

## 最小割多路径路由算法\*

杨华卫<sup>1+</sup>, 王洪波<sup>1</sup>, 程时端<sup>1</sup>, 陈山枝<sup>2</sup>, 崔毅东<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(网络与交换技术国家重点实验室(北京邮电大学),北京 100876)

<sup>2</sup>(无线移动通信国家重点实验室(电信科学技术研究院),北京 100083)

<sup>3</sup>(北京邮电大学 软件学院,北京 100876)

### Min-Cut Multi-Path Routing Algorithm

YANG Hua-Wei<sup>1+</sup>, WANG Hong-Bo<sup>1</sup>, CHENG Shi-Duan<sup>1</sup>, CHEN Shan-Zhi<sup>2</sup>, CUI Yi-Dong<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(State Key Laboratory of Networking and Switching Technology (Beijing University of Posts and Telecommunications), Beijing 100876, China)

<sup>2</sup>(State key Laboratory of Wireless Mobile Communication (China Academy of Telecommunication Technology), Beijing 100083, China)

<sup>3</sup>(College of Software, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

+ Corresponding author: E-mail: huawei.g@gmail.com, http://www.bupt.edu.cn

**Yang HW, Wang HB, Cheng SD, Chen SZ, Cui YD. Min-Cut multi-path routing algorithm. Journal of Software, 2012, 23(8): 2115-2129 (in Chinese).** <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4133.htm>

**Abstract:** On the basis of minimum cut theory, the article proposes a min-cut multi-path (MCMP) routing algorithm, which select key paths of small quantity and distribute traffic evenly among the paths. MCMP is apt to implement and control congestion at bottleneck links. With real traffic datasets, experiments are carried on European and North American backbone networks. By comparisons with OSPF (open shortest path first) routing algorithm commonly used in intra-domain network and a multi-path routing algorithm used in optimal model, the maximum link load resulted from MCMP routing algorithm decreases over 41% and 20% separately.

**Key words:** traffic engineering; traffic balance; multi-path routing; minimum cut

**摘要:** 在最小割理论基础上提出了最小割多路径(min-cut multi-path,简称 MCMP)路由算法,为流量请求选取少量关键路径,并在这些路径间均衡流量,在获得方法易实现性的同时能够有效地控制网络瓶颈链路拥塞.通过实际流量数据在北美和欧洲骨干网络中的实验,对比常用的 OSPF(open shortest path first)路由算法和模型中的多路径路由算法,MCMP 路由算法可降低拥塞链路负载分别达到 41%和 20%以上.

**关键词:** 流量工程;流量均衡;多路径路由;最小割

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

当前的互联网正在转向多业务网,支撑的业务包括传统的 Web 业务、逐渐盛行的流媒体业务以及新兴的

\* 基金项目: 国家自然科学基金(61002011, 90604019); 国家重点基础研究发展计划(973)(2009CB320505); 国家高技术研究发展计划(863)(2011AA01A102); 高等学校博士学科点专项科研基金(200800131019); 中央高校基本科研业务费专项资金(BUPT2011RC0610); 软件开发环境国家重点实验室开放课题(SKLSDE-2009KF-2-08)

收稿时间: 2011-01-31; 修改时间: 2011-08-09; 定稿时间: 2011-10-08

云计算业务等.不断出现的新应用进一步刺激新的用户需求,使得互联网流量不断增加.在传统路由模式之外,覆盖网络的出现带来了新的流量分布模式,增加了网络流量的不确定性.流量的激增和突发影响了网络的服务质量,促使运营商不断加大对网络硬件的投入.在带宽过量供给的表象下,运营商并未彻底解决网络的拥塞问题.实质是网络资源没有得到有效利用,在拥塞链路之外,轻载甚至空载的链路却普遍存在.流量工程的提出为运营商提供了有效的解决办法,在不引起网络拥塞的同时保证网络的服务质量.这样,网络资源的利用率得到提高,硬件投入的周期也得以延长.

流量工程控制流量分布的主要方式是流量选择合适的路由.路由确定了网络中“源-目的(origin-destination,简称 OD)”对间的流量请求在网络中的分布,从而确定了对网络资源的使用方式.一般网络中存在若干路径,这些路径(来自相同或不同的 OD 对)间相交形成网络中的瓶颈链路.由此,来自多个 OD 对间的流量请求叠加到瓶颈链路上,增加了该链路拥塞的可能.在同时存在低负载链路的情形下,均衡链路间负载成为流量工程控制拥塞的基本方法.

为了减少瓶颈链路上多条路径的重叠,路由算法必须在 OD 对的所有路径中做出选择.对一个  $N$  节点的全连接网络,其链路数为  $C_N^2$ ,任一 OD 对间的路径数为  $1 + \sum_{h=2}^{N-1} \prod_{c=2}^h (N-c)$  (其中,和式中的项  $\prod_{c=2}^h (N-c)$  即跳数为  $h \geq 2$  的路径的数目),这是一个巨大的数值.即使对于一般网络,在任一 OD 对间选择合适数量的路径也是极富挑战性的.由于多路径对网络有效性和健壮性的影响,多路径的流量分布一直是流量工程中的研究热点.

在当今的互联网规模下,多路径路由有很大的计算和存储要求,同时要解决路径间的干扰等问题,使得多路径的选择和流量分配成为一个难点.在一般情形下,常常把网络流量分布建模成多商品流问题,运用已有的优化技术得到流量的优化分布.但模型中往往不限制路径选择的数目,路径间流量的分布也是任意的.在实际网络中,流量工程主要通过 OSPF(open shortest path first)/IS-IS(intermediate system-intermediate system)和 MPLS (multi-protocol label switching)两类路由方式实现流量的优化分布.OSPF/IS-IS 网络中,通过参数的优化配置,在 OD 对间构造多条等价的最短路径,OD 对间的流量请求在下一跳链路间平均分配流量.MPLS 网络中,显式建立 OD 对间的标记交换路径,在 MPLS 域边缘,OD 对间的独立 IP 流汇聚后分配到这些路径中.

上述路由方式在模型和实现上存在局限:

- 首先,为多路径路由建立的多商品流优化模型,通常以线性规划方法求最优解,得到最优流量分布.但在 OSPF/IS-IS 和 MPLS 网络中,由于路由机制的限制,这样的优化流量分布是不现实的.
- 其次,模型中的最优流量分布不仅与网络拓扑有关,而且与流量矩阵相关.随着流量的不断变化,针对特定流量矩阵优化的流量分布逐渐不适应于新的流量矩阵.为了适应新的网络流量模型,重新计算最优流量分布,为流量重新配置路由在所难免.
- 再次,随着网络规模的增大,OD 对间路径的数目随之急剧上升,最优分布的求解难度进一步加大.路径空间的扩大,增加了 OSPF/IS-IS 网络中参数搜索的难度,提高了 MPLS 的计算能力和对存储空间的要求.

我们认为,OD 对间流量的优化分布与网络中 OD 对的位置密切相关,在 OD 间谨慎选择多路径可避免模型和实现上的局限,达到控制瓶颈链路上流量拥塞的目的.本文提出的最小割多路径 MCMP(min-cut multi-path)路由算法,以图论方法求得 OD 对间的最小割链路集合,以此为基础选择 OD 对间的关键路径组,实现在 OD 对间瓶颈链路上的流量均衡,从而优化网络流量分布,减小网络拥塞的可能.

