

## 基于医学体数据生成四面体网格的方法<sup>\*</sup>

陈欣<sup>1,2+</sup>, 熊岳山<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(国防科学技术大学 计算机学院, 湖南 长沙 410073)

<sup>2</sup>(浙江师范大学 数理与信息工程学院, 浙江 金华 321004)

### Tetrahedral Mesh Generation from Medical Volume Data

CHEN Xin<sup>1,2+</sup>, XIONG Yue-Shan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(School of Computer Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

<sup>2</sup>(School of Mathematics, Physics & Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

+ Corresponding author: E-mail: chenxin\_zj@hotmail.com

Chen X, Xiong YS. Tetrahedral mesh generation from medical volume data. *Journal of Software*, 2008, 19(Suppl.):78-86. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/s78.htm>

**Abstract:** A grid-based method is presented to extract tetrahedral meshes from the preprocessed volume data, during which the isosurface representing the domain boundary is extracted and the volume inside the domain is tetrahedralized. After the medical volume data is organized into an invisible background grid, a dual method is employed to construct a continuous triangular surface that piecewise linearly approximates the isosurface. To fill the isosurface with tetrahedra, cubes either intersecting with or lying within the isosurface are decomposed by using the precomputed stencils. Finally, Laplacian smoothing is conducted to improve the overall quality of the generated tetrahedral meshes. Regarding that the numerical analysis demands reduced number of elements and accurate geometry near the boundary, adaptive meshing method based on octree-structured grid is also explored. Example of meshing the human distal femur from CT scans is presented, which is applied in the virtual arthroscopic knee surgery.

**Key words:** mesh generation; tetrahedra; volume data; isosurface; background grid

**摘要:** 为了从医学体数据直接构造四面体网格,提出一种基于栅格的网格生成算法.该算法的主要思想是从背景栅格中提取并填充代表区域边界的等值面.首先,对医学体数据进行预处理与采样,构建一个背景栅格.其次,用对偶方法从栅格提取三角表面网格,用于分段线性逼近等值面.然后,对栅格中所有位于等值面之内或与等值面相交的立方体,用预定义的模板分解成四面体单元.最后,用Laplacian平滑技术优化四面体网格.在均匀网格的基础上,研究了自适应网格生成算法,在保持网格几何精度的同时精简单元数量,以提高有限元计算效率.给出了从CT数据生成人体股骨远端四面体网格的实例,该网格模型被用于虚拟膝关节镜手术.

**关键词:** 网格生成;四面体;体数据;等值面;背景栅格

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60773022 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2007AA01Z313 (国家高技术研究发展计划(863)); the Beijing Natural Science Foundation of China under Grant No.4062034 (北京市自然科学基金)

Received 2008-05-01; Accepted 2008-11-25

生物建模与仿真是医学工程领域的一个研究热点,有限元方法被广泛用于求解其中的各类偏微分方程<sup>[1]</sup>.用有限元方法进行仿真计算,前提是将三维实体分解为有限个体单元(如四面体或六面体),生成高质量的有限元网格.然而,人体器官组织的复杂多样性增加了有限元网格自动生成的难度<sup>[2]</sup>.

CT,MRI 和超声等断层扫描技术的发展,使获取人体结构的三维几何信息成为可能,进而可用于重建相关的有限元网格<sup>[3-5]</sup>.经组织分割,医学断层图像可组织成一个长方体形、带组织分类标识的体数据.从体数据生成有限元网格,有几个问题值得关注<sup>[6]</sup>:一是提高网格的几何精度,即要求网格表面精确逼近原区域边界,目的是保证有限元方法的计算精度;二是在保证几何精度的同时减少网格单元数量,即自适应网格生成,以提高有限元方法的计算效率;三是提高网格单元形状质量,因为低质单元会增大有限元刚度矩阵的条件数,从而导致计算失败.

与六面体单元相比,四面体单元具有良好的几何适应性,且经后处理四面体网格可转换成六面体网格,因此本文研究从医学体数据直接生成四面体网格的方法,用于手术仿真.针对上述问题,提出一种基于等值面提取与填充的网格生成算法.整个过程分 4 个步骤:首先对体数据作预处理,从中构建一个带分类标识的背景栅格;接着从背景栅格提取出保特征的等值面;然后用等值面填充方法生成区域内部的四面体单元;最后作 Laplacian 平滑,提高四面体网格整体质量.为精简网格单元数量,提高有限元计算效率,在均匀网格生成的基础上,本文还研究了自适应网格的提取方法.

