ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
Journal of Software, Vol.19, No.4, April 2008, pp.888−911
DOI: 10.3724/SP.J.1001.2008.00888
© 2008 by *Journal of Software*. All rights reserved.
E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel/Fax: +86-10-62562563

无线网络邻近图综述*

路 纲+, 周明天, 牛新征, 佘 堃, 唐 勇, 秦 科

(电子科技大学 计算机科学与工程学院,四川 成都 610054)

A Survey of Proximity Graphs in Wireless Networks

LU Gang+, ZHOU Ming-Tian, NIU Xin-Zheng, SHE Kun, TANG Yong, QIN Ke

(College of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-28-83200000, E-mail: goforlg@126.com, http://www.uestc.edu.cn

Lu G, Zhou MT, Niu XZ, She K, Tang Y, Qin K. A survey of proximity graphs in wireless networks. *Journal of Software*, 2008,19(4):888−911. http://www.jos.org.cn/1000-9825/19/888.htm

Abstract: Network topology can be represented by the proximity graph defined as a graph with a set of vertices V and a set of edges E such that a directed edge (u,v) belong to E if and only if the point v is in the neighborhood induced by some predefined proximity measures of point u. This paper reviews some important graphs obtained so far, and the contents mainly concentrated in five aspects of those proximity graphs including their definitions or conceptions, construction algorithms, illustrations, topological relationships, and some parameters. This paper also outlines several further research directions.

Key words: proximity graph; wireless networks; topology control; dominating set; computational geometry

摘 要: 网络拓扑结构可由邻近图表述,定义其为一个包含点集 V 和边集 E 的图,某有向边(u,v)属于该图当且仅当点 v 位于点 u 的邻域内,这个邻域是在某事先定义的邻近测度作用下产生的.回顾了迄今为止一些重要图结构,内容主要集中在 5 个方面,包括邻近图的定义或概念、构造算法、图例、隶属关系、拓扑参数,还谈到进一步的研究方向.

关键词: 邻近图;无线网络;拓扑控制;支配集;计算几何

中图法分类号: TP393 **文献标识码**: A

网络拓扑结构可由邻近图表述.邻近图作为无线网络信息处理的虚拟基础设施,对网络性能起决定性影响.

在应用需求和计算机技术进步的推动下,邻近图研究从 20 世纪 60 年代逐步兴起,涉及大量非常有趣而又有意义的问题,取得了丰硕的研究成果,时至今日研究热度仍在上升,这体现在不断涌现的新成果上.邻近图不仅应用于无线网络,它在超大规模集成电路 VLSI、纳米科技、控制导航、测量定位、生命科学等领域都有着重大的应用价值,这些领域代表本世纪高科技发展的重要方向,我们预测其研究热潮至少在 21 世纪内不会退却.

本文主要从 5 个方面介绍无线网络领域常见或新近出现的邻近图结构,包括它们的含义、构造算法、图例、

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60473090 (国家自然科学基金); the National "11th Five-Year-Supproting-Plan" of China under Grant No.2006BAH02A0407 (国家"十一五"支撑计划)

Received 2007-07-22; Accepted 2007-09-13

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

隶属关系、拓扑参数.本文第 1 节介绍一些预备知识.第 2 节具体说明每个图结构的定义、构造方法、性能特点,并根据我们的初步研究结果表达一些观点或看法,同时小结邻近图与网络拓扑的关系等问题.第 3 节绘制文中所有邻近图的图例.第 4 节先总结图结构之间的拓扑隶属关系,然后列出代表性图结构重要拓扑参数的仿真结果.第 5 节指出未来研究方向.第 6 节总结全文.