本文的主要贡献如下:

- (1) 区别于上述线性规划类的最优化求解方法,从新的角度考虑多路径路由问题,给出了新的解决问题的方向.即从图论出发解决网络中拥塞链路的定位问题.关注网络拓扑中 OD 对和网络拥塞位置的关系,进一步适应流量的急剧变化.
- (2) 提出了最小割多路径路由算法,从最小割链路集合求得 OD 对间的路径组.该路径组确定了 OD 间流量分布的范围,摒除了不能有效降低网络拥塞的其余路径.

本文选择模型中的 OD 对间任意多路径 ODMP(origin-destination multi-path)路由算法和域内常用的 OSPF

路由算法作为对比,并使用实际流量数据在欧洲 Geant 和美国 Abilene 两个骨干网络拓扑中进行了实验验证.结果显示,MCMP 路由算法使得链路最大负载比 OSPF 和 ODMP 分别下降达 41% 和 20% 以上,有效控制了骨干网络中的链路拥塞问题,验证了 MCMP 路由算法在多路径选择和流量均衡分配上的路由优化能力.

本文第 1 节讨论流量工程中控制拥塞的路由算法在选择路径时的相关算法和及其优缺点.第 2 节是本文为控制网络拥塞提出的多路径选路算法,并对选定问题进行详细描述.第 3 节通过与两种路由算法的对比实验,验证在实际骨干网络中本文算法的有效性.最后总结全文,并指出进一步工作的方向.

## 1 相关研究

域内路由主要有 OSPF/IS-IS 和 MPLS 两类.路由的优化是流量工程实现网络性能目标的主要手段.为了适应网络和流量的变化,研究人员不断改进流量分布模型和调整路由实现算法,以期获得更优的流量分布.

文献[1]首次建立了路由优化的通用模型,通过最小化所有链路路由流量的代价和,建立 OD 对间的多条等价最短路径(equal-cost multi-path,简称 ECMP),流量在位于最短路径上的下一跳链路间平均分配.其主要方法是调整从给定节点出发的链路权值,使得该节点到目的节点的路径代价相同.但是,调整权值的难度在于,流量的转移可能引起其他链路的拥塞.由文献[1]可知,在某些网络拓扑和流量矩阵情形下,OSPF 流量分布结果与优化模型相比,负载代价函数值差别达 5 000.

文献[2]在优化链路权值求得等价多路径的同时,模拟路径间的任意流量分布.对每个路由前缀,在等价多路径的下一跳链路集合中,选择其中一个子集,在这些路径间平均分布去往目的路由前缀的流量.为每个前缀优化下一跳链路组,从而获得接近最优的流量分布.该方法增加了路由模型的复杂度,对路由器中每个路由前缀的配置使得算法很难实现.

文献[3]提出了 DEFT(distributed exponentially-weighted flow Splitting)流量分布算法,以突破等价多路径平均分布流量的限制.DEFT 方法分布流量时不只选择最短路径,长路径也要分担相应的流量分配.流量分配按路径长度以惩罚性指数函数求得,以期获得网络流量的最优分布.尽管 DEFT 方法克服了在最短路径上分布流量的限制,并试图获得各路径间任意分配流量的能力,但是 DEFT 方法与最短路径路由机制不兼容,限制了其在实际网络中的部署.

综上所述,OSPF/IS-IS 网络的流量分布模型建立在对链路负载的优化上.链路上路由流量的代价随着负载的增加急剧上升,最小化所有链路路由流量的代价后,求得最优流量分布.这一模型未关注到流量路由是以多条链路所组成的路径为单位的,路径上的瓶颈位置才最终影响了网络的拥塞.在算法上,OSPF/IS-IS 的最优链路权值难以计算,不得不求助于局部搜索算法,这给获得全局最优的流量分布带来困难.在实现上,为了获得更优的流量分布,各路由算法不得不突破平均分布流量和在最短多路径中分布流量的限制,从而增加路由器实现的难度甚至不可行性.

MPLS 支持显式路由,但受 MPLS 扩展性的限制,尤其对大型的骨干网络,流量的分布只限于少量的路径.文献[4]的 CBR(constraint-based routing)方法根据目的地址和约束条件搜索路径.CBR 在剔除不可用链路后,执行最短路径路由算法,比如 WSP(widest shortest path)或 SWP(shortest widest path),以试图增加瓶颈位置的链路带宽.但该算法在选择路径时在 OD 对间不会相互协调,无法回避瓶颈,无法给未来流量预留带宽.

文献[5]提出了 MIRA 选路算法,在建立 LSP 路径时考虑 OD 对的位置,通过回避关键链路来减小 LSP 干扰.MIRA 通过计算最大流获得与 OD 对相关的关键链路,并配置与 OD 对相应的关键性权值,然后,在这个有权拓扑上应用传统最短路径算法.MIRA 算法对关联单个 OD 对的链路设置很高的权值,以期其他 OD 对不会选择该路径来路由流量.在当前的骨干网络中,OD 对间往往存在多条路径,使得 MIRA 在均衡流量上并无显著优势.

文献[6]提出了多路径上的健忘路由(oblivious routing),以适应网络状态的改变,解决自适应路由不断自我调整的困扰.该文建立了路径路由(path-routing)的流量分布模型,求得 OD 对间的多条流量分布路径,并确定了在这些路径间的流量分配比例.但模型中的路径选择,对路径数目强行限制为最多  $K$  条,这是一种粗糙的折中.该模型并未考虑到 OD 对间多路径的选择与 OD 对位置的相关性,无法预知对网络拥塞的影响.

综上所述,MPLS 路由方式可自由选择路径,并在这些路径间任意分配流量.上述方法在选择路由时,不仅希望获得尽量多的可用带宽,而且要避免路径间的干扰.其中并无确定的方法定位网络中的瓶颈链路位置,限制了流量均衡的优化程度.在路径选择上,网络规模和路由器容量的矛盾限制了路径选择的数量.尽管强制的数量上限带来了实现的便利,但并未充分发挥多路径流量均衡的优势.在适应性上,随着流量矩阵的改变,MPLS 必须改进路由配置,以便适应新的流量模式.

本节从路由协议角度探讨了流量工程发展过程中几个典型的流量优化算法.文献[7,8]从更多的侧面探讨了现有的流量工程优化技术和方法.由于网络流量的持续增长和流量模式的不断变化,对优化流量分布的算法和协议提出了新的要求.文献[9]从网络可预留带宽的角度考虑,在二阶段路由(two-phase routing)算法流量均衡能力的基础上,提出了以 OSPF 协议实现的可均衡负载的路由协议.文献[10]综合考虑 TCP 流量控制和网络流量工程,在多路径高效和健壮性特点的基础上提出了新的流量管理协议.由于文献[9,10]与本文研究主题相关性不强,这里不再做进一步的探讨.

本文提出的 MCMP 路由算法从图论中最小割的角度定位网络 OD 对间的瓶颈链路位置,以一种新方法解决网络拥塞问题.算法上,以最小割中的链路集确定 OD 对间的多路径,路径数目有限,使路由实现更加可行.从适应性考虑,OD 间的流量均衡分布,流量的变化平均分配,弱化了流量的突发效应.在现有条件下,MCMP 路由算法容易在 MPLS 路由方式中实现.对 OSPF/IS-IS 网络,MCMP 路由算法求得的多路径可作为路由算法中的等价多路径.

## 2 MCMP 路由算法

为了获得优化的流量分布,OSPF/IS-IS 路由常采用弧路由(arc routing)模型求解接近最优解的配置参数,MPLS 路由则常采用路径路由(path routing)模型搜索最优路径组合.本节在研究现有流量分布优化模型优缺点的基础上,从图论 Multicut 角度给出 MCMP 算法的创新点和理论基础.示意 MCMP 算法分布流量的过程后,在最小割算法的基础上描述了 MCMP 路由算法的实现.

