

可控网络中多 Agent 系统信念可达性和收敛速度分析*

王 鹏⁺, 罗军舟, 李 伟, 卞正皓, 曲延盛

(东南大学 计算机科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

Analysis on Belief Reachability and Convergence Rate of Multi-Agent System in Controllable Networks

WANG Peng⁺, LUO Jun-Zhou, LI Wei, BIAN Zheng-Ai, QU Yan-Sheng

(School of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

+ Corresponding author: E-mail: wp3891@seu.edu.cn, http://cse.seu.edu.cn/labs/edulab/labsite/

Wang P, Luo JZ, Li W, Bian ZA, Qu YS. Analysis on belief reachability and convergence rate of multi-agent system in controllable networks. *Journal of Software*, 2010,21(4):782-792. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3517.htm>

Abstract: Using a multi-agent system to control network is an important method to manipulate controllable networks. The reasonable control of network is based on the belief reachability of the multi-agent system, which means that the belief of every agent must be consistent with the real state of the network before making decisions. To research the belief reachability and convergence rate of the multi-agent system, a new model named multi-agent system belief distance updating model, which describes the updating progress of distance between agent's belief and real network state, is proposed based on the traditional belief updating model. And the rationality of the new model is also proved. The model which transforms the belief updating progress into a linear system simplifies the analysis of belief reachability and convergence rate of the multi-agent system. Based on this model, a sufficient and necessary condition for belief reachability, and the upper limit of convergence rate of multi-agent system are proved. Besides, the belief reachability and the convergence rate of the multi-agent system in complete coupling network and scale-free network are also discussed respectively considering the characteristics of the two complicated networks. The model is adaptable to all multi-agent environments, and provides a good tool to analyze the belief reachability of the multi-agent system.

Key words: network control; multi-agent; belief reachability; convergence rate; controllable network

摘 要: 在可控网络中,利用多 agent 系统是网络控制的一种重要方法.在可控网络中,多 agent 系统中所有 agent

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grants Nos.60903161, 60903162, 90912002 (国家自然科学基金); the National Basic Research Program of China under Grant No.2010CB328104 (国家重点基础研究发展计划(973)); the China Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education under Grant No.200802860031 (高等学校博士学科点专项科研基金); the Jiangsu Provincial Natural Science Foundation of China under Grants Nos.BK2007708, BK2008030 (江苏省自然科学基金); the Jiangsu Provincial Key Laboratory of Network and Information Security of China under Grant No.BM2003201 (江苏省网络与信息安全重点实验室资助项目); the Key Laboratory of Computer Network and Information Integration (Southeast University), Ministry of Education of China under Grant No.93K-9 (计算机网络和信息集成教育部重点实验室资助项目)

Received 2008-09-08; Accepted 2008-11-10

持有的信念必须在决策前达到与网络实际状态一致,即多 agent 系统的信念应具有可达性,是实现网络合理控制的基础,传统的基于 agent 行为的信念更新模型建模过程复杂,不适合在网络控制中直接分析多 agent 系统信念的可达性和收敛速度.基于传统的信念更新模型,提出了信念距离的概念,并在该概念的基础上提出了新的多 agent 系统信念距离更新模型,并证明了该模型的合理性.该模型对多 agent 系统信念距离更新过程加以描述,利用线性系统对多 agent 系统信念收敛过程进行描述,简化了对多 agent 系统信念可达性和收敛速度分析的复杂性.在该模型基础上,对网络控制中多 agent 系统信念可达性和收敛速度进行了分析,给出了判断多 agent 系统信念可达性的充要条件和收敛速度的上限.另外,针对全耦合网络和无标度网络两种复杂网络的特点,分别对两种网络下多 agent 系统信念可达性和收敛速度进行了讨论.提出的信念距离更新模型具有良好的适应性,为判断多 agent 系统的信念可达性提供了有力的工具.

关键词: 网络控制;多 agent;信念可达性;收敛速度;可控网络

中图分类号: TP393

文献标识码: A

随着网络技术和应用的飞速发展以及多终端的出现和多业务的融合,互联网日益呈现出复杂、异构和泛在等特点,使得当前的网络越来越复杂而难以控制.为了提高网络的可控性,当前国内外很多文献提出了新的可控网络的体系结构^[1-4].由于多 agent 系统具有分布性、自治性和社会性等特点,利用多 agent 系统实现网络控制有利于降低网络控制的复杂度,提高网络控制的可靠性和智能性.利用多 agent 系统实现网络控制已成为实现可控网络的一种有效手段.

为了实现网络可控,在基于多 agent 系统的网络控制中,各个 agent 通过协商对网络进行协同控制.多 agent 系统具有决策逻辑集中和管理行为分布的特点^[5-7],要求各个 agent 根据当前信念对网络进行分布控制,并且各个 agent 的决策不会产生冲突.因此,利用多 agent 系统实现网络控制必须保证各个 agent 在决策前持有的信念与当前的网络状态一致,即多 agent 系统应具有信念可达性.

在传统的基于 BDI(belief desire intention)的 agent 个体模型^[8,9]中,agent 需要从周边环境通过自适应学习更新自身的信念,以达到对网络环境变化的正确反应.而在实际网络中,受到观察能力的限制,各个 agent 只能观察到自身周边的局部状态变化,另有相当的知识必须从其他 agent 那里获取.这使得 agent 在学习过程中其信念更新不是一蹴而就的,而是处于不断迭代之中的,各个 agent 通过不断的交互,最终才能达到信念空间与网络状态空间的一致.基于 agent 信念的更新过程,Fudenberg^[10]和 Sargent^[11]提出了 SCE(self-confirming equilibrium)状态这一概念,即当任一 agent 关于网络系统输出的信念均与实际相吻合时,多 agent 系统处于信念的稳定态. Williams^[12]基于上述概念,建立了多 agent 系统的信念更新模型,该模型描述了各个 agent 根据当前信念不断做出更新行为,从而达到与网络状态一致的过程.

