网络编码中的优化问题研究

黄 政 1,2 王 新 1,2+

1(复旦大学 计算机科学技术学院,上海 200433)

Research on the Optimization Problems in Network Coding

HUANG Zheng^{1,2}, WANG Xin^{1,2+}

Huang Z, Wang X. Research on the optimization problems in network coding. Journal of Software, 2009,20(5): 1349-1361. http://www.jos.org.cn/1000-9825/3503.htm

Abstract: This paper briefly reviews the theoretical researches on network coding, from which the significance of research on optimization problems is revealed. Based on the network information flow model, it makes a survey on the formulation, characteristics and algorithms of optimization problems with the latest results. According to the goal of optimization, the typical optimization problems in network coding are classified into four categories: minimum-cost multicast, throughput maximization in undirected networks, minimum number of coding nodes and links, topology design of network coding-based multicast networks. The general approaches to deal with these problems are categorized. For (linear or convex) programming problems, the solutions are summarized; for NP complete problems, the latest heuristic algorithms and their difficulties are analyzed. The perspectives on future work are also discussed.

Key words: network coding; wireless network coding; optimization; linear programming; convex programming; NP complete problem; genetic algorithm

简要回顾了网络编码的理论研究,阐述了网络编码优化问题研究的重要意义.在介绍网络信息流模型的 基础上,针对优化问题的陈述、特点和解法,结合最新的研究成果进行了综述,根据优化目标的不同,优化问题可分成 4类:最小花费组播,无向网络的最大吞吐率,最小编码节点、编码边,基于网络编码的网络拓扑设计.归纳了问题的求 解性质,对其中的(线性或凸)规划问题总结了求解的一般方法,对 NP完全问题讨论了最新的启发式算法及其设计难 点.同时,展望了未来的发展方向.

关键词: 网络编码;无线网络编码;优化;线性规划;凸规划;NP 完全问题;遗传算法

Received 2008-06-24; Accepted 2008-10-17

²⁽综合业务网理论及关键技术国家重点实验室,陕西 西安 710071)

¹(School of Computer Science and Technology, Fudan University, Shanghai 200433, China)

²(State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xi'an 710071, China)

⁺ Corresponding author: E-mail: xinw@fudan.edu.cn

^{*} Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60702054 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA01Z203 (国家高技术研究发展计划(863)); the Shanghai Rising-Star Program of China under Grant No.08QA14009 (上海市科委启明星计划); the Open Funds of the State Key Laboratory of Integrated Service Networks of China under Grant No.ISN-9-06 (综合业务网理论及关键技术国家重点实验室开放课题)

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

网络编码是 Ahlswede 等人于 2000 年提出的一种网络数据传输方式^[1].它在概念上是路由的扩展.在传统的基于路由的网络(下文简称路由网络)中,网络节点(路由器、交换机等)只执行数据的转发和复制两项操作;而在使用网络编码的网络中,网络节点原则上能够对接收到的数据进行任意的编码操作(如线性变换等),再将编码结果复制或转发.与路由相比,网络编码的优势主要体现在组播应用中.它可以提升吞吐率,达到有向网络(directed networks)的组播容量(multicast capacity)^[1].

在路由网络中,路由过程包括两个基本步骤:

- (1) 选择最佳路径.选择路径时,先确定最佳路径的计量标准(metric),如路径长度等.路由器之间相互交换 链路信息,据此通过路由算法确定源到目的节点的最佳路径,并维护和更新存有路径信息的路由表.
- (2) 数据的交换转发,路由器对于要处理的数据,根据路由表查找下一跳节点的输出端口,并将数据转发. 其中,选择最佳路径是路由网络中典型的优化问题.已有的研究表明,对于较为复杂的应用场景,如组播路由或 QoS 路由,该问题是 NP 完全问题,只能通过近似算法或启发式算法求解^[2,3].

网络编码主要应用于组播传输.类比于路由方式,其数据分发也包括两个基本步骤:

- (1) 选择最佳编码子图:类似于选择最佳路由,目的是选择数据从源到目的节点的最佳分发路径.
- (2) 确定编码方案:在编码子图中确定每个节点对收到的数据包的编码和转发方式.

最佳编码子图与最佳路径的区别在于:在网络编码的分发策略中,源与每个目的节点之间都可能存在多条路径,并且从源到不同目的节点的多条路径之间可能存在共享链路,因此一般用子图的概念代替路径来描述网络编码的分发策略.确定编码子图后,下一步是确定节点的编码和转发方案.与路由方式相比,编码的使用给网络节点增加了编解码负担和缓存的开销.因此,在确定编码方案时需要考虑如何在保证通信需求的前提下尽可能地减少编码操作.

作为路由方式的扩展,网络编码在提升网络吞吐率、提高数据传输的稳定性、简化调度策略等方面有巨大的潜力.但另一方面,编码操作的引入、编码向量的传递也给网络节点带来了额外的计算和控制开销.如何最大限度地发挥网络编码的潜力,并尽量减小额外的开销,是网络编码优化研究的核心目的.研究网络编码的优化,为路由中的最优路径选择等问题提供了新的框架和更有效的算法,但也存在相当大的困难,需要进行深入的分析,结合优化理论的研究找到有效的解决方法.本文通过对网络编码中几个典型问题研究的剖析和总结,希望使更多的研究人员关注网络编码的优化理论,对其中的困难提出创新的见解,得出更实用的理论成果.

本文第 1 节介绍研究网络编码优化的背景和意义.第 2 节描述网络的信息流模型.该模型用于表述网络编码优化问题中的约束条件.第 3 节根据优化目标分类介绍网络编码中的典型优化问题.第 4 节分析和总结求解这些优化问题的一般算法.第 5 节展望未来的研究方向.第 6 节作简短的总结.

