E-mail: jos@iscas.ac.cn http://www.jos.org.cn Tel/Fax: +86-10-62562563

# 基于水平集接力的图像自动分割方法

王 斌, 高新波+

(西安电子科技大学 电子工程学院,陕西 西安 710071)

### **Automatic Image Segmentation Method Using Sequential Level Set**

WANG Bin, GAO Xin-Bo+

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

+ Corresponding author: E-mail: xbgao@mail.xidian.edu.cn

Wang B, Gao XB. Automatic image segmentation using sequential level set method. *Journal of Software*, 2009, 20(5):1185–1193. http://www.jos.org.cn/1000-9825/3541.htm

Abstract: Based on the level set method without re-initialization, a sequential level set method is proposed to realize full image segmentation. The proposed method automatically and alternatively creates nested sub-regions or the corresponding initial level set functions in the image to be segmented, and then makes the level set function evolved to be convergence in the corresponding sub-region. This step is sequentially repeated until the sub-region vanishes. Compared with the original method and a representative region-based level set method, the proposed method has many advantages as follows: 1) It is automatically executed and does not need the interactive initialization anymore; 2) It segments image more than once and detects more boundaries than the original method; 3) It can get better performance on non-homogenous images than the representative region-based level set method; 4) It is an open image segmentation framework in which the single level set method is used can be replaced by other single level set methods after some modification. Experimental results indicate that the proposed method could fully segment the synthetic and medical images without interactive step and additionally works more robust on non-homogenous images.

**Key words**: finite difference; geometric active contour; image segmentation; level set method; partial differential equation

摘 要: 为了实现图像的完全分割,基于无须重新初始化的水平集方法提出了一种接力水平集方法.该方法在待分割图像中自动交替地创建嵌套子区域和相应的初始水平集函数,使水平集函数在其中演化并收敛,然后重复这个过程直到子区域面积为 0.与原始算法及经典的基于区域的水平集方法相比,该方法具有如下优点:1) 自动完成,无须交互式的初始化;2) 多次分割图像,能够比原始算法检测到更多的边缘;3) 对于非匀质的图像,能够取得比经典的基于区域的水平集方法更好的分割效果;4) 提供一个开放的分割算法框架,其他单水平集方法稍作修改后也可替换这里所使用的单水平集方法.实验结果表明,此算法对人造图像和医学影像实现了无须交互的完全分割,对非匀质图像分割表现出更好的鲁棒性.

Received 2008-08-30; Accepted 2008-12-15

<sup>\*</sup> Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60771068 (国家自然科学基金); the National Basic Research Program of China under Grant No.2006CB705700 (国家重点基础研究发展计划(973))

关键词: 有限差分;几何主动轮廓;图像分割;水平集方法;偏微分方程中图法分类号: TP391 文献标识码: A

图像分割是图像分析的基础,它将图像分割为一些不相交的部分,提取感兴趣的目标.图像分割的结果直接影响后续图像处理和分析环节的执行效果,如目标的表示和描述、特征的测量以及更高水平的环节[1].

对图像分割的研究已有 40 年的历史,这期间涌现出了各种基于不同理论的分割方法,如基于聚类理论的 K-均值算法、基于模糊理论的模糊 C-均值算法和基于偏微分方程的主动轮廓法等.尽管如此,该领域一直没有形成一个统一的理论体系涵盖这些方法,并指导新的分割方法的设计与实现.截至目前,图像分割仍然是一个具有挑战性的研究方向,每年都会有新方法不断涌现.近几年,主动轮廓法在图像分割领域中表现活跃,如 Snake、水平集方法(level set method).根据演化曲线的表示和实现方法的不同,主动轮廓法可以分为参数主动轮廓(parametric active contour model)<sup>[2,3]</sup>和几何主动轮廓(geometric active contour model)<sup>[4-12]</sup>两种方法.参数主动轮廓法使用参数曲线显式地表示演化曲线,几何主动轮廓法通过定义在三维空间中的符号距离函数(也称为水平集函数)的零水平集(零水平集曲线)隐式地表示演化曲线.水平集方法与参数主动轮廓法相比有很多优点<sup>[12]</sup>,其中最重要的就是演化曲线的隐式表示使得水平集方法能够灵活地处理目标的拓扑形变.如分裂、合并等.