### 2.1 问题描述

网络拓扑以  $G=(V,E)$  表示,其中,  $V$  是网络中节点的集合,  $E$  是连接网络中节点的无向边的集合.在 OD 对间的流量请求以流量矩阵  $D$  表示,网络中任一 OD 对  $i \rightarrow j$  间的流量请求为  $d_{ij}$ ;网络中任意一边  $e$  的容量为  $c(e)$ .路由描述了网络中 OD 对间的流量请求通过网络的传送方式.在给定流量矩阵后,网络流量分布问题可建模为多商品流问题.为了获得均衡的网络流量分布,模型中的优化目标常常是最小化网络中的最大链路利用率(maximum link utilization,简称 MLU).

在弧路由模型中,路由矩阵  $R$  的每个元素  $r_{ij}(e)$  表示流量请求  $d_{ij}$  在边  $e$  上的流量分配比例.网络中最大的链路利用率  $U_{\max}$  可用公式(1)表示,对于给定网络流量请求和网络路由算法,  $U_{\max}$  衡量路由分布流量的均衡性,该值越小流量的分布越均衡.

$$U_{\max} = \max_{e \in E} \sum_{i,j \in V} (d_{ij} r_{ij}(e) / c(e)) \quad (1)$$

路由优化的目标就是最小化  $U_{\max}$ ,即最大链路利用率,优化目标如公式(2)所示,对最大链路利用率的最小化优化程度是路由算法优劣的指标.

$$U_{opt} = \min_R \max_{e \in E} \sum_{i,j \in V} (d_{ij} r_{ij}(e) / c(e)) \quad (2)$$

上述弧路由模型有两个主要的问题:

- 一是很容易出现路由回路,使得资源的利用率降低;
- 二是该模型的最优路由在 OSPF/IS-IS 和 MPLS 路由方式中实现难度大,很难获得理想中的流量分布.

相对于弧路由模型,路径路由模型以 OD 对间的路径为基本的流量分布单元.给定任一 OD 对  $i \rightarrow j$  间的路径集合为  $P_{ij} = \{p_{ij}^k, 1 \leq k \leq K_{ij}\}$ ,其中,  $K_{ij}$  为  $i \rightarrow j$  间路径总数.OD 对间的流量请求  $d_{ij}$  在  $p_{ij}^k$  路径上路由流量的比例为

$r_{ij}^k$ ,那么网络中最大链路利用率如公式(3)所示.

$$U_{\max} = \max_{e \in E} \sum_{i,j \in V} d_{ij} \sum_{k=1}^{K_{ij}} (\delta_{ij}^k(e) r_{ij}^k / c(e)) \quad (3)$$

其中,  $\delta_{ij}^k$  的定义为

$$\delta_{ij}^k(e) = \begin{cases} 1, & e \in p_{ij}^k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \forall i, j \in V, \forall e \in E.$$

针对路径路由模型的优化最大链路利用率如公式(4)所示.

$$U_{opt} = \min_R \max_{e \in E} \sum_{i,j \in V} d_{ij} \sum_{k=1}^{K_{ij}} (\delta_{ij}^k(e) r_{ij}^k / c(e)) \quad (4)$$

路径路由模型直接得到 OD 对间的多条可用路径,其主要问题是:

- 首先,随着网络规模的增长,路径数目急剧上升,在现有网络硬件条件下难以实现;
- 其次,长路径上流量的分布增加链路的平均负载,降低了网络带宽的利用率.

从网络拓扑模型考虑,为了得到 OD 对间的最大流,要考察网络的最小 Multicut. 流量请求的 Multicut 定义为切断所有源节点和目的节点的边的集合,最小 Multicut 即集合中所有边的权值之和最小的那个 Multicut. 显然,最大多商品流受限于最小的 Multicut. 图 1 是多商品流的 Multicut 示意图,集合中的边切断了所有 OD 对的源端和目的端.

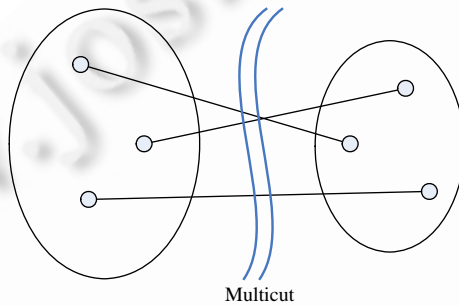


Fig.1 Multicut of a multicommodity flow  
图 1 多商品流的 Multicut

在网络中考虑 Multicut 问题,边上的代价函数  $c: E \rightarrow \mathbb{R}$  定义为链路上的带宽值,最小的 Multicut 即是网络中容量最小的链路集合.在流量请求数目  $q \geq 3$  时,最小 Multicut 已被证明是个 NP 难问题<sup>[11]</sup>,因此该问题只能得到近似解.形式化的线性规划如公式(5)所示.

$$\left. \begin{aligned} \min \sum_{e \in E} c(e) d_e \\ \text{s.t. } \sum_{e \in p} d_e \geq 1, p \in P_{ij}, i, j \in V \\ d_e \geq 0, e \in E \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中的  $d_e$  可解释为边的距离标记.模型给 OD 对  $i \rightarrow j$  间的路径  $p$  上每条边分配距离标记,目标是路径  $p$  上的距离标记之和最小化为 1.

最小 Multicut 限制了网络的最大流,集合中的边构成了网络中流量传送的瓶颈,是潜在的网络拥塞位置.由此可知,控制 OD 对间的流量请求在 Multicut 集合中的链路上的分布,即可有效控制网络中的链路拥塞.为了在 Multicut 中的关键链路间均衡分布来自 OD 对间的流量请求,需合理构造 OD 对间的多路径,对应关键链路以控制流量分布.

但从 Multicut 中的关键链路构造多路径是有难度的.在当前的骨干网络中,流量请求的数目为  $O(N^2)$ ,其中

$N=|V|$ ,使得 Multicut 集合中的边接近于整个网络的链路集,无法直接从这些链路构造 OD 对间的多路径.其次, Multicut 对应网络中的所有 OD 对,要构造其中任一 OD 对间的多路径,必须从 Multicut 中选择相应于该 OD 对的关键链路,这在算法实现上都有难度.

从文献[11]的研究可知,一般网络中,最大商品流上限为最小 Multicut 的  $1/q$ (其中,  $q$  为 OD 对的数目),这可在  $1/q$  边容量的拓扑中分别优化每个商品流得到;  $q$  取大值时,两者间的  $1/q$  关系并不严格.需要指出的是,分别优化每个商品流时,尽管最小割容量减为原值的  $1/q$ ,但最小割链路集并未改变.由此可得,在多商品流问题中可分别优化每个商品流,且对应的最小割链路集与商品流数目无关.本文试图求得每个流量请求在网络中路由时的瓶颈位置,通过在瓶颈位置均衡流量的分布减少网络堵塞的可能.由于最小割限制最大流的特性,本文以最小割链路集作为流量路由的瓶颈.从瓶颈链路构造每个流量请求的关键路径,在这些路径间均衡分布流量请求.为每个流量请求查找瓶颈链路并由此构造关键路径是本文 MCMP 路由算法的关键.