## 1 相关工作

目前,通用的四面体网格自动生成技术主要有八叉树分解、推进波前法和 Delaunay 方法三大类<sup>[7]</sup>.其中,八叉树技术将包含几何区域的立方体细分至预定精度,然后对各立方体划分四面体单元<sup>[8]</sup>.推进波前法从边界开始,逐步向区域内部构造四面体单元,直到整个区域被完全剖分<sup>[9]</sup>.Delaunay 方法用“空球准则”指导空间点集的剖分,要求各四面体的外接球内不包含任意顶点<sup>[10]</sup>.

给定 CT,MRI 等医学图像序列,主要有基于轮廓的和基于栅格的两类网格生成方法.从断层图像中提取轮廓序列后,基于轮廓的算法在各相邻断层之间分别重构表面网格<sup>[11]</sup>或体网格<sup>[12,13]</sup>.这类方法适合断层间距较大的情况,生成的单元数量较少;但在处理复杂拓扑结构时,轮廓对应、分支和体单元连接等问题将变得复杂,交叉检测的计算开销也会急剧增加.另一方面,随着新一代 CT,MRI 设备的出现,图像分辨率不断提高,断层间距也越来越小.给定高分辨率的医学体数据,可用基于栅格的方法<sup>[14-22]</sup>建立网格,即把体数据封装为一个背景栅格,从中提取等值面作为表面网格,最后在等值面的内部生成体单元.

等值面提取是根据体数据重建一个多边形网格,作为区域边界的分段线性逼近.Marching Cubes(MC)算法<sup>[14]</sup>是从规则立方体栅格中提取等值面的经典算法,其基本思想是逐个找出背景栅格中与等值面相交的立方体(称为边界立方体),计算等值面与立方体边的交点(简称交点),并按一定方式将这些交点连成三角面片,作为等值面在该立方体内的近似表示.由于该算法在连接方式上存在二义性,连接不当会导致等值面的拓扑不一致而出现裂纹.此外,由于交点被限定在立方体的边上,连得的三角面片往往质量较差,且易丢失尖锐的边界特征.Kobbelt 等人提出扩展的 MC 算法(EMC)<sup>[15]</sup>,利用交点的法向信息在边界立方体内部检测边界特征,并在尖锐特征处加入新的顶点.与 MC 等基于立方体的技术不同,另一类等值面提取技术,如 SurfaceNets 算法<sup>[16]</sup>,是在各边界立方体内部另找一个顶点.由于各边界立方体内仅有 1 个顶点,SurfaceNets 算法不存在连接二义性问题,提取的等值面连续无裂纹,但选取顶点时仅考虑相关交点的位置,不考虑交点法向信息,因此存在特征丢失问题.受 EMC 算法启发,Ju 等人提出保特征的 Dual Contouring(DC)算法<sup>[17]</sup>,用交点的位置和法向信息生成顶点,使之尽可能逼近区域边界.图 1 给出了以上等值面提取算法的二维示意图,图中虚线代表等值面,实心(空心)方块代表位于区域内部(外部)的栅格点,实心圆为边界立方体与等值面的交点,箭头为表面法向,而空心圆为立方体内部的顶点.