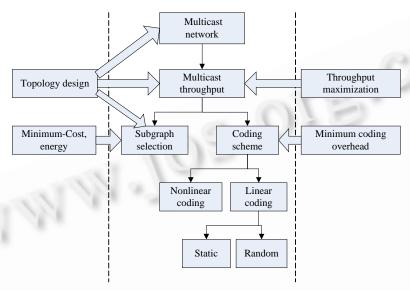
1 研究背景和意义

网络编码的思想是由 Ahlswede 等人提出来的.他们首先证明^[1],使用网络编码可以达到有向网络的组播容量,即源节点和每个目的节点之间最大流中的最小值.而在路由方式中,该容量一般是无法达到的.此后,关于网络编码的理论研究集中在如何有效地构造具体的编码方案上.Li 和 Koetter 等人分别研究了线性网络编码 (linear network coding)^[4,5],证明只需运用线性编码即可达到网络容量.接着,Jaggi 等人给出了在多项式时间内构造线性网络编码的集中式算法^[6].Ho 等人随后提出了随机线性网络编码(random linear network coding)的概念^[7],指出每个编码节点独立选取线性编码系数时,目的节点仍能以极大的概率达到网络的组播容量.随机线性网络编码具有分布式的特性,无须事先确定编码系数,因此适合网络编码的实际应用.

上述的理论成果可以回答这样的现实问题:给定一个网络和每条链路的容量(capacity),判断其能否支持一个组播业务需求?若能支持,每个节点如何进行编码操作.对这个问题的回答,首先可根据源和目的节点以及链路的容量求出网络的组播容量.若组播容量不小于组播业务速率,则可以支持该组播.然后确定具体的编码方

案,采用随机网络编码即可满足要求.

为了使网络编码更具实用性,需要在现有的理论成果上深入考虑一些优化问题.例如:在确定编码方案时, 如何尽量减少节点上的编解码操作;为了支持一个给定的组播业务需求,如何使用最少的网络资源:在用无向图 表示的实际网络如无线网络中,如何取得最大的网络吞吐率:如何设计以面向组播业务为主的运用网络编码技 术的网络拓扑.这些问题都是网络编码中涉及的优化问题,其优化的对象作用于网络编码研究的各个层面(如 图 1 所示).



Research of network coding and where the optimization is required 图 1 网络编码的研究和优化问题的着眼点

研究网络编码中优化问题的意义在于:

(1) 推动支持网络编码的网络拓扑设计

原先 Internet 中的数据业务主要面向单播应用.因此从网络拓扑的构建、路由器的架构到路由协议的设计 都以单播应用的考虑为主,随着组播业务的普及,网络元素的设计更多地需要考虑如何更好地支持组播的数据 分发.而网络编码正是传输组播数据的最佳方式之一.考虑面向组播业务、支持网络编码的网络拓扑如何构建, 将大大推进网络编码理论在实际组播业务中的应用.

(2) 为优化选路提供新的理论框架

在路由网络中,建立有向和无向网络中的组播路由问题等价于 Steiner 树问题,属于 NP 完全问题,只能用近 似算法或启发式算法求解[2,3].同样的问题在引入网络编码后转换成了线性规划或凸规划问题,可以设计多项式 时间内的有效求解算法.考虑如何为最佳编码子图的选择设计分布式的算法,将推动支持网络编码选路的路由 协议的设计.

(3) 优化网络编码控制信息和计算开销优化

网络编码的概念被提出来以后,在实际网络中还没有普及使用,在有线网络中,现有的网络编码应用场景主 要是 P2P 网络.网络编码的确有效地简化了 P2P 的数据调度策略^[8],但 P2P 网络编码的实际结果表明,网络编码 并没有取得理论上揭示的,尤其是在吞吐率方面的巨大优势,同时,节点上编、解码开销相当可观,严重影响了系 统性能^[9].如何取得网络中的最大吞吐率,并尽可能减少编解码的控制和计算开销,这一优化问题的研究将推动 网络编码的实际应用.

2 模型

本节介绍网络的信息流模型[1].该模型主要用于表述优化问题中的约束条件.

网络用有向图 G=(V,E)表示,其中 V 是网络节点的集合,包括网络中的源节点、转发节点和目的节点; $E=(ij)(i\in V,j\in V)$ 是连接这些节点的边的集合,每条边(ij)表示从节点 i 到节点 j 的一条有向链路.E 中的每个元素(ij)上设有一个非负容量 c(ij),所有边上的容量集合记为 C.

定义 $\mathbf{1}(s-t \hat{\mathbf{x}})^{[1]}$. 给定网络中两个不同的节点 s 和 t,其中 s 称为源节点,t 称为目的节点.一个 s-t 流是一个 E 的赋值函数 f,为每条(ij) $\in E$ 分配一个流量值 f(ij).把离开节点 i 的所有出边上的流量之和记为 $f^+(i)$,把进入节点 i 的所有入边上的流量之和记为 $f^-(i)$.我们称一个 s-t 流是可行的,如果该流满足:

- (1) 容量约束,即 $f(ij) \le c(ij)$;
- (2) 流守恒约束,即对于每个网络中间节点 i,有 $f^+(i)=f^-(i)$.

进入(流出)目的节点 t(源节点 s)的净流量 $f^-(t)-f^+(t)$ 称为 s-t 流的值.

定义 **2**(子图)^[10]. 用 G'=(V',E',C')表示 G=(V,E,C)的子图,其中 V'和 E'分别是 V 和 E 的子集,对于 E 中任意 边(ij),有 $c'(ij) \le c(ij)$.

定义 3(组播需求). 一个组播需求定义了源节点集合 S,目的节点集合 T 以及每个源节点的信息发送速率. 在实际应用中,我们一般假定单源的情形.

定义 4(流的合成)^[11]. 给定一个源节点 s 和一组目的节点 $T, f_t(t \in T)$ 是一组对应的 $s-t(t \in T)$ 流.流的合成是指 子图 $G_z=(V,E,z)$,其中 $z(ij)=\max f_{t \in T}(ij)$, $(ij)\in E$.

例 1:图 $2^{[1]}$ 是一个有向图 G,图 2(a)中的每条边(ij)上标注了容量 c(ij);图 2(b)中标注了一个 s- t_1 流 f_1 ,流值为 1;图 2(c)中标注了一个 s- t_2 流 f_2 流值为 2.(d)标注了 f_1 和 f_2 的合成.

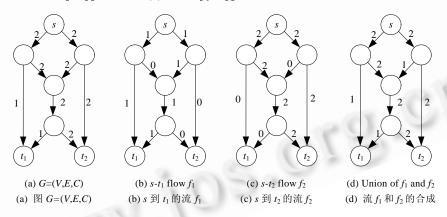


Fig.2 图 2

给定了源节点和目的节点,一个网络的组播容量是源 s 到所有目的节点 $t \in T$ 的最大流中的最小值^[1],即 $\min_{t \in T} (\max f_t)$.因此,对于流 $\{f_t, t \in T\}$ 的合成产生的子图 G_z ,其组播容量至少为 $\min_{t \in T} f_t$.