水平集方法最早由 Osher 和 Sethian<sup>[8]</sup>提出,Maladi<sup>[7]</sup>将其用于复杂目标的分割.这些方法必须保证水平集函数在演化过程中保持为符号距离函数<sup>[9,11]</sup>.为此,人们提出了许多方法<sup>[4,10,13,14]</sup>来实现水平集的重新初始化<sup>[8,9,11]</sup>,但这些方法基本上都是通过在水平集函数迭代的过程中不定期地求解一个偏微分方程来实现重新初始化.这种方式计算量大,而且 Gomes<sup>[15]</sup>指出,这与水平集的理论不甚协调.鉴于此,Li 等人提出了一种无须重新初始化的变分水平集方法<sup>[6]</sup>.该方法通过在能量函数中引入惩罚项,保证水平集函数在演化过程中保持为符号距离函数,避免了重新初始化过程.但 Li 的方法采用基于梯度的停止函数,零水平集曲线运动方向固定,使得其只能停止在距离初始曲线最近的边缘上.对于图像中一些弱边缘或不存在边缘的情况,Chan 和 Vese 提出了一种变分水平集方法(Chan-Vese 算法)<sup>[5]</sup>,将 Mumford-Shah 函数<sup>[16,17]</sup>引入水平集方法中,实现了对图像分段线性分割.该方法将分割问题看作优化问题,图像边缘不再用梯度来定义,通过最小化能量函数得到图像的最优化分段线性表示,零水平集曲线也就停止在边缘上.但由于该方法本质上是对图像进行分段线性表示,前提是图像由勾质的目标和背景构成,故对于非勾质的图像,其分割效果并不理想.

本文提出了一种接力水平集方法以实现对图像的完全分割.该方法通过在一系列动态生成的嵌套子区域中接力地应用单水平集方法(文中使用 Li 的方法<sup>[6]</sup>)来实现对图像的多次分割.每一个嵌套子区域和初始曲线根据上一个子区域中得到的能量函数的稳态解所对应的零水平集曲线(也就是图像边缘)动态生成.该区域中曲线演化稳定后得到的图像边缘又生成下一个子区域以及相应的初始曲线,这样的过程反复执行,直到子区域的面积为 0 为止.该方法具有以下优点:(1) 嵌套子区域及水平集函数自动生成,避免了交互环节,实现了自动分割.(2) 在每个动态生成的嵌套子区域中都有一个水平集函数通过最小化能量函数的方式进行演化并实现对子区域的分割,故该方法多次分割了图像,检测到了更多的边缘.(3) 每个曲线均在其子区域中演化,故该方法对非匀质的目标能够达到更好的分割效果.(4) 该方法是一种开放式的基于水平集的图像分割算法框架,其他单水平集方法稍作修改后就可以替换本文使用的方法集成进入该框架.

本文第 1 节简单介绍传统水平集方法和无须重新初始化的水平集方法.第 2 节给出水平集接力模型的细节,包括嵌套子区域树、能量函数、演化方程和自动初始化过程.第 3 节给出水平集接力模型的数值计算方法和参数选择.第 4 节给出实验结果.第 5 节进行讨论与总结.

### 1 背 景

### 1.1 传统水平集方法

在水平集方法中,曲线 C 隐式地表示为  $C(t)=\{(x,y)|\phi(x,y,t)=0\}$ ,其中, $\phi(x,y,t)$ 是定义在更高维空间中的符号距

离函数.传统水平集函数的演化满足如下方程:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + F \mid \nabla \phi \mid = 0 \tag{1}$$

其中, $\phi$ 表示符号距离函数,也就是水平集函数; $|\nabla \phi|$ 表示水平集函数的梯度范数;F是速度函数,控制曲线的运动,它反映了与图像有关的信息(如图像灰度信息、梯度信息等)以及与曲线的几何形状有关的信息(如曲线的曲率等).速度函数 $^{[7,11]}$ 可以表示为

$$F=S(x,y)(F_A+F_G) \tag{2}$$

 $S(\cdot)$ 是停止函数,由于在速度函数 F 中  $S(\cdot)$ 是一个乘子,故它决定了演化曲线的停止条件,也被称为停止函数;  $F_A$  是独立的速度常数,它使得在  $S(\cdot)$ 不为 0 时,速度函数 F 不为 0; $F_G$  反映了演化曲线的几何特性,如曲线的平均曲率.