1 预备知识

1.1 文中常用符号和术语的说明

- M:网络节点均匀、随机地分布在一个欧氏二维正方形平面域内,正方形的边长用 M 表示;
- $N,\partial N$:N 为节点总数(不混淆时也指总节点);∂N 代表距节点集凸边界不超过某预先设定距离的点;
- n:某点u的邻节点数量,分别用$n_+,n_-,\bar{n}$ 代表n的最大值、最小值、平均值;
- λ:代表节点密度.在二维平面时,$\lambda=\dfrac{N}{M^2}$;
- h:本文定义 d 维网络空间中的单位距离为 $h(x,y,z,...)=\sqrt[d]{\dfrac{1}{\lambda}}$.此定义很有用,好处之一是使许多结果具有最简形式.当 d=2 时,$h=\dfrac{M}{\sqrt{N}}$.节点均匀分布时,$h(x,y,z,\ldots)=h$ 是常数,与位置无关;
- sink:规定只有一个,为距离网络域 M 右下角点最近的节点;
- $G=(V,E)$:节点逻辑关系的图论表示方法,V,E 分别表示点集和边集.用$|\cdot|$表示集合·中元素个数;
- $N(u),N[u],N^k(u)$:分别代表点u的 1 跳邻节点、$u\cup N(u)$、u的第k跳邻节点;
- 可平面图(planar):G 中除在顶点,外边不交叉;
- t-生成图 G'(t-spanner,又称 t-支撑图):即 $V'=V,E'\subseteq E$,分别用 s',s 表示在 G',G 中任意两相同点间路径距离,则存在常数 t,使 $s'\le ts$.有时称 G'为子图,G 为超图;
- psf,dsf,hsf:分别为 power(distance,hop) stretch factor 的缩写,对应能量、距离、跳数——扩展因子,区别仅在于衡量代价的标准不同.如果 G'是 G 的生成子图,用 $cost(u,v)$表示从点 u 到点 v 路径的最低代价,则图 G'的扩展因子为 $factor\left(\dfrac{G'}{G}\right)=\max\limits_{u,v\in N}\dfrac{\cos t'(u,v)}{\cos t(u,v)}$,即所有点对在生成图和源图中最短路径代价比的最大值.用欧氏距离 $\sum\limits_{path}\|u-v\|$ 替代 $cost$ 就得到 dsf,用距离的α次方 $\sum\limits_{path}\|u-v\|^{\alpha}$ 替代 $cost$ 就得到 psf(α 取决于信号传播方式,本文通常取α=2),用跳数 $\sum\limits_{path}hop_{u\to v}$ 替代 $cost$ 就得到 hsf.
- w.h.p.:with high probability 的缩写,如果某事件以 1(或某个接近 1 的值)为概率发生.记法取自文献[1].

1.2 考察邻近图的若干准则

在无线网络中设计邻近图拓扑结构时,一般要考虑 3 个方面:

- 连通性(connectivity):通常是前提,也有例外,如第 2.16 节介绍的 k-Neigh 结构.
- 局部性:构造邻近图所需知识范围越小,通信负担也就越低,越能支持移动节点,网络可扩展性越强.
- 能耗有效性:可用 dsf,hsf,psf(或其他参数)来衡量.通常与路由策略结合效果更佳.

考虑到现阶段基于 RF 通信的方式,为提高通信效率还需要注意生成图的如下几个问题:

- 稀疏性(sparseness):边连接密度不宜过大(通常$|E|=\Theta(N)$),以降低 MAC(media access control)层干扰.
- 冗余(redundancy):节点的平均度或点对间的路径数不宜过低,否则会导致数据传输路径延长,网络拥塞,吞吐量降低,容错能力[2]、可靠性差.
- 可平面(planarity):边的非顶点交叉现象将给信道带来干扰.
- 提高空间复用率:通常,小的邻节点度及低的传输半径有助于减轻隐藏终端和暴露终端问题的影响,有利于提高空间复用度,并降低设备成本提高可靠性.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

- 其他.

以上没有任何一条是绝对必须的,通常会根据应用场景,在这些因素中选择一个综合最佳的平衡点.

1.3 邻近图结构的一种分类

- 平面型:节点在图结构中地位平等.本文第 2.1 节~第 2.16 节介绍的邻近图结构均属此类.
- 层次型:如支配集 DS(包括 CDS,IDS)等,节点在图结构中处于不同的地位.第 2.17 节、第 2.18 节属此类.