然而,Williams 提出的传统的多 agent 系统信念更新模型不适合可控网络中多 agent 系统信念可达性分析.传统的多 agent 系统信念更新模型在描述多 agent 系统信念更新过程的同时,需要对各个 agent 的具体更新行为进行描述,而描述各个 agent 更新行为的模型与描述多 agent 系统信念更新模型具有同样的规模^[12].在可控网络中,人们所关心的是在当前网络条件下,多 agent 系统的信念是否具有可达性以及系统的信念收敛速度,而并不关心各个 agent 的具体行为.在这种情况下,如果利用传统的多 agent 系统信念更新模型研究多 agent 系统的信念可达性,则引入了大量不必要的计算.

针对上述问题,本文在传统的多 agent 信念更新模型的基础上提出了信念距离的概念和新的可控网络中多 agent 系统信念距离更新模型,并对模型的合理性进行了证明.该模型对多 agent 系统中各个 agent 信念距离更新过程进行描述,不考虑各个 agent 在信念更新过程中的具体行为.利用一个线性系统对多 agent 系统信念收敛过程进行描述,简化了 agent 的信念更新过程,为可控网络中直接研究多 agent 系统信念的可达性和收敛速度提供了抽象平台.在该模型的基础上,对一般网络环境下实现可控网络的多 agent 系统的信念可达性及其收敛速度进行了分析,给出了多 agent 系统具有信念可达性的充分必要条件和 agent 达到 SCE 状态收敛速度的上限,并对全耦合网络和无尺度网络两种不同复杂网络环境下实现可控网络的多 agent 系统信念的可达性和收敛速度分别

进行了讨论.

本文第 1 节介绍可控网络中多 agent 系统的信念距离更新模型.第 2 节对多 agent 系统信念的可达性进行分析,给出判断信念是否可达的充要条件.第 3 节对多 agent 系统信念可达的收敛速度进行分析,给出其收敛速度的上限.第 4 节对两种复杂网络环境下多 agent 系统信念的可达性和收敛速度进行讨论.第 5 节对全文进行总结,并对未来工作进行展望.

1 多 agent 系统信念距离更新模型

传统的多 agent 系统信念更新模型是基于单个 agent 的具体行为对多 agent 系统的信念更新过程进行研究^[8-13].由于网络控制是一个动态过程,各个 agent 的信念更新过程随时会被网络事件打断,因此人们对信念更新过程中各个 agent 的更新行为并不关心,而是关心在当前网络条件下各个 agent 的信念是否可达及其收敛速度大小.因此,本节给出了一个新的用于分析可控网络中多 agent 系统信念可达性和收敛速度的模型.

在可控网络中,由于各个 agent 的观察能力有所不同,只能观察到自身周边的局部状态变化,另有相当的知识必须从其他 agent 那里获取,这就要求各个 agent 必须进行不断的交互才能达到自己的信念与网络状态的一致.一个完整的 agent 信念交互过程是一个变化-观察-更新-再变化-再观察-再更新的闭环过程,通过 agent 间不断的信念交互,最终达到信念与网络状态的一致,如图 1 所示.例如,在 agent 对路由进行决策时,一个 AS 内的路由变化将导致另一个 AS 内相关路由的变化,同时,后者的变化过程又可能反过来导致前者路由的再变化.通过不断反复,最终达到两个 AS 路由的稳定.在可控网络中, t 时刻网络状态可以用一个 n 维向量 $y(t)$ 表示, t 时刻 $agent_i$ 信念也可以用一个 n 维向量 $x^i(t)$ 表示.

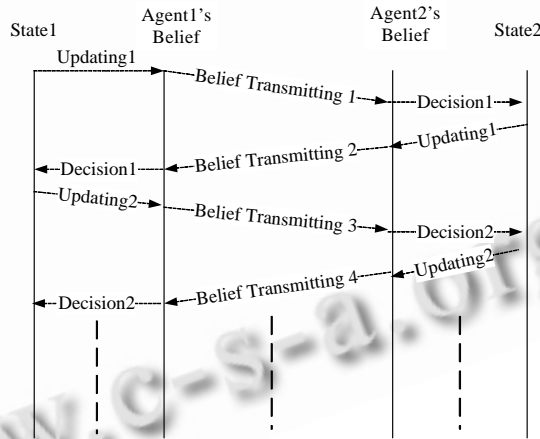


Fig.1 Belief communication process of multi-agent system

图 1 多 agent 系统信念交互过程

定义 1(信念距离(belief distance)). 在 t 时刻, $agent_i$ 的信念距离 $\tilde{x}^i(t)$ 定义为 $agent_i$ 的信念 $x^i(t)$ 到网络状态 $y(t)$ 的欧氏距离,即

$$\tilde{x}^i(t) = \|x^i(t) - y(t)\| \tag{1}$$

在 t 时刻,各个 agent 的信念距离可以组成一个 n 维向量 $\tilde{X}(t)$.再根据文献[10,11],可以认为当各个 agent 的信念距离为 0 时,agent 信念达到了与网络实际状态的一致,即 SCE 状态.于是,SCE 状态可如下定义:

定义 2(SCE 状态). 在 t 时刻,如果多 agent 系统的任意一个 agent 的信念距离 $\tilde{x}^i(t)$ 为 0,即

$$\tilde{X}(t) = 0 \tag{2}$$

则称该系统信念在 t 时刻达到了 SCE 状态.