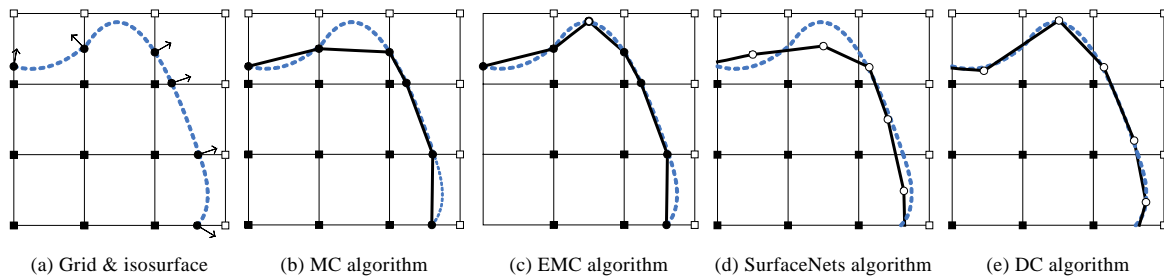


Fig.1 Two-Dimensional illustration of isosurface extraction methods

图 1 等值面提取算法二维示意图

经扩展,MC 算法可从体数据中提取出等值面之间的四面体网格<sup>[18]</sup>.由 MC 算法发展而来的 Marching Tetrahedra 算法是在四面体单元内部构造等值面,为四面体剖分提供了一种新的思路<sup>[19]</sup>.为生成保持表面特征的体网格,Zhang 等人对 DC 算法进行扩展,在两个等值面之间提取四面体网格<sup>[20]</sup>或六面体网格<sup>[21]</sup>.除了传统的立方体背景栅格以外,体心立方栅格也被用于提取光滑表面之内的体网格,可生成高质量的四面体单元,但如何保持表面尖锐特征仍是一个难点<sup>[22-24]</sup>.

## 2 预处理

预处理阶段的任务首先是医学图像处理,获取待重建器官的三维几何信息,主要有图像滤波,图像分割和图像插值等操作;其次是根据组织分割结果,构建一个由尺寸相同或不同的立方体组成的背景栅格;最后是找出栅格中与边界相交的立方体,计算具体的交点位置及其表面法向.

### 2.1 医学图像处理

设输入的医学断层图像序列为  $g(i,j,k)(i=0,\dots,L-1,j=0,\dots,M-1,k=0,\dots,N-1)$ ,经滤波,分割及插值处理,输出一个带组织分类标识的体数据  $f(i,j,k)(i=0,\dots,L-1,j=0,\dots,M-1,k=0,\dots,N'-1)$ .

#### 2.1.1 图像滤波

在医学成像过程中,各种电子器件的随机扰动会带来噪声.为了避免噪声对网格生成的影响,需要进行图像滤波.为了不损失图像特征信息,采用双边滤波器消除图像噪声.

#### 2.1.2 图像分割

对滤波后的灰度图像进行组织分割,提取出待重建区域.由于器官组织通常较为复杂,需要在相关知识的引导下用半手工方式仔细分割图像.分割过程首先从灰度图像二值化开始,即对灰度值在指定范围内的像素赋值为 1,其余像素赋为 -1;然后对二值图像进行区域修整,即进行形态学操作,本文采用开启操作去除多余的组织,用闭合操作消除其中不必要的小孔;最后,采用区域生长法提取一个连通区域.为了精确表示区域边界,再对各断层提取区域轮廓,轮廓像素赋值为 0.分割后,得到一个分类体数据  $f(i,j,k)$  如下:

$$f(i,j,k) = \begin{cases} 1, & \text{若}(i,j,k)\text{位于区域内部} \\ 2, & \text{若}(i,j,k)\text{位于轮廓边界} \\ 3, & \text{若}(i,j,k)\text{位于区域外部} \end{cases} \quad (1)$$

其中,像素值非负的均属于待重建区域.

#### 2.1.3 图像插值

为了得到各向同性的体数据,当断层图像间距远大于断层图像内像素分辨率时,采用线性插值方法在原有断层之间生成一些新的中间断层,使断层间距与断层内像素间距相等.设插值断层  $t$  到第  $k$  层和第  $k+1$  层的距离分别是  $d_1, d_2$ ,则有

$$f(i,j,t) = \frac{d_2}{d_1+d_2} f(i,j,k) + \frac{d_1}{d_1+d_2} f(i,j,k+1) \quad (2)$$

## 2.2 构建背景栅格

在  $x, y, z$  方向上对分类体数据  $f(i, j, k)$  进行采样, 生成一个涵盖整个待重建区域的背景栅格. 栅格中的每 8 个相邻的采样点定义了一个立方体单元, 而这 8 个采样点称为该立方体的角点. 要求背景栅格的分辨率能够保证一个立方体最多只包含 1 条边界. 若采样间距处处相等, 则背景栅格由大小一致的规则立方体组成, 用于生成均匀网格. 若要生成自适应网格, 则需要用八叉树构建非均匀采样的背景网格, 立方体在八叉树上的层次越深, 尺寸越小. 为了避免最终生成的体单元尺寸变化过于剧烈, 限定相邻立方体的层次最多相差 1 层.