### 1.2 变分水平集方法

在传统水平集方法中,伴随着水平集函数的演化,会产生过于尖锐和平坦的形状,从而导致后续数值计算不再精确.为了解决这个问题,Li 等人提出了一种不需要重新初始化的变分水平集方法<sup>[6]</sup>,通过在能量函数中增加一个惩罚项,使得水平集函数在演化过程中保持为符号距离函数.能量函数可以表示为

$$E(\phi) = \mu P(\phi) + E_g(\phi)$$

$$= \mu \int_{Q} \frac{1}{2} (|\nabla \phi| - 1)^2 dxdy + \lambda \int_{Q} g \delta(\phi) |\nabla \phi| dxdy + \nu \int_{Q} g H(\phi) dxdy$$
(3)

其中, $\Omega$ 代表图像域; $\phi$ 是水平集函数; $P(\phi)$ 为惩罚项,保证水平集函数为符号距离函数; $\mu$ 为惩罚项权重系数; $\lambda$ >0 和 $\nu$ 是常系数; $\delta$ (·)是 Dirac 函数;H(·)是 Heaviside 函数;g 是停止函数,定义为

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla G_{\sigma} \times I|^2} \tag{4}$$

简而言之,Li 的方法<sup>[6]</sup>通过使用梯度下降法最小化能量函数,使得水平集函数不断演化并趋于稳定,其对应的零水平集曲线最终也停止在图像的边缘上.由于加入了惩罚项,保证水平集函数在演化的过程中保持为符号距离函数,故整个算法避免了传统方法中使用的重新初始化方法.

### 2 水平集接力模型

#### 2.1 接力水平集模型

设  $I:\Omega^0\to R$  为一个给定图像, $\Omega'\subset\Omega^0$  是一个有限开集, $\partial\Omega'$  是其边界曲线.假设存在一系列的嵌套子区域  $\Omega'^{(r=0,1,2,\dots,N)}\subset\Omega^0$ ,满足 $\Omega^0\to\Omega^1\to\Omega^2\to\dots\to\Omega'$ ,… $\Delta\Omega^N$ ,那么子区域 $\Omega'^{-1}$ 用下式表示:

$$\Omega^{r-1} = I^r + O^r + \partial \Omega^r \tag{5}$$

 $\partial\Omega'$ 表示子区域 $\Omega'$ 的边界, $I'=Inside(\Omega')$ 表示子区域 $\Omega'$ 内部, $O'=Outside(\Omega')$ 表示子区域 $\Omega'$ 外部(如图 1 所示).

我们可以对上面的嵌套子区域模型用水平集理论进行扩展,设  $\partial \Omega_t'$  是随时间变化的子区域  $\Omega_t'$  的边界,且存在极限:  $\lim_{t\to\infty}\partial \Omega_t'=\partial \Omega'$ .  $\partial \Omega_t'$  可以看作是子区域 $\Omega'^{-1}$  中接力水平集函数  $\phi_{x,y,t}'$  对应的零水平集曲线,当  $\phi_{x,y,t}'$  在子区域 $\Omega'^{-1}$  中演化稳定时得到的零水平集曲线就是 $\partial \Omega'$ ,也就是在子区域 $\Omega'^{-1}$  中检测到的边缘,而此时 O' 中不再存在边缘.

初始接力水平集函数  $\phi'_{x,y,t=0}$  通过式(6)来构造:

$$\phi_{x,y,t=0}^{r} = \begin{cases} d, & (x,y) \in \Omega_{t=0}^{r} \\ 0, & (x,y) \in \partial \Omega_{t=0}^{r} \\ -d, & (x,y) \in \Omega^{r-1} \setminus \Omega_{t=0}^{r} - \partial \Omega_{t=0}^{r} \end{cases}$$
(6)

其中, $(x,y) \in I_{M \times N}, r \in \{1,2,...,R\}$ ,R 是水平集函数接力的总次数,也是嵌套子区域的总个数;d 是点(x,y)到初始曲线  $\partial Q_{=0}^r$  的距离,在本文的方法中,d 被简化为常数且 d > 0.接力水平集函数  $\phi'_{x,y,t}$  对应的零水平集曲线为

$$\partial \Omega_t^r = \{(x, y) \mid \phi_{x, y, t}^r(x, y) = 0\} \tag{7}$$

则通过公式(7)可计算出接力水平集的稳态解  $\phi'_{x,y}$  对应的零水平集曲线 $\partial \Omega'$ ,即检测到的边缘也是下一个嵌套子 区域的边界.然后通过公式(8)可以生成下一个接力水平集的初始曲线  $\partial \Omega'_{i=0}^{r+1}$ .

$$\begin{cases} \Omega^{0} = Image \\ \partial \Omega_{t=0}^{r+1} = Ctr(\Omega^{r}, \varepsilon_{d}) = |\nabla Erode(\Omega^{r}, \varepsilon_{d})|, \ \varepsilon_{d} > 0 \end{cases}$$
(8)

其中、Ctr代表一个收缩操作、这个算子可以通过形态学中的 Erode(腐蚀)操作来实现.