3 研究现状

本节分类介绍网络编码下的优化问题研究进展.根据优化目标区分,把优化问题分成 4 类:最小花费组播,最大无向网络吞吐率,最小编码节点、编码边,基于网络编码的网络拓扑设计.其中,前两个问题是路由网络中也存在的,已有很多研究^[2,3].这些问题在路由网络下是 NP 完全问题.在网络编码下这些问题转化成了线性规划 (linear programming)或凸规划(convex programming)的问题.后两个问题是随着网络编码的引入而新增的优化问题,是 NP 完全问题,对它们的有效求解对于推动网络编码的实际应用具有重要的意义(如图 3 所示).

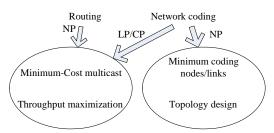


Fig.3 Optimization problems in network coding 网络编码中的优化问题

3.1 最小花费组播(minimum-cost multicast)

定义 5(最小花费组播). 在满足组播需求的前提下,最小化网络中的资源消耗.

最小花费组播是网络编码在选择最佳编码子图时遇到的典型优化问题,在不同的需求和网络结构下,对"资 源花费"有不同的计算标准,在此分 3 类加以讨论.在讨论中,假定网络中只有单个组播的情形,对于多组播并发 的优化,还存在理论上的困难,我们将在第5节介绍.

3.1.1 有线网络,固定组播速率

有线网络中的最小组播花费问题,在路由网络中很早就有研究.在最简单的情形(源和目的节点始终固定) 下的情形下,该问题相当于求解以组播源节点为根,目的节点为叶的 Steiner 树问题.该问题属于 NP 完全问题. 现有的求解方法包括无向图和有向图中建立 Steiner 树的启发式算法[12].

文献[10]中首次在网络编码的框架下考虑了固定组播速率的最小花费组播,将该问题表述成规划问题,其 约束条件要求产生的编码子图的组播容量不小于组播需求中的源节点发送速率 R.根据网络流模型,即要求从 源 s 到每个节点 $t \in T$ 都存在一条值不小于 R 的可行流 f_t ,所有可行流 $f_t(t \in T)$ 的合成产生的编码子图 G_t 即是满足 组播需求的子图.这些约束要求可以表述为一组线性不等式.该优化问题的目标函数是关于链路流量 z 的花费 函数(cost function)f.

例 $2^{[13]}$:以例 1 中的网络为例,建立最小花费组播.组播需求:源节点 s,目的节点 t_1,t_2 :设 s 的发送速率为 1.假 设花费函数f为线性函数,即 $f = \sum_{(ii) \in E} a_{ij} Z_{ij}, a_{ij}$ 是链路(ij)上单位流量耗费的代价.

图 4(a)中标出了每条边上的 a_{ii} 图 4(b)和图 4(c)分别标注了从 s 到 t_1 和 s 到 t_2 的可行流,图 4(d)是 f_1 和 f_2 合 并生成的编码子图.根据花费函数 f 的计算,该组播的花费为 19/2,是在能够支持组播需求前提下的最优解.在确 定编码子图后,编码方案如图 4(e)所示.

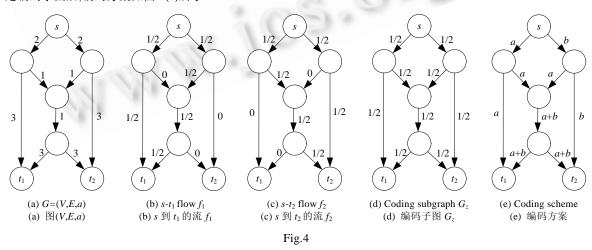


图 4

文献[13,14]中详细讨论了目标函数 f 在各种不同形式下问题的求解.当 f 为线性可分(linear,separable cost) 函数(如例 2)时,该问题是标准的线性规划问题.这里,可分是指花费的计算可以先在每条链路(ij)上分别进行,再求和算出总花费.线性可分的花费函数模型在实际中可表示使用链路带宽的花费、链路上消耗能量的花费等 [13].问题的求解是基于对偶次梯度方法(subgradient method)的分布式算法.文献中也考虑了花费函数为凸可分(convex,separable cost)形式时问题的求解.凸可分花费函数可以表示实际中的链路延迟或拥塞 [13].其求解应用了主-对偶算法(primal-dual algorithm).

3.1.2 有线网络,不固定组播速率

对于组播数据服务的提供商而言,给定一个资源固定的共享组播网络,需要考虑如何将资源合理分配给不同的组播业务.一方面,组播速率越高的业务获取的收益越大;另一方面,更大的速率也需要更大的资源花费.在第 3.1.1 节的讨论中,组播需求速率 R 是预先给定的.而从整个网络来看,如何确定各项组播业务的速率,需要由其他流量算法来控制[13].

文献[15,16]将组播速率的确定和组播花费在一起加以折衷考虑,并研究了求解算法.首先定义净效用函数 (utility function),表述为组播速率 R 的效益函数 U(R)与满足速率 R 时的组播花费函数 $\sum_{ij \in E} f_{ij}(z_{ij})$ 之差.效益函数和花费函数两者取相同的单位.这样最小花费组播问题就扩展成对净效用函数的优化.

对于净效用函数的优化,文献[15,16]中分别提出了两种基于次梯度方法的算法,一种在 Lagrange 对偶问题上求解,另一种直接在原始问题上进行求解.直接求解原始问题的难度相对较大,但其好处是能够适应更多种的效益函数形式并容易推广到多个组播并发时的求解.

3.1.3 无线网络

无线网络是近年来网络编码的研究热点.与有线网络相比,无线网络具有如下特性:

- (1) 无线链路的广播特性,即节点一次传输的信息可能同时被传输范围内的多个节点监听.
- (2) 无线网络的信道是有损信道,相同覆盖范围内多个节点的同时传输会产生干扰[17].
- (3) 无线网络的协议栈设计较为灵活,适合网络编码的协议实现.
- (4) 某些场景下无线网络具有移动特性,会造成网络拓扑频繁地动态变化.