考察一个立方体的 8 个角点, 有 3 种情况:

- (1) 8 个角点的采样值均为 -1, 表示该立方体完全位于区域外部, 称为外部立方体. 这类立方体在网格生成过程中不予考虑.
- (2) 8 个角点的采样值均为 1 或 0, 表示该立方体完全位于区域内部, 称为内部立方体. 在四面体剖分过程中, 需要对这类立方体进行处理.
- (3) 8 个角点中部分角点的采样值为 -1, 其余角点的采样值为 1 或 0, 表示该立方体处于区域边界处, 即与边界相交, 称为边界立方体. 在表面网格与四面体网格生成过程中, 边界立方体的处理都是一个难点.

为了方便描述, 称 4 个角点的采样值都为 1 或 0 的面为内部面; 称两个角点的采样值都为 1 或 0 的边称为内部边; 而一个角点采样值为 -1, 另一角点为非负值的边称为交叉边.

## 2.3 计算交点

由于交叉边跨越区域内外, 必然与边界相交于边上的某一点, 该交点处的采样值应为 0. 为每一条交叉边计算一个交点及其表面法向. 由于体数据被分类为 1, 0, -1 这 3 种值, 用线性插值方法求得的交点必然是边的中点, 显然不符合实际情况. 为此, 本文的方法是: 从采样值非负的一端出发, 沿着这条边在体数据  $f(i, j, k)$  中寻找一个像素  $p, f(p)=0$ , 作为这条交叉边的交点; 若不存在像素  $p$ , 则取边的中点为交点.

假设交点  $p$  在体数据中的坐标为  $(i, j, k)$ , 计算其表面法向  $n=(n_x, n_y, n_z)$ . 表面法向可用图像梯度估算, 如以中心差分算子作为梯度算子, 则有

$$\begin{cases} n_x = -(f(i+1, j, k) - f(i-1, j, k))/2 \\ n_y = -(f(i, j+1, k) - f(i, j-1, k))/2 \\ n_z = -(f(i, j, k+1) - f(i, j, k-1))/2 \end{cases} \quad (3)$$

再对  $n$  进行标准化, 使其成为单位向量. 由此求得 Hermite 数据  $(p, n)$ .

## 3 等值面提取

给定连续函数  $F: R^3 \mapsto R$ , 等值面是三维空间中的一个曲面,  $F$  在该曲面上的值等于常数  $c$ , 可表示为  $S=\{(x, y, z)|F(x, y, z)=c\}$ . 对于式(1)所定义的分类体数据, 代表区域边界的等值面是一个 0-等值面, 即

$$S_f(0) = \{(x, y, z) | f(x, y, z) = 0\} \quad (4)$$

等值面提取是指重建一个三角表面网格去逼近等值面. 背景栅格中只有边界立方体才包含等值面, 因此, 等值面提取只在边界立方体中进行. 由于 DC 算法利用交点的 Hermite 数据选取等值面顶点, 所提取的等值面能够较好地保持原边界特征, 且保证了等值面的连续性, 故本文采用 DC 算法. 如前所述, 该算法为每一个边界立方体计算一个内部顶点. 已知一个边界立方体上所有交点的位置  $p_i$  及其法向  $n_i$ , 则计算顶点  $x$ , 使下列能量最小化<sup>[7]</sup>:

$$E(x) = \sum_i (n_i \cdot (x - p_i))^2 \quad (5)$$

该顶点被称为“最小点”, 相邻的最小点经连接, 即可形成等值面片.

### 3.1 提取均匀等值面

如图 2 所示, 在规则立方体组成的背景栅格中, 每一条交叉边必有 4 个相邻边界立方体. 由于每个边界立方体各包含一个最小点, 故一条交叉边的周围存在 4 个最小点. 这 4 个相邻的最小点经连接后生成一个四边形, 再

选择一条对角线将四边形划分为两个形状较好的三角面片.围绕每一条交叉边连接最小点,可提取出连续的均匀等值面.

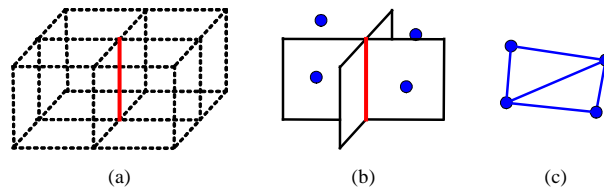


Fig.2 Extracting isosurface from regular grid

图 2 从规则栅格提取等值面

### 3.2 提取自适应等值面

为生成单元数量较少的自适应网格,使用的背景栅格为八叉树结构.如图 3 所示,相邻的立方体有可能位于八叉树的不同层次,因此部分交叉边仅有 3 个相邻的边界立方体,其周围仅存在 3 个最小点.对于这样的交叉边,只需将它周围的 3 个最小点连成一个三角面片.