接力地使用水平集函数在每个子区域演化可以检测到每个区域中的边缘,直到满足:

$$Area(\Omega^r)=0 (9)$$

最后,通过对每个子区域中的零水平集曲线取"并"操作,就可以得到图像中全部的边缘,实现了对图像的完全分割,整个图像边缘表示如下:



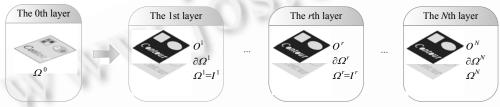


Fig.1 Nested sub-regions tree 图 1 嵌套子区域树

#### 2.2 能量函数及演化方程

在水平集接力方法中,使用 Li 的方法<sup>[6]</sup>作为单水平集函数,在不同的子区域中演化并达到稳定,以检测该子区域中的边缘.选择 Li 的方法<sup>[6]</sup>作为单水平集函数的原因是:第一,该方法不再使用重新初始化来保证水平集函数在演化过程中保持为符号距离函数,减少了计算量;第二,该方法中零水平集曲线的运动方向可控,表现为收缩或扩张.本文选择收缩方向,使得曲线收缩,直到被零水平集包围的区域面积为 0(也就是满足公式(9))为止,实现了对图像的完全分割;第三,Li 的方法<sup>[6]</sup>数值计算方法相对简单,使得本文的算法简单且易于实现.

水平集接力方法需要将 Li 的方法<sup>[6]</sup>中的能量函数和演化方程局部化,使其能够嵌入在接力水平集模型中. 局部能量函数定义为

$$E(\phi^r) = P(\phi^r) + L_g(\phi^r) + A_g(\phi^r) = \mu \int_{\Omega^r} \frac{1}{2} (|\nabla \phi^r| - 1)^2 dx dy + \lambda \int_{\Omega^r} g \, \delta(\phi^r) |\nabla \phi^r| dx dy + \nu \int_{\Omega^r} g H(\phi^r) dx dy$$
(11)

接力水平集函数的演化方程为

$$\frac{\partial \phi^r}{\partial t} = \mu \left[ \Delta \phi^r - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi^r}{|\nabla \phi^r|} \right) \right] + \lambda \delta(\phi^r) \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla \phi^r}{|\nabla \phi^r|} \right) + \nu g \delta(\phi^r)$$
(12)

能量函数(11)通过演化方程(12)被最小化, $\phi'$  在子区域中演化并稳定后自动生成下一个接力水平集函数  $\phi'^{+1}$ ,这个过程一直重复,直到满足公式(9).

## 2.3 自动初始化方法

在水平集接力模型中,通过形态学方法自动生成初始曲线.图 2 反映了自动初始化过程中水平集函数及零水平集曲线的平面和空间关系.

图  $2 + \partial \Omega'$ 表示第 r 个子区域中接力水平集稳态解  $\phi'$  对应的零水平集曲线,它被作为下一个子区域的边

界,  $\partial \Omega_{t=0}^{r+1}$  表示该子区域上的初始曲线.图 2 中,上图是三维空间中 两曲线和水平集函数  $\phi_{x,y}$  的空间关系,下图是对应的二维平面上两 曲线的关系.

通过公式(8)可以得到 $\Omega^0$  和  $\partial\Omega^1_{t=0}$ ,  $\Omega^0$  就是整个图像区 域,  $\partial \Omega_{t=0}^1$  是初始曲线,将 $\Omega^0$  和  $\partial \Omega_{t=0}^1$  代入公式(6)就可以构造该区 域的初始接力水平集函数  $\phi^l_{r,r=0}$ ,该函数在子区域中演化,其稳态 解为 $\phi_{x,y}^{l}$ ,通过公式(7)得到 $\partial\Omega^{l}$ ,然后 $\partial\Omega^{l}$ 又作为下一个子区域的边 界,并通过公式(8)计算下一个子区域的初始曲线  $\partial \Omega_{t=0}^2$ . 通过循环 调用公式(8)、公式(6)、公式(7),完成接力水平集函数在每个子区 域的自动初始化.这样,每个接力水平集函数在其对应的子区域中 自动地创建并演化直到满足公式(9),实现对图像的完全分割.

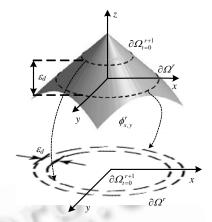


Fig.2 Automatic initialization 自动初始化

### 实现方法

### 3.1 算法流程

水平集接力算法可以通过下面 4 个步骤实现,如图 3 所示.