基于这些特性,无线网络中的问题研究范围更广,难度也更大,同时也催生了大量的研究工作.Katti 等人在 文献[17]中提出了一个实际的无线网络编码系统 COPE.COPE 利用了无线链路的广播特性和协议栈设计的灵 活性.利用广播特性,他们提出了寻机监听(opportunistic listening)和寻机编码(opportunistic coding)的概念:每个 无线节点向周围的邻居汇报自己已得到的数据,而每个节点在转发数据时,通过周围邻居已获得数据的情况选 择网络编码的方案.利用协议栈设计的灵活性,他们将 COPE 实现在协议栈的物理转发层(forwarding layer)和网 络层(network layer)之间,并部署了真实的测试环境.结果表明,在无线网络吞吐率方面有巨大的提升.COPE 系统 需要无线节点装备用于存储监听数据的内存,全向天线(omni-directional antenna)以及用于编解码的能量,因此 在使用方面有一定的局限性.文献[18]提出了模拟网络编码(analog network coding)的概念,其思想是利用了无 线网络的干扰特性创造编码机会.具体来说,当传输范围有重叠的两个节点同时传输时,会因为信号相互叠加而 产生干扰.但是接收节点如果已知其中的一路信号,则可以通过解码恢复出另一路信号.与数字网络编码(digital network coding)相比,模拟网络编码不需要无线节点具备编码能力,因为空间信号的叠加干扰本来就相当于提 供了编码功能,转发节点只需做信号的增强与转发(amplify and forward).同时,该方案也可以解决链式网络 (chain mode)下的隐终端(hidden terminal)问题.但方案的难点是需要物理层和网络层的精密合作,同时对于超过 2 路信号相互干扰的情形很难处理.我们注意到,寻求利用物理层和网络层的交互合作是近年来设计更高效的 无线网络编码系统的一种途径.文献[19]指出,无线网络中的重传机制浪费了带宽,因为大多数时候仅是数据包 内的一部分数据受损,却需要重新传输整个数据包.可以在物理层向网络层提交数据的同时,使用软物理层接口 (softPHY)给出对每位数据正确与否的估算,网络层通过该估算信息解码数据,减少因为重传已经正确获取的那 部分比特数据而浪费的网络带宽.基于此想法,该文献中提出了部分恢复(partial packet recovery)和部分 ARQ(partial packet ARQ)的设计.

另一方面,理论研究中也考虑无线网络的最小花费组播.无线网络中一般将无线传输消耗的能量作为优化函数.在路由方式下,有线网络中的最小花费广播问题等价于最小生成树问题,但无线网络中的最小能量广播问题是 NP 完全问题[11.20].如果不考虑网络编码.无线网路中的最小能量组播问题也是 NP 完全问题.

文献[21]中考虑了网络编码下无线网络中的最小能量组播问题.为了反映无线链路的广播特性,一般用超图(hypergraph)来描述无线网络.在超图中,用超边(hyperarc)取代边的概念.每条超边(i,J)代表无线网络中的一条(无损)广播链路,其中 J 是节点集 N 的非空子集.应用超图的概念,文献[21-23]中建立了在无线网络下使用网络编码进行能量优化的问题模型.该问题的表述与有线网络下的形式类似,都是建立在信息流的容量约束和守恒约束的基础上,但是引入了更多的变量,增大了求解的复杂度.在考虑有损信道时,用 $z(iJK)(K\subset J)$ 表示从 i 到 J 的广播传输中由于信道损失只被集合 K 中的节点接收到的数据流量.在该模型下,无线最小组播问题中的约束条件数量随着 J 的数量的增加呈指数级增长.

文献[24]研究了更实际的情形,考虑在移动 Ad Hoc 网络(mobile ad hoc network,简称 MANET)中应用网络编码的最小能量组播.讨论建立在一个简化的无线 Ad Hoc 分层模型上.该模型将物理链路层和网络层分开考虑,每个物理层的发送状态对应一个元图(elementary graph),每条物理链路的容量是信扰噪比(signal to interference noise ratio,简称 SINR)的函数;将网络层的链路模型表述为物理层元图的凸组合.文中将提供单位速率组播的能量消耗作为优化目标,建立了规划模型的描述.与文献[21]相比,文献[24]中讨论的场景更为实际,并考虑了无线网络移动性的特点,但其中用分层模型得出的解不是理论上的最优解.

3.2 无向网络的最大吞吐率

多数关于网络编码的研究都是在有向网络模型下进行的,例如 Ahlswede 等人关于网络编码提升网络吞吐率方面的工作^[1].在有向网络中,吞吐率的编码增益(coding advantage,即运用网络编码取得的最大吞吐率与没有编码的最大吞吐率的比值)没有有限的上界^[25].该结论在无向网络中是否成立?

在无向网络下研究网络编码的意义在于[26]:

- (1) 无向网络比有向网络更为基本,在无向网络下构造的算法一般可以推广到有向网络.
- (2) 现实中的某些场景如 MANET.其模型就是无向网络的双向共享带宽模型.

文献[27]研究了无向网络在单播、广播、组播 3 个场景下运用网络编码的吞吐率增益.结论表明,在单播和广播下编码增益为 1;在分数路由组播(fractional routing)下,编码增益的上限为 2.对比有向网络中的结论^[25],无向网络中编码在提升吞吐率方面没有明显的优势.

文献[26,28]研究了应用网络编码时无向网络中吞吐率的最大化问题.在路由方式下,组播网络的最大吞吐率计算等价于 Steiner Tree Packing 问题^[9].使用网络编码可以把吞吐率的优化归结为线性规划问题^[26].处理问题时,首先对无向边作定向约束,即把无向边 e 转换为两条有向边 a_1 和 a_2 ,有向边容量之和受 e 上容量的约束. 其他约束条件与最小花费组播类似,需要满足流守恒条件等.优化的目标函数是吞吐率,即所有 s-t 流中的最大流值.在该问题中,变量和约束条件的复杂度为 $O(ME)^{[26]}$,其中 M 是组播组中节点的数量.

单源组播的模型可以推广到其他场景,包括单播、广播、多源组播、多组播并发、应用层组播的场景.文献[26]给出了各种场景下的问题描述,它们仍是线性规划问题.值得注意的是,在考虑多组播并发时,文中只考虑同一组播会话之内(intra session)的网络编码,而各组播会话之间没有编码(即所谓的 superposition coding).如果要考虑各组播会话之间的相互编码,问题的表述会变得相当困难,其实用性目前也没有明确的结论.