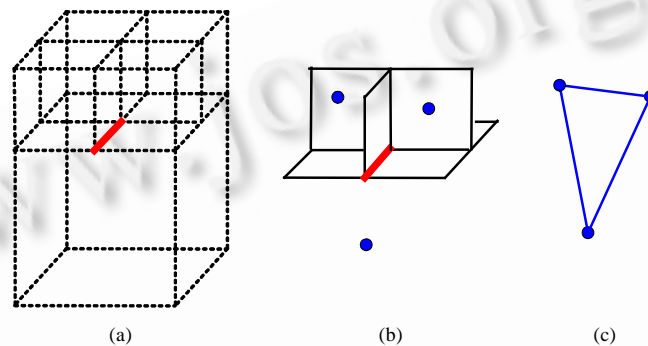


Fig.3 Extracting isosurface from octree-based grid

图 3 从八叉树栅格提取等值面

## 4 等值面填充

等值面填充是指对等值面的内部区域进行四面体剖分.等值面所包围的实体区域定义如下:

$$V_f(0) = \{(x, y, z) \mid f(x, y, z) \geq 0\} \quad (6)$$

即背景栅格中所有内部立方体,加上边界立方体的一部分.本文用若干四面体剖分模板实现内部立方体和边界立方体的快速分解.

### 4.1 剖分均匀四面体

在一个规则的背景栅格中剖分四面体单元,难点在于边界立方体的分解.

#### 4.1.1 剖分内部立方体

由于内部立方体整体位于区域之内,处理相对简单,只需对立方体进行四面体剖分即可.在不增加顶点的情况下,一个立方体可以剖分为高质量的 5 个或 6 个四面体.本文采用的是 5 个四面体的分解方法,如图 4 所示,共有两个模板.为保证相邻单元之间的一致性,相邻的立方体应交替选用不同模板.

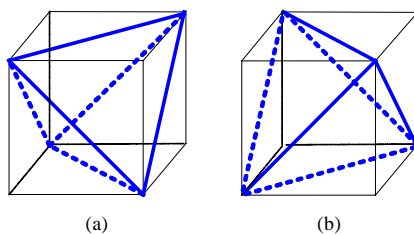


Fig.4 Stencils for interior cubes

图 4 内部立方体剖分模板

4.1.2 剖分边界立方体

由于边界立方体的一部分位于区域之内,其余部分位于区域之外,必须剔除区域外部分,并将区域内部分分为四面体单元.借鉴文献[20]的方法,对边界立方体的每一条交叉边、每一条内部边和每一个内部面,分别连接四面体单元,所用模板如图 5 所示,图中圆点代表最小点,实心(空心)方块代表内部(外部)角点.

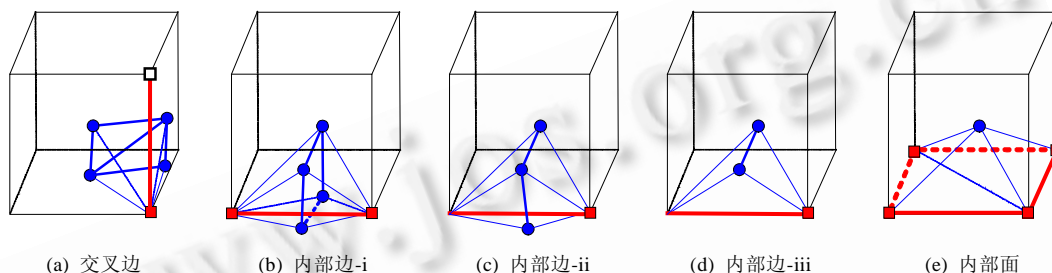


Fig.5 Stencils for boundary cubes

图 5 边界立方体剖分模板

对一条交叉边,找出围绕这条边连成的两个等值面片,分别与交叉边的内部角点相连,生成两个四面体,如图 5(a)所示.