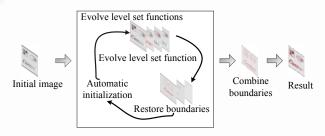


Fig.3 Flowchart of algorithm 图 3 算法流程图

第 1 步,自动初始化(automatic initialization).自动初始化自动生成每个子区域中的接力水平集函数演化需 要的初始曲线,使得整个算法自动完成.具体内容参见第 2.3 节.

第2步,接力水平集函数演化(evolve level set functions).接力水平集函数在某个子区域中演化达到稳定时 对应的零水平集曲线就是该子区域中的边缘,这个过程实现了对该子区域的分割,本文中,该过程使用的 Li 的方 法[6]可以用其他单水平集算法替换、当然,在替换之前,这些算法需要经过一些必要的修改,以合适的方式嵌入接 力水平集的框架中.

第 3 步,边缘存储(restore boundaries).存储在第 2 步检测到的子区域中的边缘.如图 3 所示,第 1 步~第 3 步 循环执行,直到被零水平集曲线包围的子区域的面积为0为止.

第 4 步,边缘合成(combine boundaries).循环结束后,通过"并"操作合并所有存储的边缘,实现了对图像的完 全分割

### 3.2 数值计算方法

本文采用有限差分法实现偏微分方程的数值求解,为了便于数值实现,我们用函数(13)替换公式(12)中的 Dirac 函数<sup>[6,9]</sup>.从实际效果上看,该函数平滑了公式(12)中的 Dirac 函数.

$$\delta_{\varepsilon}(x) = \begin{cases} 0, & |x| > \varepsilon \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi x}{\varepsilon}\right) \right], & |x| \le \varepsilon \end{cases}$$
 (13)

由公式(12)可以进一步将接力水平集函数的演化方程写成

$$\frac{\partial \phi^r}{\partial t} = \mu \left[ \Delta \phi^r - \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi^r}{|\nabla \phi^r|} \right) \right] + \lambda \delta_{\varepsilon}(\phi^r) \left[ (\nabla g^r) \left( \frac{\nabla \phi^r}{|\nabla \phi^r|} \right) + g^r \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \phi^r}{|\nabla \phi^r|} \right) \right] + \nu g^r \delta_{\varepsilon}(\phi^r)$$
(14)

用中心差分  $(\phi'_{x+1,y} - \phi'_{x-1,y})/2\Delta x$  和  $(\phi'_{x,y+1} - \phi'_{x,y-1})/2\Delta y$  近似 $\partial \phi'/\partial x$  和  $\partial \phi'/\partial y$ ,用前向差分  $(\phi'_{x,y,t+1} - \phi'_{x,y,t})/\Delta t$  近似 $\partial \phi'/\partial t$ ,这样,演化方程(14)可以写为

$$\phi_{x,y,t+1}^{r} = \phi_{x,y,t}^{r} + \Delta t \mu \left[ \left( \frac{\phi_{x+1,y,t}^{r} - 2\phi_{x,y,t}^{r} + \phi_{x-1,y,t}^{r}}{\Delta x} \right) + \left( \frac{\phi_{x,y+1,t}^{r} - 2\phi_{x,y,t}^{r} + \phi_{x,y-1,t}^{r}}{\Delta y} \right) - K^{r} \right] + \\
\Delta t \lambda \delta_{\varepsilon}(\phi^{r}) \left[ \frac{\left( \frac{g_{x+1,y}^{r} - g_{x-1,y}^{r}}{2\Delta x} \right) \left( \frac{\phi_{x+1,y,t}^{r} - \phi_{x-1,y,t}^{r}}{2\Delta x} \right)}{\sqrt{\left( \frac{\phi_{x+1,y,t}^{r} - \phi_{x,y-1,t}^{r}}{2\Delta y} \right)^{2} + \left( \frac{\phi_{x,y+1,t}^{r} - \phi_{x,y-1,t}^{r}}{2\Delta y} \right)^{2}} + \frac{\left( \frac{g_{x,y+1}^{r} - g_{x,y-1}^{r}}{2\Delta y} \right)^{2}}{\sqrt{\left( \frac{\phi_{x+1,y,t}^{r} - \phi_{x-1,y,t}^{r}}{2\Delta x} \right)^{2} + \left( \frac{\phi_{x,y+1,t}^{r} - \phi_{x,y-1,t}^{r}}{2\Delta y} \right)^{2}} + g^{r} K^{r}} + \Delta t \nu g^{r} \delta_{\varepsilon}(\phi^{r})$$
(15)