定义 3(信念可达性(belief reachability)). 如果多 agent 系统信念收敛于 SCE 状态,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}(t) = 0 \quad (3)$$

则称多 agent 系统信念具有可达性。

从 agent 的信念更新过程可得,在正常情况下,通过相互之间的交互,各个 agent 到网络状态的信念距离也是不断更新的,为了方便地研究可控网络中多 agent 系统信念的可达性和收敛速度,基于各个 agent 信念距离的更新过程,本文提出了新的信念距离更新模型,如下面的定理所示。

定理 1. 可控网络中,各个 agent 信念的动态更新过程可以用如下线性差分方程组表示:

$$\dot{\tilde{X}}(t) = A\tilde{X}(t) \quad (4)$$

其中, $\dot{\tilde{X}}(t)$ 为 n 维列向量,表示在 t 时刻各个 agent 信念距离差分, A 是系数矩阵。

证明:agent_{*i*} 信念到网络状态的差分方程为

$$\tilde{x}^i(t+1) - \tilde{x}^i(t) = \|x^i(t+1) - y(t+1)\| - \tilde{x}^i(t) = \|\eta^i(t+1)\| - \tilde{x}^i(t),$$

其中, η_{n+1} 是 agent_{*i*} 对网络状态拟合的距离剩余量。在多 agent 系统中,agent_{*i*} 对网络状态拟合的距离剩余量是在与其他 agent 交互过程中由于其他 agent 的信念与网络状态的差别造成的,剩余量的大小由各个 agent 的信念到网络状态的距离来决定, $\|\eta^i(t+1)\| = h(\tilde{x}^1(t), \dots, \tilde{x}^i(t), \dots, \tilde{x}^n(t))$ 。可以简单地认为 h 是线性函数,即 $\|\eta^i(t+1)\|$ 可以表示成 $\tilde{x}^j(n)$ 的线性组合 $\|\eta^i(t+1)\| = \sum_{j=1}^n (b_{ij}\tilde{x}^j(t))$, 其中, $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 。令 $a_{ij} = b_{ij}(i \neq j)$, $a_{ii} = b_{ii} - 1$, 则 agent_{*i*} 信念到网络状态的差分方程可以写成:

$$\tilde{x}^i(t+1) - \tilde{x}^i(t) = \sum_{j=1}^n (a_{ij}\tilde{x}^j(t)) \quad (5)$$

所以,多 agent 系统的信念更新过程可以表示成的差分方程形式为 $\dot{\tilde{X}}(t) = A\tilde{X}(t)$ 。证毕。 □

在公式(5)中, a_{ij} 表示在 t 时刻 agent_{*j*} 所感知的网络状态变化造成下一时刻相关 agent_{*i*} 信念与网络状态距离变化的比例系数, $0 \leq a_{ij} \leq 1 (i \neq j)$, $-1 \leq a_{ii} \leq 0$, 且称为 agent 间的信念耦合度,称系数矩阵 A 为信念耦合矩阵。

定理 1 描述了可控网络中各个 agent 信念距离的更新过程,公式(4)以线性差分方程的形式给出一个新的信念更新模型,称为多 agent 系统信念距离更新模型(multi-agent system belief distance updating model)。因此,对可控网络中的多 agent 系统的信念可达性以及收敛速度的研究转化成了对线性差分方程组的研究。从定理 1 的证明过程中可以看出,新的多 agent 系统信念距离更新模型将各个 agent 信念更新行为对信念距离的影响作了抽象,不需要描述各个 agent 具体的更新行为,简化了对多 agent 系统可达性分析和收敛速度的复杂度,为可控网络中直接研究多 agent 系统信念的可达性和收敛速度提供了方便的平台。同时应该指出的是,由于可控网络中人们关心的是在当前网络条件下多 agent 系统的信念是否可达及其收敛速度,并不关心各个 agent 的具体行为,所以我们可以对各个 agent 信念更新的具体行为进行抽象。而在需要知道各个 agent 具体更新行为的应用环境下,多 agent 系统信念距离更新模型是不适合的。

2 多 agent 系统信念可达性分析

可控网络中,多 agent 系统信念具有可达性是实现网络有效控制的基础,各个 agent 只在具有相同的信念时才能对网络进行统一控制,避免网络控制的二义性。本节将在多 agent 系统信念距离更新模型的基础上,利用现代控制论的相关知识,对一般网络环境下实现可控网络的多 agent 系统信念的可达性进行分析,并给出相应的实例。

2.1 多 agent 系统信念可达性分析

定理 2. 多 agent 系统信念具有可达性,当且仅当信念耦合矩阵 A 的所有特征值都具有负实部。

证明:假定 A 有相异特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 则一定可由 n 个独立特征向量构成非奇异变换矩阵 P , 使得 A 对角化, 即 $A' = P^{-1}AP$, 其中 A' 是以 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为对角元素的对角矩阵, 则

$$e^{At} = Pe^{A^t}P^{-1} = P \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & & & \\ & e^{\lambda_2 t} & & \\ & & \dots & \\ & & & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} P^{-1} = P \sum_{i=1}^n E_i e^{\lambda_i t} P^{-1} = \sum_{i=1}^n P E_i P^{-1} e^{\lambda_i t} = \sum_{i=1}^n R_i e^{\lambda_i t},$$

其中, E_i 是一个矩阵, 它的对角线上第 i 个元素为 1, 其余元素为 0; $R_i = P E_i P^{-1}$ 为一个常数矩阵. 因此, 公式(4)的解为 $\tilde{X}(t) = e^{At} \tilde{X}(0) = \left(\sum_{i=1}^n R_i e^{\lambda_i t} \right) \tilde{X}(0)$, 其中 $\tilde{X}(0)$ 是初值.

充分性: 若 $Re(\lambda_i) < 0$ 成立, 则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}(t) = 0$. 所以, 多 agent 系统信念具有可达性. 充分性得证.

必要性: 采用反证法, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}(t) = 0$, 但是存在一些 λ_i 使得 $Re(\lambda_i) > 0$ 且 $R_i \neq 0$, 则在 $\tilde{X}(0) \neq 0$ 时, $\tilde{X}(t)$ 中的相应项将无限增长, 这与 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}(t) = 0$ 矛盾. 所以, $Re(\lambda_i) < 0$. 另外, 如果存在 $Re(\lambda_i) = 0$, 则在 $\tilde{X}(t)$ 相应项为常数, 此时也与 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{X}(t) = 0$ 矛盾. 必要性得证. 证毕. □

定理 2 给出了多 agent 系统在新的信念距离更新模型下具有信念可达性的充分必要条件, 可以看出, 可控网络中的多 agent 系统信念可达性问题与公式(4)构建的线性系统的渐进稳定性问题是等价的.