给定网络中任一 OD 对  $i \rightarrow j$ ,其相应的最小割表示为  $T_{ij}$ .对  $T_{ij}$  中的每条链路  $e_k \in T_{ij}$ (其中,  $1 \leq k \leq |T_{ij}|$ ) 构造一条 OD 对间的路径. OD 对  $i \rightarrow j$  间构造的路径集合  $P_{ij}$  与最小割  $T_{ij}$  有如公式(6)的关系.

$$|P_{ij}| = |T_{ij}| \quad (6)$$

MCMP 算法的提出,用图论的方法确定了网络中 OD 对间的瓶颈链路位置,降低了多商品流模型从最优化方法求解问题的难度;从最小割中链路构造 OD 对间的多路径,降低了 OD 对间多路径选择算法的复杂度,给出了路由优化模型 OD 对间的路径选择范围;在多路径间的流量均衡,使得瓶颈链路的流量不会汇聚,从而能够控制整个网络的堵塞. MCMP 算法容忍小尺度的流量请求变化(如 100%~200%),而认为大尺度流量变化的适应性应在网络设计阶段考虑;在网络故障时,故障路径上的流量可均衡分布到 OD 对间的其余路径上,在减弱故障影响的同时保证堵塞控制.

## 2.2 MCMP算法示意

本节以一个 8 节点的网络演示 MCMP 路由算法在流量分布中控制堵塞的能力,对比了实践中常用的 OSPF 路由算法和模型中使用的 ODMP 路由算法. OSPF 在下一跳到目的节点的最短路径间分布流量, ODMP 在源和目的节点间的任意路径间分布流量.各路由算法的流量均衡分布均采用平均分配的方式.

网络拓扑如图 2(a)所示,节点数  $|V|=8$ ,链路带宽  $c(e)=50, \forall e \in E$ ,初始网络中无任何负载,即初始链路负载  $l(e)=0, \forall e \in E$ .示例考察在同时加载两个流量请求后,各路由算法的流量分配方式,考察的指标为路由算法  $R$  的最大链路负载  $I_{\max}^R$ ,如公式(7)所示.

$$I_{\max}^R = \max_R l(e), \forall e \in E \quad (7)$$

选择网络中的两个 OD 对  $2 \rightarrow 7$  和  $4 \rightarrow 7$ ,分别加载流量请求,其值为  $d_{2,7}=30$  和  $d_{4,7}=10$ .以 OD 对  $2 \rightarrow 7$  间的流量分布为例,各路由算法的路由矩阵以路径方式描述见表 1. OSPF 路由算法在节点 2 和节点 4 的位置,在去往目的节点 7 的下一跳链路间平均分配流量; ODMP 路由算法在 OD 对的所有路径间平均分配流量; MCMP 路由算法选择了 OD 对路径中的 2 条路径,并在这些路径间平均分配流量.

Table 1 Traffic distribution on paths between OD pair  $2 \rightarrow 7$

表 1 OD 对  $2 \rightarrow 7$  间路径流量分布

路由算法	(2,3,5,7)	(2,4,5,7)	(2,4,6,7)
OSPF	1/2	1/4	1/4
ODMP	1/3	1/3	1/3
MCMP	1/2	0	1/2

MCMP 算法在路由  $d_{2,7}$  时,首先计算节点对  $2 \rightarrow 7$  间的最小割集  $T=\{(5,7),(6,7)\}$ ,得到关键链路  $e_{5,7}$  和  $e_{6,7}$ .接着以最短路径算法分别求得  $e_{5,7}$  和  $e_{6,7}$  到源节点 2 和目的节点 7 的路径(优先选择链路不相交的路径),可得  $2 \rightarrow 7$  间的路径集合  $P_{2,7}=\{(2,3,5,7),(2,4,6,7)\}$ ,且节点对  $2 \rightarrow 7$  间路径数为  $|P_{2,7}|=2$ .最后,在得到的关键路径组中的每条路径上分配流量  $d_{2,7}/|P_{2,7}|=30/2=15$ .

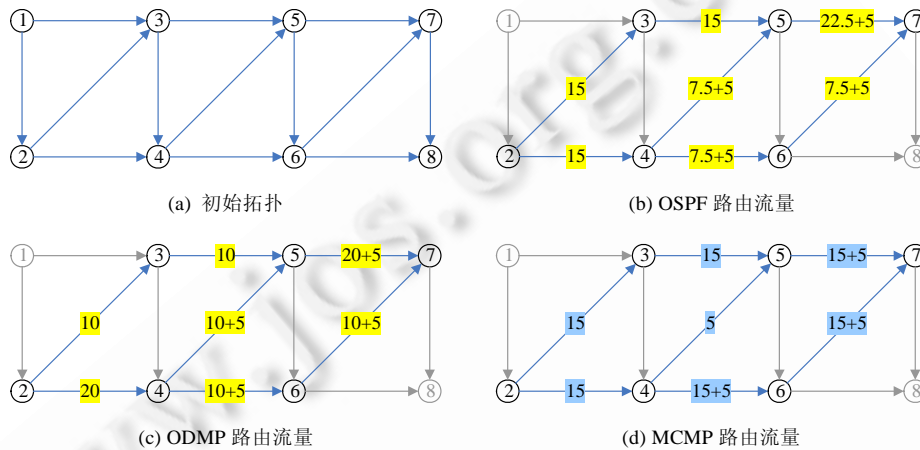
各路由算法对 OD 对  $2 \rightarrow 7$  间的流量分布后,网络中链路的负载见表 2.

**Table 2** Link loads between OD pair 2→7

**表 2** OD 对 2→7 间链路负载对比

路由算法	(2,3)	(2,4)	(3,5)	(4,5)	(4,6)	(5,7)	(6,7)
OSPF	15	15	15	7.5	7.5	22.5	7.5
ODMP	10	20	10	10	10	20	10
MCMP	15	15	15	0	15	15	15

图 2(b)~图 2(d)是各路由算法对两个流量请求分布结果的拓扑示意,图中链路上的数字表示加载流量请求时在链路上分配的负载大小.图 2(b)是 OSPF 路由算法的流量分布图示,最大负载出现在链路  $e_{5,7}$ ,其值为  $l(5,7)=27.5$ .图 2(c)是 ODMP 路由算法流量分布图示,最大负载出现在链路  $e_{5,7}$ ,其值为  $l(5,7)=25$ .图 2(d)是 MCMP 路由算法的流量分布图示,最大负载出现在链路  $e_{5,7}$  和  $e_{6,7}$ ,其值为  $l(5,7)=l(6,7)=20$ .可见,与 OSPF 和 ODMP 算法相比,MCMP 算法最大链路负载分别降低了 7.5 和 5;MCMP 算法均衡了流量的分布,降低关键链路的拥塞可能.



**Fig.2** Traffic distributions of the routing algorithms

**图 2** 路由算法流量分布对比

表 3 是对示例网络中各路由算法流量分布结果的解析.表中以最大链路负载和平均链路负载两个参量作为对比,其中的相对值是以 OSPF 算法为基准的.

**Table 3** Analytic traffic distributions of the routing algorithms

**表 3** 路由算法流量分布解析

路由算法	最大链路负载	相对最大链路负载(%)	平均链路负载	相对平均链路负载(%)
OSPF	27.5	100	17.1	100
ODMP	25	90.9	15.7	91.7
MCMP	20	72.7	15.7	91.7

由表 3 可以看出,MCMP 相对其余两种路由算法而言,不仅最大链路负载有所降低,而且平均链路负载未见显著增加.一般而言,最大链路负载的降低是以平均链路负载的增加为代价的,这在下一节的实际网络实验中有所展现.该例中,MCMP 路由算法并未选择长路径分布流量,使得平均链路负载并未增加.