这里, $\Delta t$  是时间步长,g' 是子区域 $\Omega'$  中的停止函数, $\Delta x$  和 $\Delta y$  分别是空间上水平和垂直方向的步长,K' 是平均曲率, 定义为

$$K^{r} = \operatorname{div}\left(\frac{\nabla \phi^{r}}{|\nabla \phi^{r}|}\right) = \nabla \cdot \left[\frac{\frac{\phi^{r}_{x+1,y,t} - \phi^{r}_{x-1,y,t}}{2\Delta x}i + \frac{\phi^{r}_{x,y+1,t} - \phi^{r}_{x,y-1,t}}{2\Delta y}j}{\sqrt{\left(\frac{\phi^{r}_{x+1,y,t} - \phi^{r}_{x-1,y,t}}{2\Delta x}\right)^{2} + \left(\frac{\phi^{r}_{x,y+1,t} - \phi^{r}_{x,y-1,t}}{2\Delta y}\right)^{2}}}\right]$$
(16)

#### 3.3 参数的选取

在水平集接力方法的实现中,存在两类参数的选取问题:首先,本文使用有限差分法进行偏微分方程数值求解,需要选取时间步长 $\Delta t$  和空间步长 $\Delta x$ , $\Delta y$ ;其次,能量函数中各参数( $\mu$ , $\lambda$ , $\nu$ , $\varepsilon$ , $\sigma$ )的选取.下面我们分别介绍本文对这两类参数的选取.

一般来说,时间步长和空间步长的选取与采用的数值计算方法关系非常密切.本文采用 Li 的算法 $^{[6]}$ 实现单水平集函数在嵌套子区域中的迭代.该算法通过在能量函数中加入惩罚项来保证水平集函数在演化过程中为符号距离函数. $\Delta t$  和惩罚项的权重系数 $\mu$ (见公式(11))存在经验公式 $\Delta t \mu$ < $^{[1/4]}$ ,且 $\Delta t$  不能太大,取值范围一般在 $^{[1/4]}$ 00.若 $\Delta t$  大,则迭代速度快,收敛速度快,但如果过大,则会导致数值计算不精确,所以需要选取合适的时间步长平衡迭代速度和计算精确性,本文算法选取 $\Delta t$ < $^{[1/4]}$ 0.为了使计算更为精确,本文中空间步长取值为 $\Delta x$ = $^{[1/4]}$ 1.总之,数值计算方法决定了这 3 个参数的取值,一旦选取则不再需要修改;且当其在相应的有效范围内变化时,对分割效果影响不大.

在能量函数(公式(11))中,惩罚项系数 $\mu$ 通过经验公式 $\Delta t \mu < 1/4^{161}$ 确定.实验表明,在保证水平集函数为符号距离函数的前提下,该参数对算法分割效果的影响很小,本文所有实验中 $\mu$ 均为  $1/5\Delta t$ .常数 $\lambda$ 决定了曲线的光滑程度, $\lambda$ 越大,曲线越平滑,但如果太大则会使算法对于一些边缘不平滑的目标不易贴近其真实边缘, $\lambda$ 的取值范围

是 1~30,本文实验中λ均为 10.常系数ν的正负决定了曲线是 扩张还是收缩,本文算法利用这个特性选取 1~0 保证曲线收 缩,从而实现对图像的完全分割.由公式(12)可以看出,Dirac 函数的参数 $\varepsilon$ 决定了外部能量的作用范围,如图 4 所 示、 $\delta_{\epsilon}(\phi')$ 选中了零水平集曲线附近内外距离为  $2\epsilon$ 的一个带 状区域. $\varepsilon$ 过小.容易使算法陷入局部最小值:过大也会导致 漏检边缘.本文所有实验均根据公式 $\varepsilon=3\Delta x/2^{[9]}$ 选取 $\varepsilon=1.5.为$ 了抑制噪声对停止条件的影响,停止函数使用方差为 $\sigma$ 的高 斯低通滤波器对图像进行模糊. $\sigma$ 决定了图像的模糊程度, $\sigma$ 越大,水平集检测图像弱边界的能力越差;反之,水平集对噪 声的鲁棒性就越差.本文的实验中,σ的取值范围是 1.0~3.0、 本文实验中 $\sigma$ 均为 1.5.