3.3 最小编码节点、编码边

网络编码的引入给网络带来的负面作用有:

- (1) 需要在网络中布置带编解码功能的路由器,传统的路由网络中的路由器不具备编解码的功能,
- (2) 路由器上的编码负担可能会加剧网络中数据包的传输延迟.
- (3) 在使用随机网络编码时,数据包中需要存储编码系数,从而产生额外的控制开销.

定义 6(编码边). 在编码方案中,若一条边上传递的信息是与该边关联的尾节点接收到信息的编码组合,则

称该边为编码边.

定义 7(编码节点). 编码方案中,若一个节点的出边中至少有 1 条边是编码边,则称该节点为编码节点.

在网络编码中,最小编码节点、编码边的优化是指在满足吞吐率的前提下,尽量减少编码节点和编码边的数量的优化.现实中编码节点数量对应于路由器的数量,编码边的数量对应于执行编码操作的数量.

与网络编码可以将最佳选路问题转变成线性规划(或凸规划)问题不同,编码节点、编码边的优化问题本身是 NP 完全问题^[29].这方面最早的工作是确定最小编码节点或编码边数的上、下界.文献[29]中提出最小子树分解(minimum subtree decomposition)的技术,并得出对于有 2 个(发送速率为 1 的)源,M 个接收节点的无环组播网络,编码节点个数的上界为 M-1.文献[30]研究了最小编码节点问题的不可解性,并指出,即使是设计一种良好的近似算法也属于 NP 完全问题.为了确定编码节点数的上、下界,文献[30]中首先将一般的网络转换为所谓的简单网络.简单网络是满足每个节点的度数(出、入度数之和)最多为 3 的极小网络.在这样的网络中,编码节点的数量等于编码边的数量.使用简单网络的方法.文献[30]在无环和有环的网络下分别得出了编码节点数的上、下界.

文献[31]中提出了一个新的网络信息流模型来研究编码节点和编码边数目的优化.在该模型中,把每条链路上传输的信息按其实际将被接收的目的节点集分类(类的全集是目的节点集的幂集).这样的处理可以区分链路上哪些信息只是简单地复制转发,哪些信息经过了编码.在此模型的基础上,将编码节点、编码边的优化问题描述成线性规划问题,但是其约束条件的规模是关于目的节点数的指数级,因此只能应用于组播目的节点数量很少的场合.

编码节点、编码边优化的最新进展来自于遗传算法(genetic algorithm)的应用.文献[32]中首次考虑采用遗传算法优化编码边数.对于染色体的编码,首先将网络 *G* 转换为对应的线图(line graph)*G'*.对于每一种编码方案,将对应的线图所有边上编码系数组成的比特向量(每条边对应一位比特,系数不为 0 时取 1)作为染色体编码.用编码边的数量作为染色体的适应值.初步的仿真结果表明,应用遗传算法的结果优于文献[30,31]中的贪婪算法^[32].

后续的工作进一步改进了遗传算法的设计.文献[33]在染色体编码时按照每个节点的局部链路信息将染色体分块表示,并构造了分布式的算法实现.文献[34]中比较了两种分块表示染色体的基因编码方式.文献[35]优化了基因型(genotype)的分发,并在时间维度上通过并行处理来优化算法效率.文献[36]同时考虑了因运用网络编码节省的链路带宽花费和由此引入的编码节点、编码边开销之间的折衷,用多目标遗传算法(multi-objective genetic algorithm)求解该问题.

3.4 基于网络编码的网络拓扑设计

前面介绍的各类优化问题都建立在既定的网络拓扑结构上.无论是最小花费组播,还是优化编码节点数量,都假定网络 G 中的节点集 N、节点之间的链路集 E、链路上的容量集 C 是事先给定的.从网络运营商的角度来看,一个更有意义的问题是:给定了网络需要支持的数据业务需求以及需要布置网络节点的地理位置,应该如何架设这些节点之间的链路并分配链路上的容量,使得建立网络拓扑的花费最小.

定义 8(网络拓扑设计)^[37]. 网络拓扑设计是指,给定了网络节点的地理位置,连接节点的各种线缆类型(包括线缆的花费和容量)以及网络需要提供的数据业务需求,在满足可靠性和延迟等要求的前提下,设计在网络节点之间架设通信链路,使得整个网络拓扑的架设费用最小.

传统的网络拓扑设计的研究集中在数据业务类型为单播通信的情形下.即便在只考虑单播需求时,网络拓扑设计问题也是 NP 完全问题^[37],因为其中建立 k-连通网络(满足可靠性约束条件)的子问题已经是 NP 完全问题.

文献[38]中首次提出在网络编码的框架下进行了网络拓扑设计,其创新之处在于考虑了组播数据业务需求和网络编码的应用(如图 5 所示).其优化目标是最小化架设网络节点之间的所有线缆费用.网络节点之间的线缆费用分成固定费用和可变费用两部分,不同费用种类的线缆对应不同的容量.需要满足的约束条件包括容量约束、可靠性约束(k-连通)、延迟约束、所有单播和组播的业务需求等.由于问题陈述中包含建立 k-连通网络的约束,基于网络编码的网络拓扑设计问题也是 NP 完全问题.

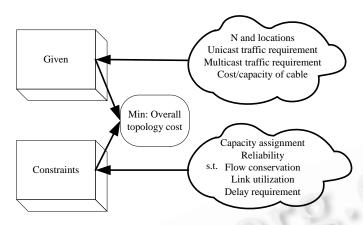


Fig.5 Problem of topology design of network coding-based networks 图 5 基于网络编码的网络拓扑设计问题

文献[37,38]中提出了 LDE(link deletion and exchange)和 LAE(link addition and exchange)两种启发式算法 来求解网络拓扑设计问题.LDE 的思路是从完全图开始试探,每次删除一条链路,并测试各约束条件是否满足, 若满足即将当前拓扑配置(configuration)下求出的费用保留,循环继续,直到连续失败(即不满足约束条件或新求出的花费大于原先的花费)的次数超过预定的阈值,算法结束.LAE 的基本思路与 LDE 相反,先从每个节点度数为 k 的一个图(此时不一定是 k-连通的)开始,每次添加链路进行测试.LDE 和 LAE 同时存在的问题是:(1) 由于在每次得出一个新的费用值计算中都要进行 k-连通的检测并且通过运行最小代价组播的算法来确定每条链路需要的最小容量,算法复杂度很高;(2) 算法的有效性难以衡量.文献[37]中比较了 LAE 的单播版本 ULAE (unicast-oriented link addition and exchange)和传统的 MENTOR 算法,并通过 LAE 算法的单播(ULAE)、IP 组播 (Steiner tree-based link addition and exchange,简称 SLAE)和网络编码(network coding-based link addition and exchange,简称 CLAE)3个版本的仿真验证了网络编码应用于组播时对于降低网络拓扑费用的作用.但由于传统的算法针对的是单播网络,因此 LDE,LAE 都缺少横向的对比.另外,算法在大规模网络中的有效性还有待进一步的验证.