推论 1. 当多 agent 系统中的信念耦合矩阵 A 满足公式(6)的对角占优性条件时, 则多 agent 系统具有信念可达性.

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq i}} a_{ij} \tag{6}$$

证明: 因为 A 为对角占优矩阵, 所以 A 一定是非奇异的, 即 $\det A \neq 0$ ^[14], 故 A 所有特征值均不为 0. 定义 A 的 n 个 Ger 圆为 $|S - a_{ii}| \leq R_i$, 其中, $R_i = \left(\sum_{j=1}^N |a_{ij}| - |a_{ii}| \right)$ ($i = 1, 2, \dots, n$). 由于 $R_i = \left(\sum_{j=1}^N |a_{ij}| - |a_{ii}| \right) \leq -a_{ii}$, 故任一 Ger 圆可放大为 $|S - a_{ii}| \leq -a_{ii}$.

设 A 的任一特征值 $\lambda = a + bi \neq 0$, 则至少有一个正整数 $h (1 \leq h \leq n)$ 使得 $|\lambda - a_{hh}| = |a + bi - a_{hh}| < -a_{hh}$.

即 $(a - a_{hh})^2 + b^2 < a_{hh}^2$, 由上式得 $a^2 - 2a_{hh}a + a_{hh}^2 + b^2 < a_{hh}^2$, 故 $a^2 + b^2 < 2a_{hh}a$.

由于 $a_{hh} < 0$, 则 a 必然小于 0. 所以, A 的任一特征值 λ 的实部均小于 0.

根据定理 2 可知, 多 agent 系统具有信念可达性. 证毕. □

推论 1 给出了判断多 agent 系统可达性的充分条件. 通过推论 1 可以简单地判断出具有对角占优的信念耦合矩阵的可达性, 避免了求信念耦合矩阵的特征值, 节省了运算时间, 这对判断多 agent 系统的可达性, 特别是在网络规模很大的情况下是很有意义的.

2.2 实例

例 1: A_1, A_2, A_3 分别是 3 个多 agent 系统 MAS 1, MAS 2 和 MAS 3 各自的信念耦合矩阵, 矩阵的每一行都表示该行对应的 agent 与其他 agent 一次交互后, 其他 agent 对其信念距离的影响. A_1, A_2, A_3 是根据定理 1 提出的信念距离更新模型中对耦合矩阵的要求随机生成的, 如下所示:

$$A_1 = \begin{pmatrix} -0.84878 & 0.075706 & 0.063819 & 0.12743 & 0.085986 & 0.066239 \\ 0.11169 & -0.99357 & 0.042132 & 0.062858 & 0.015051 & 0.12193 \\ 0.16031 & 0.093739 & -0.94285 & 0.15005 & 0.12255 & 0.11411 \\ 0.027163 & 0.062052 & 0.1613 & -0.96943 & 0.0007 & 0.16308 \\ 0.12477 & 0.13213 & 0.079968 & 0.061386 & -0.89948 & 0.033964 \\ 0.062344 & 0.13254 & 0.061388 & 0.15291 & 0.15948 & -0.90112 \end{pmatrix},$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -0.9207 & 0.062538 & 0.039798 & 0.064406 & 0.070308 & 0.01094 \\ 0.021689 & -0.98948 & 0.010758 & 0.024773 & 0.073458 & 0.060394 \\ 0.04289 & 0.00358 & -0.95968 & 0.014821 & 0.058335 & 0.07496 \\ 0.053028 & 0.03091 & 0.0788 & -0.94243 & 0.062974 & 0.014225 \\ 0.033413 & 0.057775 & 0.030645 & 0.021995 & -0.91879 & 0.003585 \\ 0.040551 & 0.077985 & 0.027374 & 0.038145 & 0.033513 & -0.96007 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -0.95034 & 0.076475 & 0.053419 & 0.04989 & 0.000489 & 0.061663 \\ 0.065152 & -0.96766 & 0.082992 & 0.018435 & 0.06805 & 0.06826 \\ 0.002799 & 0.039332 & -0.95837 & 0.033223 & 0.057574 & 0.021737 \\ 0.071415 & 0.007338 & 0.035838 & -0.9749 & 0.081749 & 0.058668 \\ 0.056884 & 0.077092 & 0.069097 & 0.052795 & -0.99419 & 0.024706 \\ 0.066821 & 0.05654 & 0.009724 & 0.078749 & 0.003746 & -0.99314 \end{pmatrix},$$

对应 A_1, A_2, A_3 的特征值分别为

$$\lambda(A_1) = \begin{pmatrix} -0.4853 \\ -1.1201 + 0.0248i \\ -1.1201 - 0.0248i \\ -1.0319 + 0.0777i \\ -1.0319 - 0.0777i \\ -0.9975 \end{pmatrix}, \lambda(A_2) = \begin{pmatrix} -0.7313 \\ -1.1035 \\ -0.9518 \\ -1.0227 + 0.0208i \\ -1.0227 - 0.0208i \\ -1.0066 \end{pmatrix}, \lambda(A_3) = \begin{pmatrix} 1.8834 \\ -0.6045 + 0.3004i \\ -0.6045 - 0.3004i \\ -1.0009 + 0.3919i \\ -1.0009 - 0.3919i \\ -1.1825 \end{pmatrix}.$$

由于 A_1 和 A_2 的特征值 $\lambda(A_1)$ 和 $\lambda(A_2)$ 实部均小于 0, 所以这两个多 agent 系统的信念空间最终均是信念可达的. 如图 2 所示, 图中每条曲线代表了一个 agent 的信念收敛过程. 图中的曲线分成两组: MAS 1 的各个 agent 的信念收敛过程用图中的虚线表示; MAS 2 的各个 agent 的信念收敛过程用图中的实线表示. 从图中可以看出, 两个系统信念距离更新过程是收敛的. 而 $\lambda(A_3)$ 存在一个非负实部, agent 间信念更新量将随着网络时间而增大, MAS 3 的信念是发散的, 如图 3 所示.