MCMP 算法在 OD 对间的众多路径中选择了有限的几条路径,并在这些路径间均衡分布流量,可有效控制网络拥塞的发生.

示例网络中,MCMP 路由算法在节点对 2→7 间的路径选择如图 3 所示,在 6 条路径中选择了 2 条有效路径,从而优化了网络流量的分布.

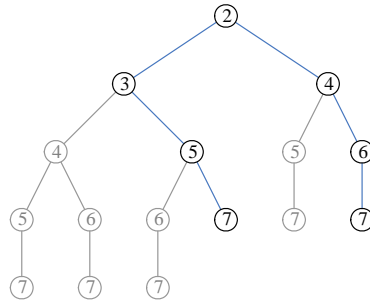


Fig.3 MCMP selection of paths between the OD pair  
图3 MCMP在OD对间的路径选择

### 2.3 MCMP算法描述

如上文所述,MCMP路由算法通过OD对间的最小割定位OD对间瓶颈链路的问题,并以最小割中的链路构造OD对间的多路径.因此,MCMP算法首先要得到OD对间的最小割,本文采用最大流方法求解.Ford-Fulkerson的最大流最小割定理指出,在一个给定的网络流图上,流的极大值等于割容量的最小值.从而求得OD对间的最大流后,即可获得OD对间的最小割链路集.求最大流的Ford-Fulkerson算法寻找流的可增广路,以增加网络中的流量直到最大,其实现步骤如算法1所示.

算法1. Ford-Fulkerson算法.

```

01 For  $e$  in  $E$  do
02    $f(e)=0$ ; //网络流初始化为0
03 While  $p=find(G_f,i,j)$  //在剩余网络 $G_f$ 中找到可增广路 $p$ 
04    $\Delta = \min_{e \in p} c_f(e)$ ; //求得路径 $p$ 上的链路容量的最小值
05   For  $e$  in  $p$  do
06      $f(e)=f(e)+\Delta$ ; //在路径 $p$ 上的每条链路增流
07    $G_f=Recreate(G,f)$ ; //重构剩余网络
08 End while
09 return  $f$ ;
```

算法1中的剩余网络(residual network) $G_f$ 用于辅助寻找可增广路,对网络 $G$ 中的任一流 $f$ ,剩余网络 $G_f=(V,E_f)$ ,其中,每条边 $e \in E_f$ 的构造方法如下:

1. 如果 $f(e) < c(e)$ ,则构造一条容量为 $c'(e)=c(e)-f(e)$ 的边;
2. 如果 $f(e) > 0$ ,则构造一条容量为 $f(e)$ 的反向边.

由于篇幅所限,不再对Ford-Fulkerson算法进行更详细的描述,感兴趣的读者可参考文献[12].同时,根据使用环境和要求的不同,该算法可替换为Edmonds-Karp算法或Stoer-Wagner算法等其他求解最小割的算法.

求得最大流后,通过广度优先搜索算法从OD对的源节点 $i$ 出发,搜索满载链路位置,则得到含源节点 $i$ 的子图 $A$ ,而补图 $\bar{A}$ 则含有目的节点 $j$ .连接两个子图的链路组成了OD对 $i \rightarrow j$ 间的最小割 $T_{ij}=(A, \bar{A})$ .MCMP算法从最小割出发,在子图 $A$ 中计算源节点 $i$ 到 $T_{ij}$ 的路径,在子图 $\bar{A}$ 中计算 $T_{ij}$ 到目的节点 $j$ 的路径,然后合并得到 $i \rightarrow j$ 间的路径集合 $P_{ij}$ .MCMP路径选择步骤如算法2所示.

算法2. MCMP路径选择算法.

```

01  $T_{ij}=(A,G-A)$ ; //最小割算法求得的 $i,j$ 间的最小割
02 For  $k$  in  $(A \& T_{ij})$  do
03    $P_{i \rightarrow k}=SWP(i,k)$ ; //求得源节点到最小割的路径
04 For  $k$  in  $(T_{ij} \& (G-A))$  do
```



```

05   $P_{Tj} += SWP(k, j);$            //求得最小割到目的节点的路径
06   $P_{ij} = connect(P_{iT}, P_{Tj});$     //连接路径,求得关键路径集合
07  return  $P_{ij};$ 
    
```

MCMP 算法在计算源节点到最小割以及最小割到目的节点之间的路径时采用了 SWP 算法,以便获得可用带宽最大而带宽资源消耗最小的路径.SWP 不仅增加了流量寻找可用路径的概率值,而且通过保留带宽资源给未知流量避免了网络瓶颈的出现.由 MCMP 算法可知,OD 对  $i \rightarrow j$  间的路径数为  $|P_{ij}| = O(N)$ ,其中,  $N = |V|$ .

MCMP 算法在获得 OD 对间的路径后,要在这些路径间分布 OD 对间的流量请求.优化模型中,在每个路径上分配的流量比例不仅与路径有关,而且要针对典型的流量矩阵进行优化,同时保持分配比例不变,其难度很大.MCMP 算法在求得路径集合的每条路径上同比例分配流量,保证在关键路径上流量的均匀性.MCMP 算法在路径间平均分配流量的方式对流量请求变化的适应性更强,不会在分配比例较大的路径上引起流量的显著增加;同时,在流量发生变化时无须重新计算流量分配比例,减小了软件实现的难度.在网络出现故障时,受故障影响的网络路径将不再负担网络流量,该路径上的原有流量将平均分配到其余可用路径上,无须重新调节分配比例.实验结果表明,MCMP 的流量平均分配方法简单、有效,适用于骨干网络中流量的均衡分布.

### 3 实验

实验采用美国 Abilene 网络的流量数据<sup>[13]</sup>和欧洲 Geant 网络的流量数据<sup>[14]</sup>,基本的网络拓扑数据和流量数据见表 4,其中,Geant 网络中有 6 天无流量数据.

Table 4 Experiment network datasets

表 4 实验网络数据表

网络	节点数	内部链路数	流量时长(month)	采样间隔(min.)
Abilene	12	30	6	5
Geant	23	38	4	15

为了验证 MCMP 路由算法的流量分布性能,在以上两个网络中分别与 OSPF 路由算法和 ODMP 路由算法的流量分布结果进行对比.实验采用最大链路负载和平均链路负载作为量化路由算法的优化性能指标.最大链路负载标示路由算法对网络流量均衡分布的优化程度,这个值越小,网络流量就越均衡,拥塞的可能性也就越小.平均链路负载则标示了优化网络时的带宽资源消耗程度,该值增加越大,路由算法的优化性价比越低.一般网络中,最大链路负载的降低往往以平均链路负载的增加作为代价,这是在流量旁路到较长路径时引起的.下文两部分分别描述在 Abilene 网络和 Geant 网络所做的实验,验证 MCMP 路由算法在流量分布中的优势.

#### 3.1 实验1:Abilene网络

本节的实验采用 Abilene 网络拓扑和流量矩阵数据,其中的拓扑如图 4 所示.网络中除了节点 2、节点 6 间链路的带宽为 2.5Gbps 以外,其余链路的带宽均为 10Gbps.在 24 周的流量数据中,本文选取了 4 个时间段(每段 6 小时),分别做了 4 个实验,标记为 a,b,c,d.

每个实验的考察目的和数据来源见表 5,表中数据按 24 周依次编号,每周的流量矩阵数据按序编号.流量矩阵的采样间隔为 5 分钟,每天共 288(60/5×24)个流量矩阵,一周共 2 016(288×7)个流量矩阵.

