1880. [doi: [10.1109/TKDE.2021.3101227](https://doi.org/10.1109/TKDE.2021.3101227)]
 - [22] Pan EL, Kang Z. High-order multi-view clustering for generic data. *Information Fusion*, 2023, 100: 101947. [doi: [10.1016/j.inffus.2023.101947](https://doi.org/10.1016/j.inffus.2023.101947)]
 - [23] Liu J, Shang XQ, Song LY, Tan YC. Progress of graph neural networks on complex graph mining. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2022, 33(10): 3582–3618 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6626.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.006626](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.006626)]
 - [24] Kipf TN, Welling M. Variational graph auto-encoders. arXiv:1611.07308, 2016.
 - [25] Pan SR, Hu RQ, Fung SF, Long GD, Jiang J, Zhang CQ. Learning graph embedding with adversarial training methods. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 50(6): 2475–2487. [doi: [10.1109/TCYB.2019.2932096](https://doi.org/10.1109/TCYB.2019.2932096)]
 - [26] Bo DY, Wang X, Shi C, Zhu MQ, Lu EM, Cui P. Structural deep clustering network. In: Proc. of the 2020 Web Conf. Taipei: ACM, 2020. 1400–1410. [doi: [10.1145/3366423.3380214](https://doi.org/10.1145/3366423.3380214)]
 - [27] Tu WX, Zhou SH, Liu XW, Guo XF, Cai ZP, Zhu E, Cheng JR. Deep fusion clustering network. In: Proc. of the 35th AAAI Conf. on Artificial Intelligence. AAAI, 2021. 9978–9987. [doi: [10.1609/aaai.v35i11.17198](https://doi.org/10.1609/aaai.v35i11.17198)]
 - [28] Wang BY, Wang YF, He XX, Hu YL, Yin BC. Multi-graph convolutional clustering network. *IET Signal Processing*, 2022, 16(6): 650–661. [doi: [10.1049/sil2.12116](https://doi.org/10.1049/sil2.12116)]
 - [29] Cai EC, Huang J, Huang BS, Xu S, Zhu J. GRAE: Graph recurrent autoencoder for multi-view graph clustering. In: Proc. of the 4th Int'l Conf. on Algorithms, Computing and Artificial Intelligence. Sanya: Association for Computing Machinery, 2021. 72. [doi: [10.1145/3508546.3508618](https://doi.org/10.1145/3508546.3508618)]
 - [30] Sun DD, Li DS, Ding ZL, Zhang XY, Tang J. A2AE: Towards adaptive multi-view graph representation learning via all-to-all graph autoencoder architecture. *Applied Soft Computing*, 2022, 125: 109193. [doi: [10.1016/j.asoc.2022.109193](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109193)]
 - [31] Jiang YZ, Deng ZH, Wang J, Qian PJ, Wang ST. Collaborative partition multi-view fuzzy clustering algorithm using entropy weighting. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2014, 25(10): 2293–2311 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4510.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.004510](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.004510)]
 - [32] Liu L, Kang Z, Ruan JJ, He XX. Multilayer graph contrastive clustering network. *Information Sciences*, 2022, 613: 256–267. [doi: [10.1016/j.ins.2022.09.042](https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.09.042)]
 - [33] Li YM, Yang M, Zhang ZF. A survey of multi-view representation learning. *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, 2018, 31(10): 1863–1883. [doi: [10.1109/TKDE.2018.2872063](https://doi.org/10.1109/TKDE.2018.2872063)]
 - [34] Liu XL, Bai L, Zhao XW, Liang JY. Incomplete multi-view clustering algorithm based on multi-order neighborhood fusion. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2022, 33(4): 1354–1372 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6471.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.006471](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.006471)]
 - [35] Jia XD, Jing XY, Zhu XK, Chen SC, Du B, Cai ZY, He ZY, Yue D. Semi-supervised multi-view deep discriminant representation learning. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2021, 43(7): 2496–2509. [doi: [10.1109/TPAMI.2020.2973634](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2020.2973634)]