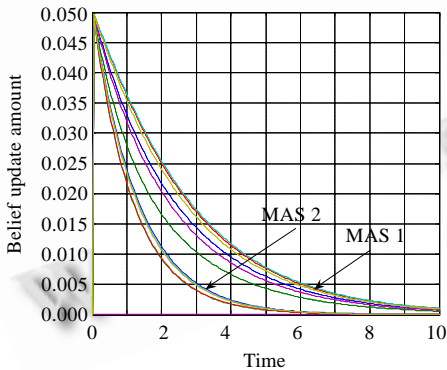


Fig.2 Belief convergence process of MAS 1 and MAS 2

图 2 MAS 1 和 MAS 2 的信念收敛过程

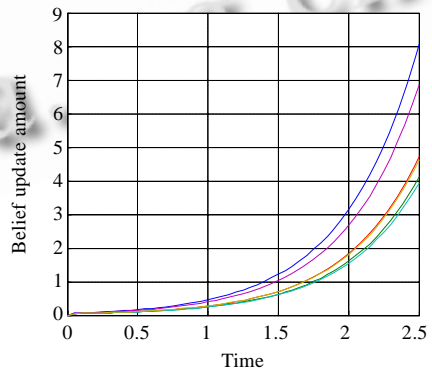


Fig.3 Belief convergence process of MAS 3

图 3 MAS 3 的信念收敛过程

3 多 agent 系统信念收敛速度分析

通过第 2 节的讨论, 得到了可控网络中多 agent 系统信念可达性的判别条件, 在系统具有可达性的情况下, 系统的收敛速度也是可控网络中多 agent 系统的重要性质. 本节将在多 agent 系统信念距离更新模型的基础上对网络控制中多 agent 系统信念的收敛速度进行讨论, 并给出相应的实例.

3.1 多agent系统信念收敛速度分析

定理 3. 多 agent 系统的信念收敛速度受到信念耦合度 a_{ij} 的约束,最大信念收敛速度 η 将小于 $-2\min(\operatorname{Re}(\lambda(A)))$.其中, $\lambda(A)$ 表示矩阵 A 的特征值.

证明:基于差分方程组 $\dot{X} = AX$,并利用线性变化 $\tilde{X} = TY$ (其中, T 为矩阵 A 的特征向量矩阵),可得如下等效线性系统 $\dot{Y} = AY$.其中, A 为 A 的各个特征根所组成的对角矩阵.基于上式构造相应的能量形式 Lyapunov 函数如下: $V(Y)=Y^T I Y$.

对应 Lyapunov 函数对于时间的微分为 $\dot{V}(Y) = \dot{Y}^T I Y + Y^T I \dot{Y} = \dot{Y}^T A^T Y + Y^T A \dot{Y} = \dot{Y}^T (A^T + A) Y$.

利用文献[12]动态系统瞬时响应公式可得收敛速度 η 满足: $\eta = -\frac{\dot{V}(Y)}{V(Y)}$.

故对于线性系统满足: $\eta = -\frac{\dot{V}(Y)}{V(Y)} = -\frac{Y^T (A^T + A) Y}{Y^T I Y} = -\frac{2Y^T A Y}{Y^T I Y} = \frac{-2A}{I}$.

因为 A 具有与矩阵 A 相同的特征值,所以最大信念收敛速度 $\eta < -2\min(\operatorname{Re}(\lambda(A))) = -2\min(\operatorname{Re}(\lambda(A)))$.证毕. \square

基于上述定理可得,信念的收敛速度 η 与 agent 信念耦合矩阵中最小特征值 $\lambda_{\min}(A)$ 相关.而 $\lambda_{\min}(A)$ 则受到矩阵 A 中 $\left(\sum_{j=1}^N |a_{ij}| - |a_{ii}| \right)$ 值的影响,即某个 agent 由于环境导致信念的变化量与相关 agent 的信念变化量差值必须限定在一定区间.同时,差值大小决定 agent 信念收敛的速度.

定理 3 给出了多 agent 系统收敛速度的上限,可以用来判断发生网络事件造成网络抖动后系统的最快恢复时间,这是验证多 agent 系统能否对网络实现有效控制的重要条件.

3.2 实例

以例 1 中 MAS 1 和 MAS 2 为例,两个多 agent 系统信念距离的收敛过程如图 2 所示.通过图 2 中两个 agent 系统信念收敛过程比较可得,MAS 2 比 MAS 1 具有更快的信念收敛速度,而比较两个系统的特征值最小实部可得, $-2\min(\operatorname{Re}(\lambda(A_1))) < -2\min(\operatorname{Re}(\lambda(A_2)))$,这就验证了定理 3 的结论.

4 复杂网络环境下,多 agent 系统信念可达性和收敛速度分析

在第 2 节和第 3 节中分别研究了在一般网络环境下,多 agent 系统信念的可达性和收敛速度.在特殊的复杂网络环境下,由于多 agent 系统信念可达性受到网络本身特有的拓扑性质的影响,具有自身特有的性质.本节基于两种不同网络的特点,将分别讨论在全耦合网络和无标度网络环境下多 agent 系统信念可达性和收敛速度.

4.1 全耦合网络下,多agent系统信念可达性和收敛速度分析

在全耦合网络中,对多 agent 系统的信念可达性分析与普通网络下系统的信念可达性分析一样.在本节中,我们将重点讨论在全耦合网络中网络规模对网络收敛速度的影响.全耦合网络是指网络的每个节点与另外所有节点都交换信息,全耦合网络的耦合矩阵 A 的每个元素都不为 0.假设随着网络规模的增加,原来的网络节点之间的耦合度不会发生变化,即耦合度 a_{ij} 与矩阵的规模无关.

定理 4. 全耦合网络下多 agent 系统中各个 agent 信念收敛速度随着网络规模的增加而减少.