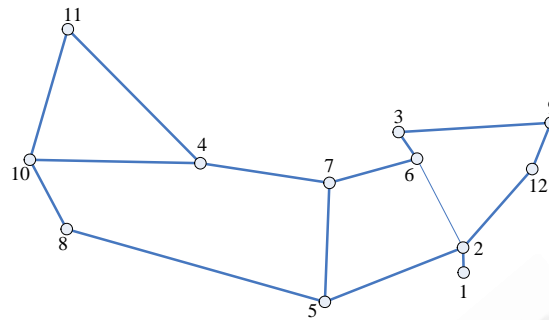


Fig.4 Abilene network

图 4 Abilene 网络拓扑

Table 5 Objectives and datasets of Experiment 1

表 5 实验 1 实验目的和实验数据

实验名称	实验目的	数据源范围	数据点选择	采样间隔(min.)
a	拥塞时流量分布特征	06 周 289~360	奇数序号点	10
b	拥塞和正常分布对比	21 周 1 333~1 404	偶数序号点	10
c	比较相对优化性能	15 周 1 525~1 596	奇数序号点	10
d	比较优化资源消耗	04 周 1 237~1 308	偶数序号点	10

实验中对每个 OD 对间的流量请求,首先通过路由算法求得下一跳链路(OSPF)和多条路径(OSMP,MCMP),然后在链路上加载分配得到的流量比例.在所有流量请求按路由算法分布完成后,统计整个网络的最大链路负载和平均链路负载.实验采用的流量分布方式如算法 3 所示,其中的 MCMP 可替换为 OSPF 和 ODMP 分别进行流量的路由.

**算法 3.** 路由流量算法实验步骤.

01. 初始化所有链路负载为 0;
02. 读取流量矩阵数据;
03. 通过 MCMP 路由算法计算所有 OD 对间的路径集合;
04. 选择 OD 对,流量请求加载到 OD 对间的所有路径上;
05. 还有流量矩阵数据未加载,则跳到步骤 04;
06. 统计所有链路,输出最大链路负载和平均链路负载.

下面分别给出 4 个实验中各路由算法的流量分布结果,并进行针对性的分析.部分实验还以数据表的形式呈现实验结果,便于分析对比.

### 3.1.1 实验 a 和实验 b

实验 a 选择了拥塞的时间段,在这个时间段内分别以 OSPF,ODMP 和 MCMP 这 3 种路由算法路由流量矩阵,考察随着流量矩阵的变化各路由算法流量均衡效果的对比.图 5(a)显示了不同路由算法优化流量分布后最大链路负载随时间的变化曲线,横坐标每个时间点对应一个流量矩阵,纵坐标是路由算法优化流量分布后得到的全网最大链路负载.

由图 5(a)可以看出,各路由算法在实验时间内流量优化的相对优势没有改变,MCMP 好于 ODMP,而 ODMP 则好于 OSPF.选择 5:40 时的数值,此时最大链路负载  $I_{\max}^{\text{OSPF}} = 2.62\text{Gbps}$ ,  $I_{\max}^{\text{ODMP}} = 2.06\text{Gbps}$ ,  $I_{\max}^{\text{MCMP}} = 1.63\text{Gbps}$ , MCMP 相对于 ODMP 降低了 20.9%,相对于 OSPF 降低了 37.6%.

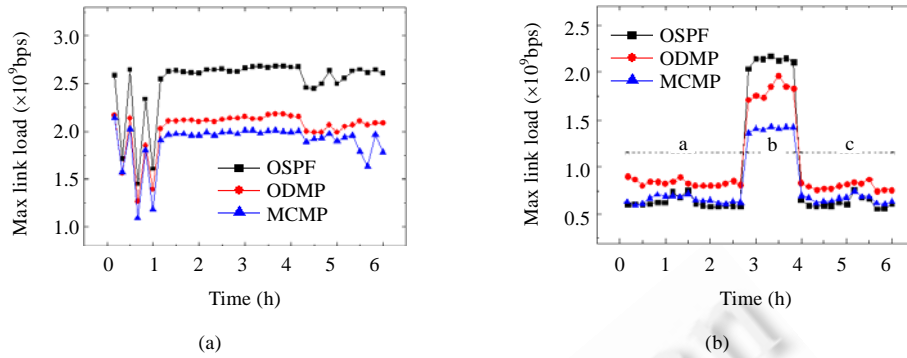


Fig.5 Optimal traffic distributions of the routing algorithms

图 5 路由算法优化流量分布对比

表 6 对实验 a 的数据取了均值,呈现了在这一时间段内各路由算法的优化表现.从中可以看出,MCMP 路由算法表现出很好的流量均衡能力.

Table 6 Average maximum link loads in duration of Experiment a

表 6 实验 a 在实验时间段内最大链路负载均值

路由算法	OSPF	ODMP	MCMP
最大链路负载均值(Gbps)	2.52	2.04	1.89

实验 b 为了进一步展示各路由算法的流量分布性能,选择了正常和拥塞两类情形同时出现的时间段.图 5(b)是这一时间段内的各路由算法的优化对比曲线,其中的时间段 a 和 c 处于正常流量情形,而中间的时间段 b 则处于拥塞明显阶段.在时间段 a 和 c,ODMP 的多路径交叉情形使其流量优化的性能并不理想;同时,OSPF 近似或优于 MCMP,推测是 OSPF 在 Abilene 网络中长期优化的结果.在 b 时间段,ODMP 和 MCMP 的优化拥塞能力得到进一步展示,MCMP 的最大链路负载在这一时间段内相对 OSPF 平均减小 34.3%.

表 7 展示了实验 b 各路由算法在 3 个时间段内对最大链路负载的优化能力,其中,流量的单位为 Gbps.

Table 7 Average maximum link loads in sections of Experiment b

表 7 实验 b 实验时间各分段最大链路负载均值

时间分段	数据点范围	OSPF	ODMP	MCMP
a	1~16	0.62	0.84	0.65
b	17~23	2.13	1.81	1.40
c	24~36	6.23	0.80	0.66

3.1.2 实验 c

为了进一步探讨 MCMP 与 OSPF 和 ODMP 的相对优化能力,实验 c 在拥塞不断变化时考察最大链路负载的相对值.图 6(a)是选定时间段内各路由算法流量分布后的曲线,图 6(b)是 MCMP 对比 OSPF 的相对最大链路

负载  $\frac{(I_{max}^{OSPF} - I_{max}^{MCMP})}{I_{max}^{OSPF}} \times 100\%$  曲线和对比 ODMP 的相对最大链路负载  $\frac{(I_{max}^{ODMP} - I_{max}^{MCMP})}{I_{max}^{ODMP}} \times 100\%$  曲线.在实验时间段内的相对最大链路负载值,MCMP 比 OSPF 平均减小 37.5%,MCMP 比 ODMP 平均减小 17.4%.