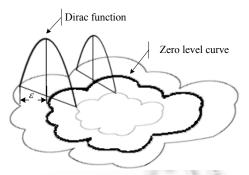


Fig.4 Selection of parameter  $\varepsilon$ 图 4 参数 &的选择

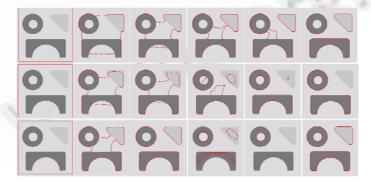
### 4 实验结果

本文算法在多种图像上进行了实验,以验证其分割效果.以下给出 4 组实验:前 3 组实验都使用了 Li 的算 法[6]和 Chan-Vese 算法[5]进行对比,以验证本文算法的有效性;第 4 组实验使用了核磁共振图像和显微镜图像两 种医学图像为待分割图像,以验证本文算法的实用性,

实验1中,待分割图像由3个目标和背景组成,其中,三角形目标的灰度与背景灰度接近.在图5中,从上至下 3 行分别表示 Li 的算法<sup>[6]</sup>、Chan-Vese 算法<sup>[5]</sup>和本文方法的水平集函数演化过程.Li 的方法<sup>[6]</sup>漏检了环形目标 的内边缘,原因是基于灰度梯度的速度函数一旦达到边缘水平集函数的演化就会停止,故 Li 的方法[6]只能检测 到距离初始曲线最近的边缘.本文方法在多个子区域上进行分割,故在 Li 的方法[6]停止后,本文方法仍然可以继 续在内部的区域进行分割,检测到了所有的边缘.Chan-Vese 算法[5]漏检了三角形目标、其本质原因是该算法假 设图像是由匀质的目标和背景构成、将图像分段线性表示为

$$I = \alpha_1 H(\phi) + \alpha_2 (1 - H(\phi)) \tag{17}$$

其中、 $H(\phi)$ 表示曲线内的区域、 $1-H(\phi)$ 表示曲线外的区域、 $\phi$ 是水平集函数、 $\alpha$ 、和 $\alpha$ 、分别是零水平集曲线内外的像 素的灰度质心.因为三角形目标和背景灰度接近,故被认为是属于曲线外的部分,当作了背景.



Experiment 1, the segmentation of inhomogeneous objects 图 5 实验 1,非匀质目标的分割

从上面的分析可以看出,在图像中目标非匀质的情况下,Li 的算法[6]和本文算法比 Chan-Vese 算法[5]分割效 果要好:当目标具有内边缘时,Chan-Vese 算法[5]和本文算法比 Li 的算法[6]分割效果要好,而在这两种情况下,本 文算法均能较好地检测到全部的边缘.

实验 2 中, 待分割图像由 3 个不同灰度的嵌套的圆构成, 和图 5 一样, 图 6 中从上至下这 3 行分别表示 Li 的

算法、Chan-Vese 算法<sup>[5]</sup>和本文方法的水平集函数演化过程.可以看出,Li 的算法<sup>[6]</sup>收敛的速度较快,但是只检测到了最靠近初始曲线的边缘,漏检了内部的边缘;Chan-Vese 算法<sup>[5]</sup>检测到两层边缘,出于和实验 1 中同样的原因漏检了中心白色目标的边缘;本文的方法因为在不同的子区域对图像进行多次分割,故检测到了所有的边缘.实验 2 表明,本文算法能够较好地分割目标的内边缘.

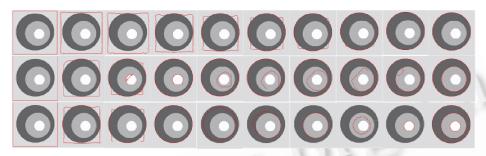


Fig.6 Experiment 2, the segmentation of nested inhomogeneous rings 图 6 实验 2.非匀质的嵌套圆的分割

实验 3 中,待分割图像由一些不同形状和灰度的复杂目标和灰度渐变的文字组成,图 7 从上至下 3 行分别表示 Li 的算法<sup>[6]</sup>、Chan-Vese 算法<sup>[5]</sup>和本文方法的水平集函数演化过程.通过比较分割结果可以看出,Li 的方法<sup>[6]</sup>依旧只检测到距离初始曲线最近的边缘,漏检了较大目标内部的边缘;Chan-Vese 算法<sup>[5]</sup>根据整个图像中像素的灰度信息进行分割,检测到了所有较大目标和部分较小目标,漏检了与背景灰度相近的字母 e 以及部分较小目标的边缘;本文算法在不同的子区域中多次分割,考虑到了子区域的局部特征,故检测到了最多的边缘.实验 3 表明,本文算法对于复杂的存在灰度变化的目标具有较好的分割效果.