证明:设全耦合网络为 N ,其耦合矩阵为 A .向 N 中增加一个节点 k 形成全耦合网络 N' , N' 的耦合矩阵为 A' ,则有

$$A' = \begin{pmatrix} A & \vdots \\ \dots & a_{n+1n+1} \end{pmatrix}.$$

由公式(4)可知, N 中节点 i 在 $t+1$ 时刻信念距离的差分方程为 $\tilde{x}^i(t+1) - \tilde{x}^i(t) = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \tilde{x}^j(t))$.所以, N 中节点 i

在 $t+1$ 时刻信念到网络状态的距离为 $\tilde{x}^i(t+1) = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \tilde{x}^j(t)) + \tilde{x}^i(t) = \sum_{j=1}^n (a_{ij} \tilde{x}^j(t)) + (1 + a_{ii}) \tilde{x}^i(t)$.

同理,在 N' 中节点 i 在 $t+1$ 时刻的信念距离为 $\bar{x}^i(t+1) = \sum_{j=1}^n (a_{ij}\bar{x}^j(t)) + (1+a_{ii})\bar{x}^i(t) + a_{m+1}\bar{x}^{m+1}(t)$.

因为 $a_{ij} > 0 (i \neq j), \bar{x}^j(t) > 0, (1+a_{ii}) > 0$, 假设 $\bar{x}^i(1) = \bar{x}^i(1)$, 则 $\bar{x}^i(2) > \bar{x}^i(2)$. 由归纳法容易证明 $\bar{x}^i(t+1) > \bar{x}^i(t)$, 所以在网络 N 中, 节点 i 的收敛速度大于其在网络 N' 中的收敛速度. 证毕. \square

为了验证在全耦合网络环境下网络规模对系统中各个 agent 信念收敛速度的影响, 我们给出下面的例子:

例 2: MAS 4 表示 3 个节点的全耦合网络 N_4 下的多 agent 系统, MAS 5 表示在 N_4 中添加 3 个节点后形成的 6 个节点的全耦合网络下的多 agent 系统. 在添加节点后, 原来的网络节点之间的信念耦合度不变, 两个网络的耦合矩阵如下:

$$A_4 = \begin{pmatrix} -0.9117 & 0.076849 & 0.069229 \\ 0.10675 & -0.90536 & 0.050833 \\ 0.034845 & 0.13237 & -0.85427 \end{pmatrix}, A_5 = \begin{pmatrix} -0.9117 & 0.076849 & 0.069229 & 0.16501 & 0.053339 & 0.073321 \\ 0.10675 & -0.90536 & 0.050833 & 0.13148 & 0.16002 & 0.15556 \\ 0.034845 & 0.13237 & -0.85427 & 0.07311 & 0.12111 & 0.11389 \\ 0.063303 & 0.009863 & 0.002501 & -0.91695 & 0.068659 & 0.035427 \\ 0.13055 & 0.10048 & 0.12799 & 0.035661 & -0.87591 & 0.13987 \\ 0.11347 & 0.008378 & 0.16181 & 0.10725 & 0.044658 & -0.8952 \end{pmatrix}.$$

如图 4 所示, 实线部分表示的是 MAS 4 的 3 个节点的 agent 的信念收敛过程, 虚线部分表示的是 MAS 5 对应的 3 个节点的 agent 信念收敛过程. 从图中可以明显地看出, 在 MAS 4 中, 每个 agent 的收敛速度都比网络规模扩大后的收敛速度要快. 但是应当指出的是, 这不能说明 MAS 4 的最大收敛速度比 MAS 5 的最大收敛速度要快. 全耦合网络的规模影响已有的各个 agent 的收敛速度, 新增加的节点的收敛速度可能比原来网络的最大收敛速度更快. 所以, 规模扩大前后, 系统的最大收敛速度无法进行比较.

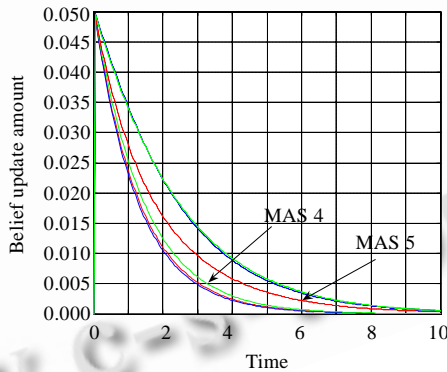


Fig.4 Belief convergence process of MAS 4 and MAS 5

图 4 MAS 4 和 MAS 5 的信念收敛过程

4.2 无标度网络下,多agent系统信念可达性和收敛速度分析

无标度网络是一种连接分布非常不均匀的网络,网络上的多数节点都与极少数节点连接.无标度网络具有以下两个重要特征^[15,16]:第一,增长特性:网络规模是不断增大的;第二,优先连接特性:新的节点更倾向于与那些具有较高连接度的“大”节点(称为集散点)连接.在现实生活中有很多实例,包括 Internet,WWW 以及新陈代谢网络等都是无标度网络.在无标度网络中,经常会出现病态节点,因此本节将重点分析当出现病态节点时,无标度网络下的多 agent 系统的信念可达性,对其信念收敛速度的分析将与第 3 节给出的方法一样.

由于无标度网络的连接度分布具有幂律形式,在无标度网络下连接度很高的节点很少,剩下的点的连接度很低,所以无标度网络的信念耦合矩阵是一个稀疏矩阵,在少数几行(列)数据密集,剩余行(列)数据非常稀疏.

推论 2. 无标度网络下,如果集散点对应是对角占优的,那么存在一个 $k(m \leq k \leq n)$, 去掉 $n-k$ 个非集散点后,剩下的 k 个节点组成的多 agent 系统具有信念可达性.其中, m 表示集散点的数量, n 表示网络节点的数量.

该推论由推论 1 明显得证.

由推论 2 可知,无标度网络下的多 agent 系统的信念可达性主要是由集散点决定的.在无标度网络下,集散点是网络的骨干部分,保证集散点自身具有信念可达性是保证多 agent 系统信念收敛性的基础.因此,假设在无标度网络下的多 agent 系统中,集散点对应的耦合矩阵中的行是对角占优的,下面的讨论也基于该假设.