2 邻近图结构综述

点与其邻节点根据不同的映射关系进行关联,产生了千差万别的邻近图结构.为方便阅读,依构造方式上的差异,我们按以下不严格的分类介绍文中平面型图结构:

- 几何位置约束型(简称几何型):直接以点与邻点的距离、角度作约束条件构建的图结构.第 2.1 节、第 2.4 节~第 2.8 节均属此类.其他类型的约束条件均可看做距离、角度等几何要素的函数.
- 组合型:将多种已知图结构的构造要素组合,形成新图.第 2.9 节~第 2.11 节属于此类.
- 最优化型:将目标函数在约束条件下的解转换为几何要素而构造的邻近图结构.第 2.2 节、第 2.3 节(由于其重要性及方便后文引用而提前介绍)、第 2.12 节~第 2.15 节属于此类.这个类型中有一个可称做“*MST* 优化型”的子类,它们实质上是以特殊权值推广距离定义,因而都可由相同算法构造.第 2.13 节、第 2.14 节属于此类.
- 概率型:依据某概型理论来选择邻节点连接.第 2.16 节属于此类.

除特别指出以外,都假定当节点最大通信距离同为$R_{\max}$时,图能够构造;如果没有明确提到边的方向,则为无向边.

2.1 UDG(unit disk graph)

当图定义在相同点集空间上时,UDG(或者还有 DG(disk graph),见下文)是所有已知、未知邻近图结构的发源地.

定义. 当且仅当u,v两点距离$\le R_{\max}$时,边$(u,v)\in G$.

UDG还有一些等价定义,如所有节点发送半径相等;由等半径的圆组成,当且仅当一个圆包含另一个圆的圆心时,两圆之间存在连接边.如果允许节点的最大发送半径不同,则称DG.另外,有文献定义$R_{\max}$为 1,本文用$R_{\max}$替代 1 更直观,实质无二.在UDG中,$n_+=N-1$, $\bar{n}=\lambda\pi\cdot R_{\max}^2$.UDG唯一、不一定可平面.

2.2 MST(minimum spanning tree)

定义. UDG 中包含所有 N 个节点的生成树,要求满足边代价之和最小.

构造算法:Prim和Kruskal方法已众所周知,时间复杂度为$O(m\log N)$,这里,m表示边数,需要全局知识.对欧氏最小树(相当于UDG为完全图),如果已知DTG,则复杂度为$\Theta(N)$[3],由于DTG本身需$\Theta(N\log N)$,故总的复杂度由DTG决定.对于 3 维Euclidean空间,文献[4]证明,MST可以在$O((N\log N)^{1.8})$时间内构造.MST不唯一、可平面,任意点对间路径数总为 1.

Penrose 在文献[5]等一系列文章里研究了随机分布节点的 MST 最长边问题,从 Penrose 的例子来看它可能关乎种族存亡:一场灾难导致 MST 中最长边的一端灭绝,另一端子树因距离阻断灾害得以幸免.此意义下,它比单纯边长之和重要得多.结果之一显示,对某些正常数ξ来说,概率 $\Pr\{\text{最长边}\le\sqrt{(\ln N)/(\pi N)}\}\to\exp(-\mathrm{e}^{-\xi})$.

2.3 SMT(steiner minimum tree)

上面我们知道,MST 用最小总距离连结图 G 所有 N 个点,那么,MST 在整个 Euclidean 平面上都是最短连接距离吗?答案为否.此时,SMT 才拥有最短距离.

SMT 定义 1(in graphs). 给定 $G=(V,E)$且 $V=\{S\}+\{V-S\}$,则 G 中边代价之和最低的树即 SMT,要求该树生长出所有的$\{V-S\}$点.点集$\{S\}$称 Steiner 点.我们称此种在有限点集上的定义为邻近图的图上定义.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

SMT 定义 2(in the Euclidean plane). 连结平面上 N 个点的最短距离网络.该定义又称为“经典定义”.