- [36] Luo SR, Zhang CQ, Zhang W, Cao XC. Consistent and specific multi-view subspace clustering. In: Proc. of the 32nd AAAI Conf. on Artificial Intelligence. New Orleans: AAAI, 2018. 3730–3737. [doi: 10.1609/aaai.v32i1.11617]
- [37] Zhu WC, Lu JW, Zhou J. Structured general and specific multi-view subspace clustering. Pattern Recognition, 2019, 93: 392–403. [doi: 10.1016/j.patcog.2019.05.005]
- [38] Yin HW, Hu WJ, Li FZ, Lou JG. One-step multi-view spectral clustering by learning common and specific nonnegative embeddings. Int'l Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2021, 12(7): 2121–2134. [doi: 10.1007/s13042-021-01297-6]
- [39] Hu JL, Lu JW, Tan YP. Sharable and individual multi-view metric learning. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2018, 40(9): 2281–2288. [doi: 10.1109/TPAMI.2017.2749576]
- [40] Xie JY, Girshick R, Farhadi A. Unsupervised deep embedding for clustering analysis. In: Proc. of the 33rd Int'l Conf. on Machine Learning. New York: JMLR.org, 2016. 478–487.
- [41] Van der Maaten L, Hinton G. Visualizing data using t-SNE. Journal of Machine Learning Research, 2008, 9(86): 2579–2605.
- [42] Zhang HM, Qiu LW, Yi LL, Song YQ. Scalable multiplex network embedding. In: Proc. of the 27th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. Stockholm: AAAI, 2018. 3082–3088.
- [43] Liu WY, Chen PY, Yeung S, Suzumura T, Chen LL. Principled multilayer network embedding. In: Proc. of the 2017 IEEE Int'l Conf. on Data Mining Workshops. New Orleans: IEEE, 2017. 134–141. [doi: 10.1109/ICDMW.2017.23]
- [44] Xia RK, Pan Y, Du L, Yin J. Robust multi-view spectral clustering via low-rank and sparse decomposition. In: Proc. of the 28th AAAI Conf. on Artificial Intelligence. Québec: AAAI, 2014. 2149–2155. [doi: 10.1609/aaai.v28i1.8950]
- [45] Nie FP, Li J, Li XL. Self-weighted multiview clustering with multiple graphs. In: Proc. of the 26th Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence. Melbourne: AAAI, 2017. 2564–2570.
- [46] Liang JY, Bai L, Dang CY, Cao FY. The k -means-type algorithms versus imbalanced data distributions. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2012, 20(4): 728–745. [doi: 10.1109/TFUZZ.2011.2182354]
- [47] Bouyer A, Roghani H. LSMD: A fast and robust local community detection starting from low degree nodes in social networks. Future Generation Computer Systems, 2020, 113: 41–57. [doi: 10.1016/j.future.2020.07.011]
- [48] Strehl A, Ghosh J. Cluster ensembles—A knowledge reuse framework for combining multiple partitions. The Journal of Machine Learning Research, 2003, 3: 583–617. [doi: 10.1162/153244303321897735]
- [49] Kingma DP, Ba J. Adam: A method for stochastic optimization. In: Proc. of the 3rd Int'l Conf. on Learning Representations. San Diego: ICLR, 2015.
- [50] Ng AY, Jordan MI, Weiss Y. On spectral clustering: Analysis and an algorithm. In: Proc. of the 14th Int'l Conf. on Neural Information Processing Systems. Vancouver: MIT Press, 2001. 849–856.

附中文参考文献:

- [12] 赵兴旺, 王淑君, 刘晓琳, 梁吉业. 基于二部图的联合谱嵌入多视图聚类算法. 软件学报. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6995.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.006995]
- [23] 刘杰, 尚学群, 宋凌云, 谭亚聪. 图神经网络在复杂图挖掘上的研究进展. 软件学报, 2022, 33(10): 3582–3618. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6626.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.006626]
- [31] 蒋亦樟, 邓赵红, 王骏, 钱鹏江, 王士同. 熵加权多视角协同划分模糊聚类算法. 软件学报, 2014, 25(10): 2293–2311. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4510.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.004510]
- [34] 刘晓琳, 白亮, 赵兴旺, 梁吉业. 基于多阶近邻融合的不完整多视图聚类算法. 软件学报, 2022, 33(4): 1354–1372. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6471.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.006471]



曹付元(1974—), 男, 教授, 博士生导师, CCF 高级会员, 主要研究领域为数据挖掘, 机器学习。



陈晓惠(1998—), 女, 硕士生, 主要研究领域为多视图聚类。