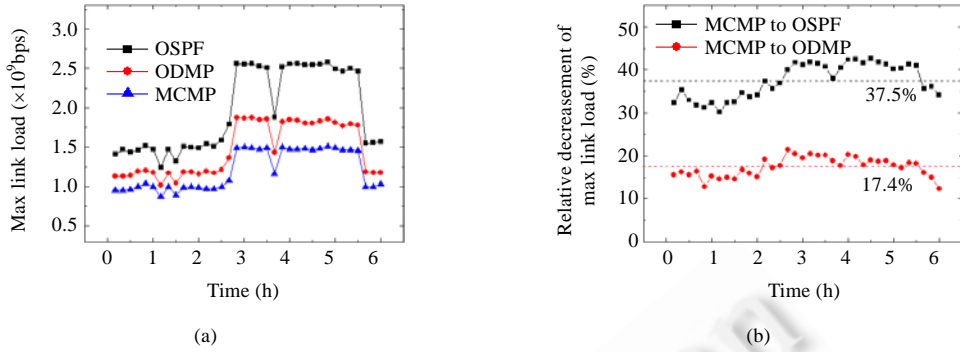


Fig.6 Relative traffic distributions between the routing algorithms  
图 6 路由算法相对优化对比

3.1.3 实验 d

实验 a~实验 c 展示了 MCMP 路由算法在流量均衡中的优势,为网络的拥塞控制提供了有效手段.在一般网络中,降低网络的最大链路负载是以平均链路负载的增加为代价的,平均链路负载表征了优化流量所付出的带宽资源代价.实验 d 同时考察各路由算法优化网络流量后的最大链路负载和平均链路负载.由于 MCMP 相对 ODMP 的比较已经有所展示,实验中只选择 OSPF 作为对比.

图 7(a)是 OSPF 和 MCMP 路由算法优化流量分布后,最大链路负载和平均链路负载的曲线.对 OSPF 而言,MCMP 优化最大链路负载的优势明显;与此同时,平均链路负载却增加了.图 7(b)中显示了相对最大链路负载  $\frac{(l_{max}^{OSPF} - l_{max}^{MCMP})}{l_{max}^{OSPF}} \times 100\%$  和相对平均链路负载  $\frac{(l_{avg}^{OSPF} - l_{avg}^{MCMP})}{l_{avg}^{OSPF}} \times 100\%$  的曲线,可见,最大链路负载的降低代价是平均链路负载的增加.由图可见,最大链路负载降低平均相对值为 50.3%,而平均链路负载增加平均相对值为 40.1%.但就绝对值而言,2.06Gbps 的最大负载下降以 362Mbps 的平均流量增加为代价.

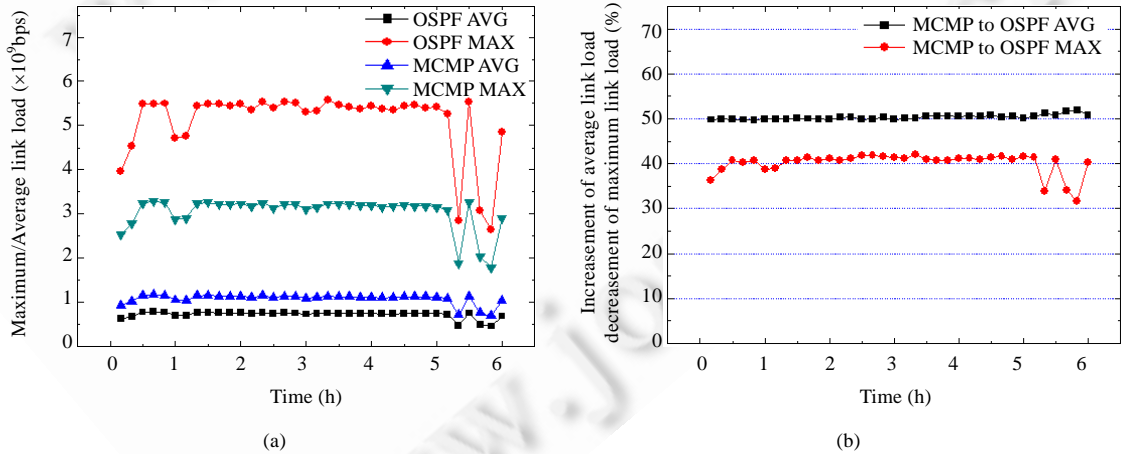


Fig.7 Average link loads of the routing algorithms  
图 7 路由算法平均链路负载对比

3.2 实验2:Geant网络

为了验证 MCMP 路由算法的适应性,实验 2 选择位于另一地理位置的教育科研骨干网络 Geant.限于篇幅,

本节只给出有代表性的两次实验结果数据.表 8 是两次实验的数据来源描述.为保持图的清晰,选择时间段为 9 小时,流量采样的时间间隔是 15 分钟,共 36 个流量矩阵的数据点.实验考察的指标依然是最大链路负载和平均链路负载,流量数据单位为 kbps.

**Table 8** Objectives and datasets of Experiment 2

表 8 实验 2 的实验目的和实验数据

实验名称	实验目的	数据点时间范围		采样间隔(min.)
a	算法流量分布对比	2005-01-16-16-00	2005-01-17-00-45	15
b	比较优化资源消耗	2005-02-17-19-00	2005-02-18-03-45	15

尽管同样选择了 OSPF 和 ODMP 作为流量分布对比的路由算法,但与 Abilene 网上的表现不尽相同.下面就实验 a 和实验 b 分别加以描述.

3.2.1 实验 a

实验 a 的目的是考察实验时间段内流量请求变化时各路由算法优化流量分布的性能,最大链路负载越小则优化能力越好,数据曲线如图 8(a)所示.从实验数据可知,在 Geant 网络中,各路由算法的表现与 Abilene 网络略有不同,尽管 MCMP 路由算法同样地表现在流量均衡上的优势,但 ODMP 路由算法却与 OSPF 路由算法出现交错情形.从中可知,任意多路径路由算法 ODMP 并不一定会比最短路径路由算法 OSPF 有更好的流量均衡表现,而 MCMP 路由算法却一直表现了良好的流量均衡性能.

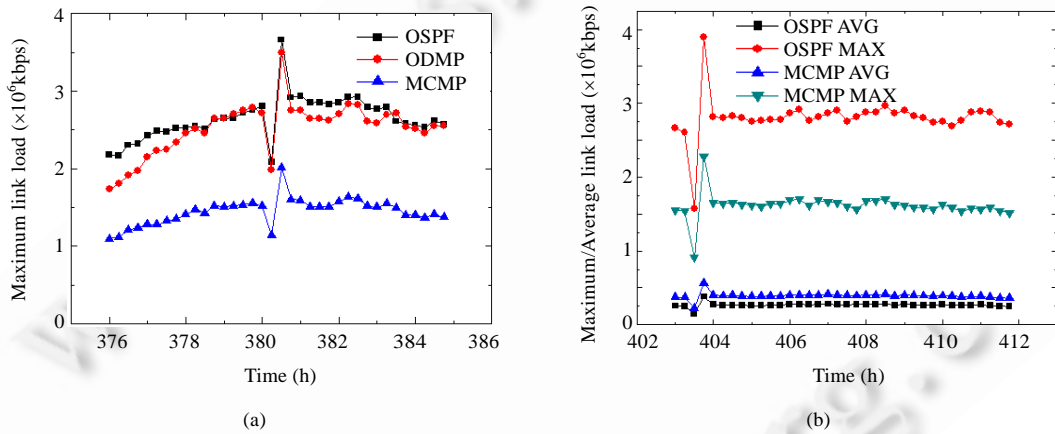


Fig.8 Traffic optimizations and bandwidth consumptions

图 8 流量优化对比和带宽消耗对比

对实验 a 中的数据作一简单统计分析,见表 9.表中数据单位为 Gbps.OSPF 路由算法与 ODMP 路由算法对最大链路负载的优化能力无确定性的优劣评价,这在实验未展示的数据中同样得到了验证.