对一条内部边,考察包含这条边的边界立方体,并对下列情况进行处理:

- (i) 有 4 个边界立方体包含这条内部边,相应地,在这条边的周围有 4 个最小点.将相邻的最小点两两相连,生成 4 条边,并分别与内部边相连,共生成 4 个四面体单元,如图 5(b)所示.
- (ii) 有 3 个边界立方体包含这条内部边,相应地,在这条边的周围有 3 个最小点.连接相邻的最小点,生成两条边,并分别与内部边相连,共生成两个四面体单元,如图 5(c)所示.
- (iii) 有两个边界立方体包含这条内部边,相应地,在这条边的周围有两个最小点.若这两个边界立方体共享一个面,则将两个最小点连成一条边,与内部边相连,生成一个四面体单元,如图 5(d)所示.

对于一个内部面,与边界立方体的最小点相连,得到一个金字塔.由于内部面的另一侧是内部立方体,经分解后面上已存在一条对角线,金字塔被这条对角线划分为两个四面体,如图 5(e)所示.

4.2 剖分自适应四面体

基于八叉树栅格生成自适应四面体网格,等值面填充同样要分别剖分内部立方体和边界立方体.对于内部立方体,首先也是选用图 4 的模板将其分解为 5 个四面体.边界立方体的剖分方法与均匀网格的处理方法也基本相同,除了一部分交叉边以外,由于仅有 3 个相邻边界立方体,围绕这样的交叉边生成一个四面体单元.

然而,八叉树中相邻的立方体可能处于不同层次,其尺寸会相差 1 倍,因此小尺寸立方体上的角点会落在相邻大尺寸立方体的边上或面上,这样的点称为 T 结点(T-junction),如图 6 所示.有限元网格不允许 T 结点存在,必须采取措施消除各四面体单元上的 T 结点.消除 T 结点的一种常用方法是在大尺寸立方体的中心处加入一个 Steiner 点<sup>[20,21]</sup>,该 Steiner 点与立方体面上的各三角面片相连,形成多个四面体单元.这种方法会增加网格顶点和

单元的数量,不利于有限元计算的效率.由于 T 结点均为所在边的中点,本文提出用基于边平分技术消除 T 结点.其具体过程为:逐个考察用模板剖分而得的四面体单元,如果单元的边上存在 T 结点,则以相邻四面体的边为约束条件,连接 T 结点及其对顶点,将四面体单元一分为二;重复该边平分过程,直到不存在任何 T 结点为止.用边平分技术消除四面体单元上的 T 结点,优点是不需要增加新的网格顶点.

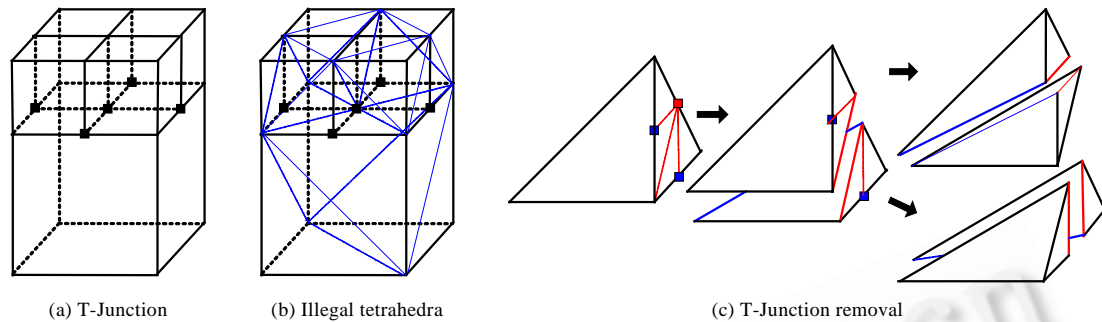


Fig.6 T-Junction removal using edge bisection

图 6 基于边平分技术消除 T 结点

## 5 网格质量优化

低质量单元会影响有限元计算的收敛性和稳定性,为此对生成的四面体网格作 Laplacian 平滑,提高网格整体质量.Laplacian 平滑是一种简单、有效的网格平滑技术,通过调整网格顶点的位置,提高相邻单元的质量.给定网格内部的一个顶点  $P$  及与其相邻的  $n$  个节点  $P_i$ ,则  $P$  的目标位置  $P^*$  为

$$P^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (7)$$

为了防止调整位置后  $P$  附近的四面体单元质量不升反降,需要事先计算并比较相关四面体的质量.四面体单元质量为  $Q=3r/R$ ,其中  $r, R$  分别为单元内切球、外接球的半径.设共有  $m$  个四面体单元与  $P$  相连,且各单元的质量为  $Q_i, i=1, \dots, m$ ,则  $P$  处的平均质量为  $\bar{Q} = \left( \prod_{i=1}^m Q_i \right)^{\frac{1}{m}}$ .若顶点  $P$  移到目标位置  $P^*$  后,平均质量  $\bar{Q}^*$  大于原平均质量  $\bar{Q}$ ,则  $P$  被移至  $P^*$ ;否则,  $P$  保持不动.