两个定义的区别在于,前者已知 Steiner 点,而后者隐含未知.SMT 定义 2 起源于 1640 年 Fermat 提出的“连结三点最小距离”问题,经 Gauss 推广到定义 2,并由文献记载的误会而得名(与 Steiner 本人无关).它与最小生成树MST存在关系: $L_{\mathrm{SMT}} \ge \frac{\sqrt{3}}{2} L_{\mathrm{MST}}$,其中,L代表路径总长,这是 1968 年提出的Gilbert-Pollak猜想[6],由堵丁柱、黄先明于 1992 年在文献[7]中证明.Steiner树定义不只上面两种,还有Aho等人于 1977 年提到的Rectilinear Steiner tree[8],Terminal Steiner tree(在定义 1 的基础上,$\{V–S\}$恰为叶节点)等等.无线网络中常用的是定义 1 或类似的形式,即已知S点.不论定义 1 还是定义 2,SMT都不唯一,但各自定义域内最小代价是相同的.

目前,关于 SMT 的研究可划分为两类:一是关于树的构造研究,一是应用研究,前者似乎更为热点.

文献[9,10]等表明了构造 Steiner 树问题的 NP 完全性,因而,如何有效构造该树至今仍然被人们所关注.常见的如穷举法、动态规划等,但精确解算法仅在小规模问题上有效.应用场景中,如果需要多次构造 SMT 或图规模较大,寻求次优解就成为可行选择.关于近似方法与 NP-完全性的关系可参考文献[11]及相关文献.次优解重点考察算法时间和算法的 Steiner Ratio 值(即次优解与最优解之间最大的路径代价比,不同文献的表示方法可能有差),二者都是越小越好.每一种类型的 SMT 中若限定在某个解决时间(例如多项式时间)内,则近似方法的最佳 Steiner Ratio 界限值到底是多少,至今仍未被彻底解决,这是一个有重大意义的理论研究课题.作为例子我们给出下面定理.

定理 1[12,13]. 令S表示d维空间N个点集合,某常数 $0\le k\le N$,如果S上某生成子图G能在$O(N\log N)$时间内计算出,则G包含下列性质:① G最多含$N+k–1$ 条边;② G的距离扩展因子为 $O\left(\frac{N}{k+1}\right)$;③ $n_+=5$.

这是一个杰出的成果,但人们仍然会问:可否找到准确的Θ值替换扩展因子的O,具体到SMT是多少,最大度数可否降低、无线网络中人们还要关心是否基于分布式的算法及实现的通信代价,等.SMT在无线网络中的应用主要包括数据融合、广播等算法[14]、支持移动节点[15]等等.

2.4 RNG(relative neighborhood graph)[16]

广场上,如果甲、乙两人希望成为舞伴,那么不允许存在丙同时距甲、乙更近,形式化表述为:

定义. 对$\forall u,v\in V$,如果边$(u,v)\in RNG$,则不存在点 w,使得 $\max\{d(u,w),d(v,w)\}<d(u,v)$.

定义等价于图 1 阴影区内部不含任何其他点.RNG 源于 PM Lankford 在 1969 年的一篇文献(Regionalization: Theory and Alternative Algorithms),当时定义与本文定义的差别在于其不等式 $\max\{d(u,w),d(v,w)\}<d(u,v)$中的“≤”符号,实际上,Lankford 使用的仍是“<”概念.“<”意味着,如果 w 在阴影区边界上,(u,v)仍然$\in RNG$.

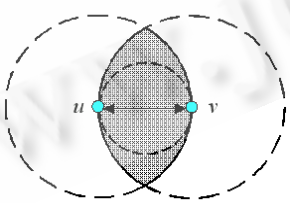


Fig.1 Edge in RNG

图 1 RNG 中的边

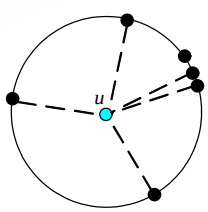


Fig.2 Illustration for maximum node degree

图 2 最大度的图例说明

RNG 本意可看做寻找相对较近的人成为伙伴,这里我们要指出“≤”定义违背实践事实:当广场上人数多于 1 时,某个人 u 总能从人群中选出至少一个距离较近的人 v 作为伙伴,这是常识.然而,当 3 人拉手站成边长为 1m 的等边三角形时,按“≤定义”,u 会犯一个视而不见的错误,表现在图中即有可能图不连通.本段隐含推论:如果 w 在图 1 的阴影区内部,则角$\angle uwv>\pi/3$.