Fig.7 Experiment 3, the segmentation of complex image 图 7 实验 3,复杂图像的分割

实验 4 中,为验证本文算法的实效性,使用真实的医学图像作为待分割图像.第 1 行是核磁共振图像(MRI),该图像为头部轴向位图.从实验结果可以看出,本文的算法成功地分割出脑皮组织.第 2 行是显微镜图像,该图像为两个细胞,本文算法成功地分割出了细胞膜(如图 8 所示).

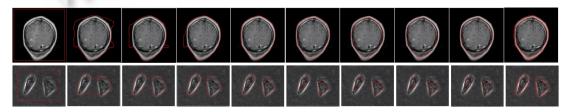


Fig.8 Experiment 4, the segmentation of real medical image 图 8 实验 4,真实医学图像分割

#### 结束语 5

本文提出了一种基于水平集接力的图像分割方法.该方法通过在一系列自动生成的嵌套子区域中接力地 使用水平集方法,直到被零水平集曲线包围的区域面积为 0 为止,实现了对图像的完全分割,该方法在每个子区 域中进行分割,因此能够检测出更多的边缘;而且每个子区域动态生成,并使用形态学算子完成演化曲线的初始 化,使得整个算法自动完成,无须交互.另外,本文的算法是一个开放的框架,对其稍作修改后其他水平集算法也 可以替换本文使用的单水平集方法:实验结果表明,本文算法对图像进行多次分割,对于复杂目标的分割有较好 的效果,对于非匀质的目标分割表现出一定的鲁棒性.同时,我们在实验中也发现,本文算法对于噪声情况下弱 边缘的分割效果不是很理想.进一步的研究将从停止函数的设计出发,集中在噪声情况下对弱边缘的检测上.

在此,我们向对本文的工作给予支持和建议的同行、同学表示感谢. 致谢

#### References:

- [1] Zhang YJ. Advances in Image and Video Segmentation. Hershey: IRM Press, 2006. 1-15.
- [2] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active contour models. Int'l Journal of Computer Vision, 1988,1(4):321–331.
- [3] Xu CY, Prince JL. Snakes, shapes, and gradient vector flow. IEEE Trans. on Image Processing, 1998,7(3):359-369.
- [4] Adalsteinsson D, Sethian JA. A fast level set method for propagating interfaces. Computational Physics, 1995,118(2):269–277.
- [5] Chan TF, Vese LA. Active contours without edges. IEEE Trans. on Image Processing, 2001,10(2):266-277.
- [6] Li CM, Xu CY, Gui CF, Fox MD. Level set evolution without re-initialization: A new variational formulation. In: Schmid C, Soatto S, Tomasi C, eds. Proc. of the 2005 IEEE Computer Society Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington: IEEE Computer Society Press, 2005. 430-436.
- [7] Malladi R, Sethian JA, Vemuri BC. Shape modeling with front propagation: A level set approach. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995,17(2):158-175.
- [8] Osher S, Sethian JA. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation. Journal of Computational Physics, 1988,79(1):12-49.
- [9] Osher S, Fedkiw R. Level Set Methods and Dynamics Implicit Surfaces. New York: Springer-Verlag, 2003. 1–36.
- [10] Peng DP, Merriman B, Osher S, Zhao HK, Kang M. A PDE based fast local level set method. Journal of Computational Physics, 1999,155(2):410-438.
- [11] Sethian JA. Level Set Methods and Fast Marching Methods. 2nd ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 127–140.
- [12] Suri JS, Liu KC, Singh S, Laxminarayan SN, Zeng XL, Reden L. Shape recovery algorithms using level sets in 2-D/3-D medical imagery: A state-of-the-art review. IEEE Trans. on Information Technology in Biomedicine, 2002,6(1):8-28.
- [13] Chopp DL. Computing minimal surfaces via level set curvature flow. Journal of Computational Physics, 1993,106(1):77-91.
- [14] Sussman M, Smereka P, Osher S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. Computational Physics, 1994,114(1):146-159.
- [15] Gomes J, Faugeras O. Reconciling distance functions and level sets. Visual Communication and Image Representation, 2000,11(2):
- [16] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989,42(5):577-685.
- [17] Mumford D, Shah J. Boundary detection by minimizing functionals. In: Ullman S, Richards W, eds. Proc. of the 1985 IEEE Computer Society Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington: IEEE Computer Society Press, 1985. 22-26.



王斌(1977一),男,陕西西安人,博士生,主 要研究领域为图像分割.



高新波(1972一),男,博士,教授,博士生导 师,CCF 高级会员,主要研究领域为影像处 理,分析和理解,模式识别,机器学习.