## 6 实验结果

在 CPU 主频为 2.34 GHz 的 PC 机上实现本文算法,并生成一个人体股骨远端四面体网格,用于虚拟膝关节镜手术.对一男性患者左腿进行 CT 扫描,得到 95 张 CT 切片,间距为 1.00mm,断层内像素分辨率为 512×512,像素大小为 0.644×0.644mm.在骨科医生指导下,对 CT 图像进行滤波、形态学操作、组织分割和轮廓提取.对体数据非均匀采样,构建一个最大深度为 8 的八叉树栅格,从中提取并填充等值面.生成该网格所用 CPU 时间为 26 585ms,其中网格优化用时 7 468ms.图 7 是生成的四面体网格及其截面视图,网格顶点数量为 3 775,单元数量为 18 534.网格中单元质量的最小值为 0.022 7,平均值为 0.516 9.表 1 为单元质量分布情况.

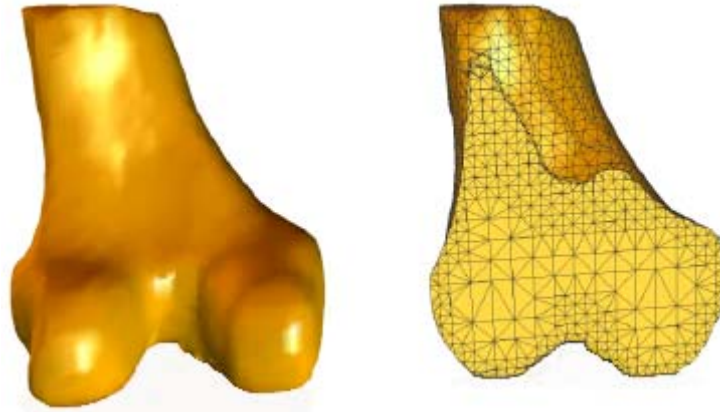


Fig.7 Model of distal femur

图 7 人体股骨远端模型

Table 1 Distribution of the element quality

表 1 单元质量分布情况

$3r/R$	0-0.1	0.1-0.2	0.2-0.3	0.3-0.4	0.4-0.5	0.5-0.6	0.6-0.7	0.7-0.8	0.8-0.9	0.9-1.0
单元数量	13	389	1 119	2 301	4 868	4 540	2 975	1 034	476	819
百分比%	0.069	2.100	6.039	12.406	26.263	24.500	16.056	5.582	2.567	4.419

## 7 结束语

本文提出了一种从医学体数据直接生成四面体网格的方法,用于重建人体器官组织的有限元模型.网格生成过程从处理医学断层图像开始,得到带分类标识的体数据,并对其采样构造背景栅格.保持特征的等值面提取方法被用于生成三角表面网格;对内部区域,则选用不同的剖分模板生成四面体单元,并设计了一种简单、有效的 T 结点消除方法,用于生成自适应网格.后处理阶段,用 Laplacian 平滑方法优化网格,提高四面体单元质量.本文算法在精简四面体单元数量的同时,检测并逼近边界上的尖锐特征,保证了网格表面的几何精度.

本文仅考虑对单一物质建模,而实际上人体结构的物质属性十分复杂,因此今后将对多物质建模技术进行研究.此外,为了进一步提高网格质量,我们还将研究保持特征的表面平滑技术和基于拓扑变换的体网格优化技术.