由于无标度网络中集散点的数量在整个网络中占的比例非常小,并且稳定性好,那么如果一个初始具有信念可达性的系统信念出现发散时,说明当前网络上出现了病态的非集散节点(比如这些节点遭受到了攻击).在这种情况下,可以通过删除病态节点而使系统恢复到稳定状态.由推论 2 可知,可以删除所有对角不占优的非集散点,使得系统达到信念一致状态.然而,我们希望找到一种算法,能够在删除尽量少的非集散点的情况下达到系统的信念一致状态.对于寻找删除最少非集散点的算法,本文不作讨论.

定义 4(多 agent 系统信念的次可达性). 如果任意 agent 信念空间 $x(t)$ 与网络状态空间 y 的距离收敛于一个定值 $\delta(\delta \neq 0)$,即

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{x}(t) = \delta \quad (7)$$

则称该 agent 网络控制系统信念具有次可达性.

定理 5. 如果集散点对应的耦合矩阵行是对角占优的,那么在无标度网络下多 agent 系统中,多 agent 系统信念空间具有次可达性.

证明:由推论 2 可知,存在一个 $k(m \leq k \leq n)$,删除 $n-k$ 个病态节点后,使剩余的信念空间 k 维信念子空间具有信念可达性.于是在 t 时刻,把系统的网络状态空间分成两部分 $y(t)=(y_1(t), y_2(t))$,其中, $y_1(t)$ 为 k 维向量.这样,将网络状态空间 Ω 分成了两个子空间 Ω_1 和 Ω_2 ,相应地,将各个 agent 的信念空间分成两部分 $x^i(t)=(x_1^i(t), x_2^i(t))$,则 $agent_i$ 的信念距离可表示为 $\bar{x}^i(t) = \sqrt{\bar{x}_1^i(t)^2 + \bar{x}_2^i(t)^2}$.

在 Ω_1 中,多 agent 系统信念更新过程为 $\dot{\bar{X}}_1(t) = A_1 \bar{X}_1(t)$,其中, A_1 是 A 中删除了 $n-k$ 个非对角占优的行和列后得到的耦合矩阵,则由推论 1 可得 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{x}_1^i(t) = 0$.在 Ω_2 中,由于 $n-k$ 个 agent 没有参与信念更新,所以其对应的 k 维信念子空间没有发生变化,即到网络状态空间的距离为常数 $\bar{x}_2^i(t) = \delta$.

综合上述,可得 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{x}(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \sqrt{\bar{x}_1^i(t)^2 + \bar{x}_2^i(t)^2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \bar{x}_2^i(t) = \delta$.

所以,无标度网络具有次可达性.证毕. \square

定理 5 表明,在无标度网络下,多 agent 控制系统具有局部可达性,即删除病态节点后,剩下的节点在剩余子空间上具有信念可达性.并且,删除病态节点后,多 agent 系统在原空间上只具有次可达性,因为被删除的节点无法与其他 agent 交互,其他 agent 将无法获得被删除节点的信息,也就不能对与其相关的信念进行更新,只能停留在初始状态下对这些节点的信念.

为了验证无标度网络下病态节点对多 agent 系统信念可达性的影响,我们给出下面的例子:

例 3:利用无标度网络的典型构造算法^[17]随机产生一个无标度网络,选择初始生成网络的邻接矩阵为 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.每次引入一个新节点,连接到两个已存在的节点上,最后生成一个具有 120 个节点的无标度网络.为了研究病态节点对无标度网络下多 agent 信念可达性的影响和删除病态节点后无标度网络的次可达性,引入了 40 个病态节点.

如图 5 所示,无标度网络在病态节点存在的情况下,多 agent 系统的信念是发散的,并且实验结果表明,不仅病态节点自身的信念是发散的,其他节点也存在发散的情况,这验证了无标度网络在少量病态节点的存在对网络健壮性的影响^[17].图 6 给出了删除病态节点以后,无标度网络下多 agent 信念的收敛过程.Agent 信念表现出的次可达性验证了定理 5 的结论,各个 agent 的信念距离收敛于某个值,但是不会收敛到 0.因为网络删除部分节点后,剩余 agent 对网络删除部分原来的信息无法认识,其信念只能停留在最初的信念上而不会更新.所以,剩余 agent 的信念距离会始终保持大于某个值并最终收敛于该值.应该指出的是,剩余 agent 组成的多 agent 系统对网

络的剩余部分的信念具有可达性.

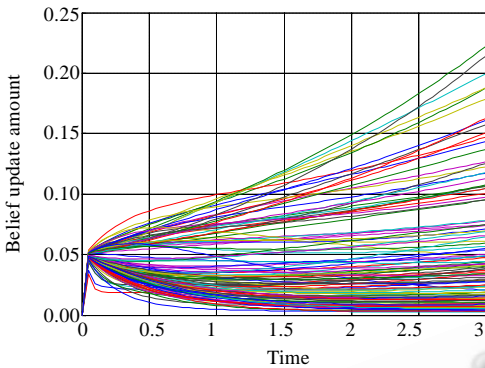


Fig.5 Belief convergence of multi-agent system under scale-free network with ill-condition nodes

图 5 无标度网络下删除病态节点前多 agent 系统信念收敛过程

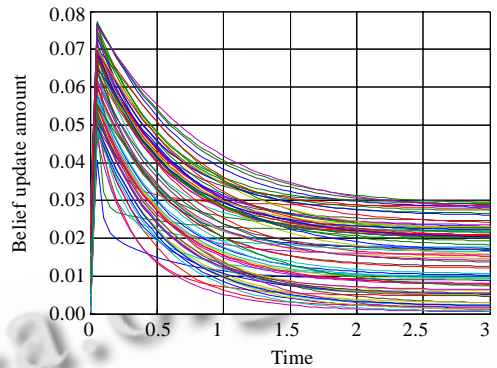


Fig.6 Belief convergence of multi-agent system under scale-free network without ill-condition nodes