**Table 9** Average maximum link loads in duration of Experiment a

表 9 实验 a 在实验时间段内最大链路负载均值

路由算法	OSPF	ODMP	MCMP
最大链路负载均值(Gbps)	2.65	2.51	1.45

3.2.2 实验 b

为了考察 MCMP 在优化流量分布的同时对链路带宽资源的占用,实验 b 同时计算了最大链路负载和平均链路负载,最大链路负载标志着路由算法的优化能力,而平均链路负载标志着链路带宽资源的消耗.由于 OSPF 与 ODMP 路由算法优化能力相近,本实验只选择 OSPF 作为对比.实验 b 的曲线如图 8(b)所示,图中同时绘制了

最大链路负载和平均链路负载曲线.可见,在流量优化的同时,网络中总的带宽资源有所增加.

表 10 统计了实验 b 中的结果数据,与 OSPF 相比,MCMP 可使最大链路负载平均降低 42.5%(1-57.5%),而链路带宽消耗则平均增加了 47.5%.从绝对数值来看,MCMP 降低最大链路负载 1.19Gbps 是以链路带宽消耗平均增加 124Mbps 为代价的.

**Table 10** Bandwidth Consumptions between the routing algorithms

**表 10** 路由算法带宽消耗对比

路由算法	最大链路负载均值(Gbps)	最大链路负载相对值(%)	平均链路负载均值(Gbps)	平均链路负载相对值(%)
OSPF	2.80	100	0.27	100
MCMP	1.61	57.5	0.39	147.5

## 4 总 结

在骨干网络中实施流量工程,是当前应用发展的现实要求,也是网络发展的必然趋势.在降低网络拥塞的目标下,流量优化模型和多路径流量分布算法成为流量工程的研究热点.相关研究表明,从网络中大量的路径中选择少量的关键路径,以有效控制网络拥塞是一个难点.弧路由模型在现有路由算法中难以实现,路径路由模型在任意多路径中难以抉择,选择少量的、关键的路径是问题的核心.在分析网络瓶颈的位置以后,我们提出 MCMP 算法来定位这些少量的关键路径.这些路径均衡地分布流量,降低了瓶颈链路上流量的汇聚,从而控制整个网络的拥塞状况.

MCMP 是在图论基础上给出的流量均衡路由算法,在求得 OD 对间的最小割后,通过 SWP 算法搜索 OD 对间的路径,保证低算法复杂度的同时容纳更多的流量请求.MCMP 路由算法在多路径间均衡流量的方式是平均分配流量,这样有效地减低了对流量请求的依赖性,可容忍现实网络中广泛存在的网络流量频繁变化以及网络故障频现等现象.本文在北美和欧洲两个大型骨干网络拓扑中通过大量实际流量请求数据的流量分布,验证了 MCMP 算法可以有效降低网络瓶颈位置的流量.

尽管实验验证了 MCMP 降低拥塞的有效性,网络或流量的不断变化对算法的改进提出了更多需求.在以下方面我们将进一步扩展 MCMP 算法:由于以最小割定位网络瓶颈位置,MCMP 路由算法适用于大型骨干网络,对链路带宽变化较大的网络,通过剪切低带宽链路可增加算法的有效性;MCMP 选择了连接最小割的多条路径,在 OD 对间路径交叉密集的特例网络中,可能引起交叉链路的高负载,回避选择这些路径可扩大算法的适应性;尽管平均流量分布扩展性强,但为典型流量请求优化流量分布时,路径的选择优化和流量的分配优化可进一步增加算法与流量请求的相关性.

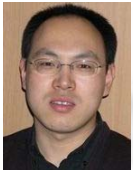
## References:

- [1] Fortz B, Thorup M. Internet traffic engineering by optimizing OSPF weights. In: Proc. of the 19th Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies (INFOCOM 2000). 2000. 519-528. [doi: 10.1109/INFCOM.2000.832225]
- [2] Sridharan A, Guerin R, Diot C. Achieving near-optimal traffic engineering solutions for current OSPF/IS-IS networks. In: Proc. of the 22nd Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications (INFOCOM 2003). 2003. 1167-1177. [doi: 10.1109/INFCOM.2003.1208953]
- [3] Xu DH, Chiang M, Rexford J. DEFT: Distributed exponentially-weighted flow splitting. In: Proc. of the 26th IEEE Int'l Conf. on Computer Communications (INFOCOM 2007). 2007. 71-79. [doi: 10.1109/INFCOM.2007.17]
- [4] Younis O, Fahmy S. Constraint-Based routing in the Internet: Basic principles and recent research. IEEE Trans. on Communications Surveys and Tutorials, 2003,5(1):2-13. [doi: 10.1109/COMST.2003.5342226]
- [5] Kodialam M, Lakshman TV. Minimum interference routing with applications to MPLS traffic engineering. In: Proc. of the 19th Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies (INFOCOM 2000). 2000. 884-893. [doi: 10.1109/INFCOM.2000.832263]

- [6] Li YX, Bai BC, Harms J, Holte R. Multipath oblivious routing for traffic engineering—Stable and robust routing in changing and uncertain environments. In: Proc. of the Int'l Teletraffic Congress (ITC 2007). 2007. 129–140.
- [7] Wang N, Ho KH, Pavlou G, Howarth M. An overview of routing optimization for Internet traffic engineering. IEEE Trans. on Communications Surveys and Tutorials, 2008,10(1):36–56. [doi: 10.1109/COMST.2008.4483669]
- [8] Altun A, Fortz B, Thorup M, Ümit H. Intra-Domain traffic engineering with shortest path routing protocols. 4OR: A Quarterly Journal of Operations Research, 2009,7(4):301–335. [doi: 10.1007/s10288-009-0113-0]
- [9] Antic M, Maksic N, Knezevic P, Smiljanic A. Two phase load balanced routing using OSPF. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2010,28(1):51–59. [doi: 10.1109/JSAC.2010.100106]
- [10] Xu K, Liu HY, Liu JC, Zhang JX. LBMP: Alogarithm-Barrier-Based multipath protocol for Internet traffic management. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2011,22(3):476–488. [doi: 10.1109/TPDS.2010.95]
- [11] Leighton T, Rao S. Multicommodity max-flow min-cut theorems and their use in designing approximation algorithms. Journal of the ACM, 1999,46(6):787–832. [doi: 10.1145/331524.331526]
- [12] Ahuja RK, Magnanti TL, Orlin JB. Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Beijing: China Machine Press, 2005.
- [13] 6 months of Abilene traffic matrices. <http://www.cs.utexas.edu/~yzhang/>
- [14] Uhlig S, Quoitin B, Lepropre J, Balon S. Providing public intradomain traffic matrices to the research community. ACM SIGCOMM Computer Communication Review, 2006,36(1):83–86. [doi: 10.1145/1111322.1111341]



杨华卫(1976—),男,内蒙古凉城人,博士生,主要研究领域为IP网网络测量,流量工程,OSPF网流量控制.



王洪波(1975—),男,博士,副教授,CCF 高级会员,主要研究领域为云计算及数据中心网络,互联网测量与管理,下一代互联网体系结构及新应用.



程时端(1940—),女,教授,博士生导师,主要研究领域为互联网体系机构,互联网性能分析与服务质量控制,网络测量,云计算.



陈山枝(1969—),男,博士,教授级高工,博士生导师,主要研究领域为交换与路由技术,移动性管理技术与移动互联网,网络发展与演进战略.



崔毅东(1976—),男,博士,副教授,主要研究领域为网络测量,社会网络,云计算.