4 主要算法介绍与分析

第 3 节中我们根据优化目标将优化问题分成 4 类.从求解难易的性质上来讲,前两个问题是规划问题,研究中一般使用次梯度方法构造有效的多项式解法;后两个问题是 NP 完全问题,最新研究中的求解方法是遗传算法.

4.1 规划问题求解

对于一般的线性规划问题,文献中有很成熟的求解方法,如单纯形法(simplex method)和内点算法 (interior-point method).然而这些算法不适合直接应用到网络编码的优化问题中^[28],主要原因在于:

- (1) 优化问题的规模在实际中随着网络和组播组规模的增大而迅速增大,算法的运行效率会很低^[39].
- (2) 算法的执行是集中式的,而对于网络编码中的优化问题,最合适的是分布式的求解算法.一方面可以降低单个节点的计算负担,减少网络中额外的信息交互;另一方面也可以与分布式的随机线性网络编码结合.
 - (3) 网络编码优化问题的描述中有特定的子问题结构,可以用特别的技巧来处理.

为了归纳网络编码优化中的规划问题的一般解法,我们将文献中使用的方法在表 1 中作了总结.虽然这些问题的优化目标不尽相同,但是研究手段和处理方法有相通之处.

从表 1 中可以看出,对于最小花费组播、吞吐率优化等可以用规划模型求解的优化问题,一般利用"原始-对偶"特性设计算法.首先将问题的约束条件进行一定的松弛,再将原始问题转化为 Language 对偶问题.对偶问

题的求解通常基于次梯度方法,最后恢复出原始问题的最优解.其中要注意次梯度方法的收敛性以及原始解恢复方法的有效性.

Algorithm	Goal	Network scenario	Characteristic	Method
Lun ^[13,14]	Cost (linear)	Wireline coded, fixed-rate multicast	Linear optimization	Lagrangian dual, ε-relaxation, projected subgradient method, primal recovery
Lun ^[13,14]	Cost (convex)	Wireline coded, fixed-rate multicast	Convex optimization	Continuous-Time primal-dual
Wu ^[15]	Utility	Wireline coded, elastic- rate multicast	Convex optimization	Lagrangian dual, relaxation, subgradient method
Wu ^[16]	Utility	Wireline coded, elastic-rate multicast	Convex optimization	Primal subgradient method
Lun ^[13,14]	Energy	Wireless coded, multicast	Convex optimization	Lagrangian dual, projected subgradient method, primal recovery
Xi ^[40]	Cost	Interference-Limited wireless coded	Convex optimization	Scaled gradient projection
I i ^[28]	Throughput	Undirected coded	Linear optimization	Lagrangian dual relayation subgradient method

Table 1 Characteristics of different optimization algorithms

 表 1
 不同优化问题算法特点

4.2 遗传算法

在编码节点、编码边的优化中,研究者们使用了遗传算法.遗传算法适用于解决解空间(solution space)很大但对其性质不甚了解的优化问题.但是,作为一种启发式算法,其得出的解未必是全局最优的.

在遗传算法中,问题的候选解由染色体(chromosome)表示.一个染色体通常由一个字符串编码,并赋予一个适应值(fitness value),以表征解的优良程度.染色体族(chromosome population)会进化(evolve)生成下一代(next generation)染色体族.每次进化(evolution)时,有 3 种基本操作^[33](如图 6 所示):

- (1) 选择(selection):染色体按照适应值大小以不同的概率被选择,选到的染色体继续存活(survive).
- (2) 交叉(crossover):存活的染色体两两之间随机交换各自的部分片段形成新的染色体.
- (3) 突变(mutation):新形成的染色体随机变换染色体编码的比特值.

进化过程在满足一定的预设条件(例如,进化了一定的次数或连续几次没有找到更好的解)下终止.

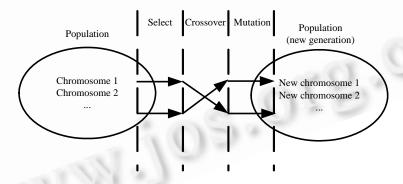


Fig.6 Evolution in genetic algorithm 图 6 遗传算法中的进化

遗传算法的难点在于针对求解的问题寻找合适的染色体编码方法以及相应的选择、交叉和突变操作,并有效地计算染色体的适应值.这些难点在遗传算法的理论中还没有统一的解决方法.第 3 节中介绍的将遗传算法用于优化编码节点、编码边的工作^[32-36]是研究者针对该问题寻找最佳解法的各种尝试.

综上所述,对于网络编码优化中的规划问题,研究中主要通过此梯度方法求解,其算法设计已相对成熟;而针对 NP 完全问题,最新的进展集中在遗传算法方面.值得一提的是,遗传算法先前已被应用于与网络相关的(未考虑网络编码的)组合优化问题中,包括网络拓扑的设计^[41].而针对基于网络编码的网络拓扑设计,研究还处于起步阶段,缺乏有效的算法.遗传算法是否可以用于该问题的求解,是未来的工作中值得探索的问题.

5 未来研究展望

从前两节中可以看出,目前对于网络编码优化的研究,无论是对于问题的陈述,还是对这些问题的解法,都已经取得了相当大的进展.即便如此,我们认为未来还有一些问题值得研究,其一方面源于目前考虑的理论模型还比较简单,有待推广;另一方面源自对具体的应用场景需要作特殊化考虑的需求.