图 6 无标度网络下删除病态节点后多 agent 系统信念收敛过程

5 总结与展望

在可控网络中,利用多 agent 系统是网络控制的一种重要方法,而多 agent 系统的信念可达性是实现网络有效控制的基础.因此,对多 agent 系统信念可达性和收敛速度的研究具有非常重要的意义.本文提出了新的多 agent 系统信念距离更新模型,将可控网络中多 agent 系统信念可达性问题转化为一个线性系统问题,简化了研究可控网络中多 agent 系统信念可达性和收敛速度的复杂性,并在该模型的基础上研究了多 agent 系统信念的可达性和收敛速度.另外,考虑到复杂的网络环境对多 agent 系统信念的影响,本文还对全耦合网络和无标度网络两种复杂网络环境下,多 agent 系统的信念可达性和收敛速度进行了讨论.

在本文提出的信念距离更新模型下,还有很多问题有待研究:第一,本文没有考虑时延因素对信念更新的影响,只是在各个 agent 信念更新过程同步的理想条件下考虑多 agent 系统的信念可达性问题.然而在现实网络控制中,各个 agent 信念更新过程是不可能同步的,容易造成各个 agent 信念更新的不一致,从而影响多 agent 系统信念的可达性;第二,在无标度网络下,当出现病态节点情况时,如何保证在删除最少节点的情况下,让多 agent 系统实现在剩余网络下实现信念可达性,这是一个很有意义的问题.

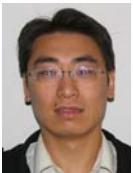
References:

- [1] Greenberg A, Hjalmtysson G, Maltz DA, Myers A, Rexford J, Xie G, Yan H, Zhan J, Zhang H. A clean slate 4D approach to network control and management. In: Proc. of the ACM SIGCOMM Computer Communication Review. 2005. [http://166.111.120.94/acm/Files/20100311090930625882\[@58.192.124.166\]@page.pdf](http://166.111.120.94/acm/Files/20100311090930625882[@58.192.124.166]@page.pdf)
- [2] Clark D, Shenker S, Falk A. GENI research plan. Technical Report, GDD-06-28, GENI Planning Group, 2007. <http://groups.geni.net/geni/attachment/wiki/OldGPGDesignDocuments/GDD-06-28.pdf>
- [3] Lin C, Ren FY. Controllable, trustworthy and scalable new generation Internet. Journal of Software, 2004,15(12):1815-1821 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/1815.htm>
- [4] Lin C, Lei L. Research on next generation internet architecture. Chinese Journal of Computers, 2007,30(5):693-711 (in Chinese with English abstract). <http://dlib.edu.cnki.net/kns50/detail.aspx?QueryID=82&CurRec=2>
- [5] Altman E, Azouzi R, Poutallier O. Avoiding paradoxes in multi-agent competitive routing. Computer Networks, 2003,43(2):133-146. [doi: 10.1016/S1389-1286(03)00231-7]
- [6] Emanics. Introduction to promise theory. 2006. <http://project.iu.hio.no/promises.php>

- [7] Burges M, Sandnes FE. A promise theory approach to collaborative power reduction in a pervasive computing environment. *Lecture Notes on Computer Science*, 2006,4159:615–624. [doi: 10.1007/11833529_63]
- [8] Cohen PR, Levesque HJ. Intention is choice with commitment. *Artificial Intelligence*, 1990,42(2-3):213–261. [doi: 10.1016/0004-3702(90)90055-5]
- [9] Rao AS, Georgeff MP. BDI agents: From theory to practice. In: *Proc. of the 1st Int'l Conf. on Multi-Agent Systems (ICMAS'95)*. San Francisco, 1995. <http://www.agent.ai/doc/upload/200302/rao95.pdf>
- [10] Drew F, Levine D. *The Theory of Learning in Games*. Cambridge: MIT Press, 1998.
- [11] Sargent TJ. *The Conquest of American Inflation*. Princeton: Princeton University Press, 1999.
- [12] Williams N. *Escape dynamics in learning models*. Working Paper, Princeton University Press, 2004.
- [13] David K. *Anticipated Utility and Dynamic Choice*, *Frontiers of Research in Economic Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [14] Chen WC. *The Matrix Theory in Linear Control System*. Beijing: China Water Power Press, 2000 (in Chinese).
- [15] Barabasi AL, Albert R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 1999,286(5439):509–512. [doi: 10.1126/science.286.5439.509]
- [16] Bollobas B, Riordan OM. *Mathematical results on scale-free random graphs*. In: *Handbook of Graphs and Network*. 2003. http://hydra.icgeb.trieste.it/~pongor/biophys-homepage/Network_handbook/CH001.pdf
- [17] Wang XF, Li X, Chen GR. *Complicated Network Theory and Application*. Beijing: Tsinghua University Press, 2006 (in Chinese).

附中文参考文献:

- [3] 林闯,任丰原.可控可信可扩展的新一代互联网.软件学报,2004,15(12):1815–1821. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/1815.htm>
- [4] 林闯,雷蕾.下一代互联网体系结构研究.计算机学报,2007,30(5):693–711.
- [14] 陈维曾.线性控制系统中的矩阵理论.北京:中国水利水电出版社,2000.
- [17] 汪小帆,李翔,陈关荣.复杂网络理论及其应用.北京:清华大学出版社,2006.



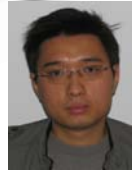
王鹏(1983—),男,山东青岛人,博士生,主要研究领域为下一代互联网.



卞正皓(1975—),男,博士,工程师,主要研究领域为网络管理.



罗军舟(1960—),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为下一代网络体系结构,协议工程,网络安全与管理,网格计算.



曲延盛(1982—),男,博士生,主要研究领域为下一代互联网,资源控制.



李伟(1978—),男,博士,讲师,CCF 会员,主要研究领域为网络管理.