## References:

- [1] Huiskes R, Hollister SJ. From structure to process, from organ to cell: Recent developments of FE-analysis in orthopaedic biomechanics. *Journal of Biomechanical Engineering*, 1993,115(11):520-527.
- [2] Viceconti M, Bellingeri L, Cristofolini L, Toni A. A comparative study on different methods of automatic mesh generation of human femurs. *Medical Engineering & Physics*, 1998,20:1-10.
- [3] Goldmints L. Fast automated imaged-based patient-specific finite element biomechanical modeling [Ph.D. Thesis]. Pittsburgh: Department of Civil and Environmental Engineering, Carnegie Mellon University, 2003.
- [4] Gao J, Xu W, Ding Z. 3D finite element generation of complicated tooth model based on CT slices. *Computer Methods and Program in Biomedicine*, 2006,82:97-105.
- [5] Kaminsky J, Rodt T, Gharabaghi A, Forster J, Brand G, Samii M. A universal algorithm for an improved finite element mesh generation: Mesh quality assessment in comparison to former automated mesh-generators and an analytic model. *Medical Engineering & Physics*, 2005,27:383-394.



- [6] Shewchuk JR. What is a good linear element? Interpolation, conditioning, and quality measures. In: Proc. of the 11th Int'l Meshing Roundtable. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 115–126.
- [7] Owen SJ. A survey of unstructured mesh generation technology. In: Proc. of the 7th Int'l Meshing Roundtable. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1998. 239–267.
- [8] Ashida K, Badler NI. Feature preserving manifold mesh from an octree. In: Proc. of the 8th ACM Symp. on Solid Modeling and Applications. New York: ACM Press, 2003. 292–297.
- [9] Löhner R. Progress in grid generation via the advancing front techniques. Engineering with Computers, 1996,12:186–210.
- [10] Du Q, Wang D. Recent progress in robust and quality Delaunay mesh generation. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2006,195:8–23.
- [11] Meyers D, Skinner S, Sloan K. Surfaces from contours. ACM Trans. on Graphics, 1992,11(3):228–258.
- [12] Bajaj C, Coyle E, Lin KN. Tetrahedral meshes from planar cross sections. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1999,179:31–52.
- [13] Kwon GH, Chae SW, Lee KJ. Automatic generation of tetrahedral meshes from medical images. Computers & Structures, 2003,81: 765–775.
- [14] Lorensen WE, Cline HE. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. ACM Computer Graphics, 1987, 21(4):163–169.
- [15] Kobbelt LP, Botsch M, Schwanke U, Seidel HP. Feature-Sensitive surface extraction from volume data. In: Proc. of the SIGGRAPH 2001. New York: ACM Press, 2001. 57–66.
- [16] Gibson SFF. Using distance maps for accurate surface representation in sampled volumes. In: Proc. of the Volume Visualization Symp. Washington: IEEE Computer Society, 1998. 23–30.
- [17] Ju T, Losasso F, Schaefer S, Warren J. Dual contouring of Hermite data. In: Proc. of the SIGGRAPH 2002. New York: ACM Press, 2002. 339–346.
- [18] Brodlie K, Wood J. Recent advances in volume visualization. Computer Graphics Forum, 2001,20(2):125–148.
- [19] Nielson GM, Sung J. Interval volume tetrahedrization. In: Proc. of the 8th Conf. on Visualization. Washington: IEEE Computer Society Press, 1997. 221–228.
- [20] Zhang Y, Bajaj C, Sohn BC. Adaptive and quality 3D meshing from imaging data. In: Proc. of the 8th ACM Symp. on Solid Modeling and Applications. New York: ACM Press, 2003. 286–291.
- [21] Zhang Y, Bajaj C. Adaptive and quality quadrilateral/hexahedral meshing from volumetric data. In: Proc. of the 13th Int'l Meshing Roundtable. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. 365–376.
- [22] Molina M, Bridson R, Teran J, Fedkiw R. A crystalline, red green strategy for meshing highly deformable objects with tetrahedra. In: Proc. of the 12th Int'l Meshing Roundtable. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. 103–114.
- [23] Eppstein D, Sullivan JM, Üngör A. Tiling space and slabs with accurate tetrahedra. Computational Geometry: Theory and Applications, 2004,27(3):237–255.
- [24] Labelle F, Shewchuk JR. Isosurface stuffing: Fast tetrahedral meshes with good dihedral angles. In: Proc. of the SIGGRAPH 2007. New York: ACM Press, 2007. 57–66.



陈欣(1976—),女,浙江金华人,博士生,主要研究领域为计算几何,计算机图形学.



熊岳山(1963—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为虚拟现实,图形与图像处理.