5.1 理论上的困难

5.1.1 多组播并发

在针对组播应用的网络编码优化中,无论是资源花费的优化,还是吞吐率的优化,一般都先从单个组播的情形入手.这样虽然有助于简化问题的分析,但是比较理想化.如何考虑多个并发组播组之间的网络编码优化问题是理论研究中的难点.一种考虑方法是将不同的组播组区分对待,编码只针对同一组播组的内容进行,不同组的组播内容之间不进行编码,即所谓的 superposition coding.考虑 superposition coding 时,针对单个组播使用的优化方法可以直接推广^[26,40],但显然这种处理方法不是最优的.在各组播组之间进行编码是否会带来新的好处呢?这是未来的一个研究方向.

5.1.2 节点动态加入、退出

在实际的组播应用中,经常会出现目的节点的动态加入和退出,如 P2P 流媒体系统.如果每次在节点动态加入和退出时,都要重新建立编码子图,则会对组播组中剩余目的节点的数据接收造成影响^[14],这种做法本身效率也很低下.针对有线网络,文献[14]考虑了一个特殊的动态组播最小花费问题,并使用动态规划方法求解.在无线网络下,文献[24]在考虑 MANET 的最小能量组播时,通过引入时间维建立了移动的网络模型,但对于问题的求解没有深入展开.

5.2 更实用的成果

5.2.1 结合应用场景的优化

目前网络编码的优化方面的研究主要还是理论上的探索.一般的研究方法是通过建立网络编码的理论模型,在模型的基础上求解.然而模型的构建本身带有抽象性,下一步需要结合实际的应用场景研究网络编码的具体应用.一个很有前景的应用领域是自动交换光网络(automatically switched optical network,简称 ASON),其中的组网、资源管理和调度与本文中介绍的最小花费组播、网络拓扑设计等问题有着密切的关系.另一个应用领域是无线网络,一方面无线网络的协议设计更为灵活,可以较容易地嵌入网络编码的功能;另一方面,无线网络由于信道噪声、干扰、节点移动性等特点对于实施网络编码优化有更强的需求.

5.2.2 支持网络编码的路由协议

目前,网络编码在有线网络中的应用非常有限,主要是 P2P 上的应用.其原因是目前 Internet 中的路由器本身不支持网络编码,也没有支持网络编码选路的路由协议.在有线网络中实现网络编码,涉及从组网到设计新型路由器和路由协议等一系列问题.其中,设计支持网络编码的路由协议是很重要的一个方面.而网络编码最小花费组播的优化,实际上就是解决网络编码如何选路的问题.对于最小花费组播,理论上已经得出了有效的分布式算法,未来的研究工作需要关注如何根据这些算法结合实际网络情况形成具体的路由协议.

6 结束语

网络编码是针对网络组播业务而提出的新型、有效的数据传输方式.但是,现实中网络编码的应用还远未普及,这在很大程度上是因为编码的引入带来了额外的计算开销,同时路由器也不支持网络编码分发路径的选择.这些问题亟待解决,也是网络编码优化的需求.本文中,我们针对网络编码优化问题的模型、陈述、求解,综述了该领域的主要研究成果,并根据优化目标讨论了 4 种典型的优化问题,对于其中的规划问题总结了求解的一般方法,对于 NP 完全问题指出了算法设计上的难点.目前,这些工作距网络编码的普及应用还有一定的距离,一方面需要在理论模型上推广到更复杂的情形,如多个组播并发、节点动态加入、退出等;另一方面结合具体的

应用场景,如ASON网络等,有必要考虑特殊的问题约束.这些问题的研究进展将推动网络编码路由协议的设计,使 IP 层网络编码的实际应用逐步成为现实.

References:

- [1] Ahlswede R, Cai N, Li SYR, Yeung RW. Network information flow. IEEE Trans. on Information Theory, 2000,46(4):1204–1216.
- [2] Jain K, Mahdian M, Salavatipour MR. Packing Steiner trees. In: Proc. of the 10th Annual ACM-SIAM Symp. on Discrete Algorithms (SODA). New York: ACM Press, 2003. 266–274.
- [3] Chen S, Gunluk O, Yener B. The multicast packing problem. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2000,8(3):311–318.
- [4] Li SYR, Yeung RW, Cai N. Linear network coding. IEEE Trans. on Information Theory, 2003,49(2):371-381.
- [5] Koetter R, Medard M. An algebraic approach to network coding. IEEE/ACM Trans. on Networking, 2003,11(5):782-795.
- [6] Jaggi S, Sanders P, Chou PA, Effros M, Egner S, Jain K, Tolhuizen L. Polynomial time algorithms for multicast network code construction. IEEE Trans. on Information Theory, 2005,51(6):1973–1982.
- [7] Ho T, Medard M, Koetter R, Shi J, Effros M, Karger D. On randomized network coding. In: Proc. of the 41st Annual Allerton Conf. on Communication, Control, and Computing. 2003.
- [8] Gkantsidis C, Miller J, Rodriguez P. Anatomy of a P2P content distribution system with network coding. In: Proc. of the 5th Int'l Workshop on Peer-to-peer Systems (IPTPS 2006). 2006.
- [9] Wang M, Li B. How practical is network coding. In: Proc. of the 14th IEEE Int'l Workshop on Quality of Service (IWQoS 2006). 2006. 274–278.
- [10] Lun DS, Medard M, Ho T, Koetter R. Network coding with a cost criterion. In: Proc. of the 2004 Int'l Symp. on Information Theory and its Applications (ISITA 2004). 2004. 1232–1237.
- [11] Ahluwalia A, Modiano E, Shu L. On the complexity and distributed construction of energy-efficient broadcast trees in static ad hoc wireless networks. IEEE Trans. on Wireless Communication, 2005,4(5):2136–2147.
- [12] Zosin L, Khuller S. On directed Steiner trees. In: Proc. of the 13th Annual ACM-SIAM Symp. on Discrete Algorithms (SODA 2002). San Francisco: ACM Press, 2002. 59–63.
- [13] Lun DS, Ratnakar N, Koetter R, Medard M, Ahmed E, Lee H. Achieving minimum-cost multicast: A decentralized approach based on network coding. In: Proc. of the IEEE INFOCOM 2005. Miami: IEEE Computer Society, 2005. 1607–1617.
- [14] Lun DS, Ratnakar N, Medard M, Koetter R, Karger DR, Ho T, Ahmed E, Zhao F. Minimum-Cost multicast over coded packet networks. IEEE Trans. on Information Theory, 2006,52(6):2608–2623.
- [15] Wu Y, Kung SY. Distributed utility maximization for network coding based multicasting: A shortest path approach. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006,24(8):1475–1488.
- [16] Wu Y, Chiang M, Kung SY. Distributed utility maximization for network coding based multicasting: A critical cut approach. In: Proc. of the 4th Int'l Symp. on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc and Wireless Networks. 2006. 1–6.
- [17] Katti S, Rahul H, Katabi D, Hu W, Katabi D, Medard M, Crowcroft J. XORs in the Air: Practical wireless network coding. IEEE/ACM Trans. on Networking, 2008,16(3):497–510.
- [18] Katti S, Gollakota S, Katabi D. Embracing wireless interference: Analog network coding. In: Proc. of the ACM/SIGCOMM. Kyoto: ACM Press, 2007. 397–408.
- [19] Jamieson K, Balakrishnan H. PPR: Partial packet recovery for wireless networks. In: Proc. of the ACM SIGCOMM. Kyoto: ACM Press, 2007. 409–420.
- [20] Liang W. Constructing minimum-energy broadcast trees in wireless ad hoc networks. In: Proc. of the 3rd ACM Int'l Symp. on Mobile Ad Hoc Networking & Computering (MOBIHOC 2002). Lausanne: ACM Press, 2002. 112–122.
- [21] Lun DS, Medard M, Koetter R. Efficient operation of wireless packet networks using network coding. In: Proc. of the Int'l Workshop on Convergent Technologies (IWCT). 2005.
- [22] Lun DS, Medard M, Effros M. On coding for reliable communication over packet networks. In: Proc. of the 42nd Annual Allerton Conf. on Communication, Control and Computing. 2004.
- [23] Lun DS, Medard M, Koetter R, Effros M. Further results on coding for reliable communication over packet networks. In: Proc. of the 2005 IEEE Int'l Symp. on Information Theory (ISIT 2005). Adelaide: IEEE Computer Society, 2005. 1848–1852.

- [24] Wu Y, Chou PA, Kung SY. Minimum-energy multicast in mobile ad hoc networks using network coding. IEEE Trans. on Communications, 2005,56(11):1906–1918.
- [25] Sanders P, Egner S, Tolhuizen L. Polynomial time algorithms for network information flow. In: Proc. of the 15th ACM Symp. on Parallelism in algorithms and architectures. San Diego: ACM Press, 2003. 286–294.
- [26] Li Z, Li B, Jiang D, Lau L.C. On achieving optimal throughput with network coding. In: Proc. of the IEEE INFOCOM 2005. Miami: IEEE Computer Society, 2005. 2184–2194.
- [27] Li Z, Li B. Network coding in undirected networks. In: Proc. of the 38th Annual Conf. on Information Sciences and Systems (CISS), 2004, 257–262.
- [28] Li Z, Li B. Efficient and distributed computation of maximum multicast rates. In: Proc. of the IEEE INFOCOM 2005. Miami: IEEE Computer Society, 2005. 1618–1628.
- [29] Fragouli C, Solijanin E. Information flow decomposition for network coding. IEEE Trans. on Information Theory, 2006,52(3): 829–848.
- [30] Langberg M, Sprintson A, Bruck J. The encoding complexity of network coding. IEEE Trans. on Information Theory, 2006,52(6): 2386–2397.
- [31] Bhattad K, Ratnakar N, Koetter R, Narayanan K.R. Minimal network coding for multicast. In: Proc. of the IEEE ISIT. Adelaide: IEEE Computer Society, 2005. 1730–1734.
- [32] Kim M, Ahn CW, Medard M, Effros M. On minimizing network coding resources: An evolutionary approach. In: Proc. of the NetCod. 2006.
- [33] Kim M, Medard M, Aggarwal V, O'Reilly UM, Kim W, Ahn CW, Effros M. Evolutionary approaches to minimizing network coding resources. In: Proc. of the IEEE INFOCOM 2007. Anchorage: IEEE Computer Society, 2007. 1991–1999.
- [34] Kim M, Aggarwal V, O'Reilly UM, Medard M, Kim W. Genetic representations for evolutionary minimization of network coding resources. In: Proc. of the 4th European Workshop on the Application of Nature-Inspired Techniques to Telecommunication Networks and Other Connected Systems (EvoCOMNET 2007). Valencia: Springer-Verlag, 2007.
- [35] Kim M, Aggarwal V, O'Reilly UM, Medard M. A doubly distributed genetic algorithm for network coding. In: Proc. of the 9th Annual Conf. on Genetic and Evolutionary Computation, GECCO 2007. New York: ACM Press, 2007. 1272–1279.
- [36] Kim M, Medard M, Aggarwal V, O'Reilly UM. On the coding-link cost tradeoff in multicast network coding. In: Proc. of the 2007 Military Communications Conf. (MILCOM 2007). 2007. 1–7.
- [37] Chi K, Jiang X, Horiguchi S, Guo M. Topology design of network-coding-based multicast networks. IEEE Trans. on Mobile Computing, 2008,7(4):627-640.
- [38] Chi K, Jiang X, Horiguchi S. An improved topology design algorithm for network coding-based multicast networks. In: Proc. of the ICC 2007. Glasgow: IEEE Computer Society, 2007. 6111–6116.
- [39] Xi Y, Yeh EM. Distributed algorithms for minimum cost multicast with network coding in wireless networks. In: Proc. of the 4th Int'l Symp. on Modeling and Optimization in Mobile, Ad Hoc and Wireless Networks. Boston: IEEE Computer Society, 2006. 1–9.
- [40] Cui Y, Xue Y, Nahrstedt K. Optimal distributed multicast routing using network coding: Theory and applications. ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review, 2004,32(2):47–49.
- [41] Elbaum R, Sidi M. Topological design of local-area networks using genetic algorithms. IEEE/ACM Trans. on Networking, 1996, 4(5):766–778.



黄政(1984一),男,上海人,硕士生,主要研究领域为自组织网络,信息编码.



王新(1973一),男,博士,副教授,CCF 高级 会员,主要研究领域为自组织网络,多媒体 传输.