RNG唯一、可平面.$n_+=N–1$,原因如图 2 所示;$n_-=1$.如果任意点u不存在两个或两个以上的等距离邻节点,则

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

$n_+=6$[17].文献[18]证明,相对于完全图的 $dsf\left(\frac{RNG}{K_N}\right)$ 下界为 $\Omega\left(\sqrt{\log N/\log\log N}\right)$,至多为$N-1$.

如果按定义(brute force)构造RNG,需要$O(N^3)$时间复杂度,不一定需要定位;从DTG开始构造RNG需$\Theta(N\log N)$[19],这是下界,文献[19]还给出3维空间的RNG计算方法,复杂度为$O(N^2)$.

定理 2[16]. $MST\subseteq RNG$(是后文一系列定理的基础).

证明:反证法.设图1阴影区内含另一个点w,则$\max\{d(u,w),d(v,w)\}<d(u,v)$,去掉$uv$边,原图分解为两个独立的连通子树,分别含$u$和$v$;不失一般性,假设$w$在含$u$的子树内,连接$vw$得到一个总代价更小的MST,这与原树是最小生成树相矛盾.因此,(u,v)如果是MST的边,则其一定满足RNG边的定义.定理2成立. □

UDG连通⇒UDG的MST连通⇒包含最小生成树的RNG一定是连通图.

2.5 GG(gabriel graph)[20]

GG由K.R. Gabriel于1969年在文献[20]中首次提出,以点的几何位置作为构造条件,属于几何型邻近图.

定义. 对$\forall u,v\in V$,如果边$(u,v)\in GG$,则不存在点w,使得$d^2(u,w)+d^2(v,w)<d^2(u,v)$.

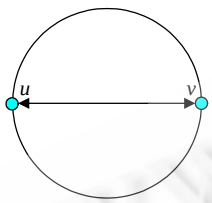


Fig.3 Edge in GG

图3 GG中的边

定义等价于图3中以(u,v)为直径的圆内及圆周不含其他点.如果UDG连通,则GG连通(参考定理3及定理2).GG是唯一的,并且GG是可平面图.$n_+=N-1$,原因如图2所示;$n_-=1$.

构造算法1:根据定义.分布式算法,不需要定位,计算复杂度$O(N^3)$(因n最大可至$N-1$).

构造算法2(Matula等人,1984):先计算DTG,如果DTG中的边不与其两端点的Voronoi边(即该两点垂直平分线在Voronoi图中的保留线段)相交,去掉它.如图4所示,虚线为Delaunay三角剖分,边(a,b)与其Voronoi边e不相交,删除这条边就得到右边的GG图.算法2适于UDG为完全图的情况.需要全局定位知识,计算复杂度为$\Theta(N\log N)$.

文献[18]证明,相对于两点间直线距离(完全图)的dsf_{GG}下界为$\Omega\left(\sqrt{\log N/\log\log N}\right)$,至多为$\sqrt{N-1}$.Li等人表明$psf\left(\frac{GG}{UDG}\right)=1$(见表2).原因:考虑UDG任意两点间能耗最低路径上的一条边uv,当$\alpha\geq 2$时,如果以uv为直径的圆内含其他点w,则$u\to w\to v$为一条能耗更低的路径,这与uv属于能耗最低路径相矛盾.因而uv符合GG定义,换句话说,能耗最低路径都保留在GG中,上面结论成立.

定理 3[3]. 任意点集上$RNG\subseteq GG$.

证明:可参考文献[3].也可如图1所示:以uv为直径的虚线圆完全包含在阴影内,这个虚线圆符合GG的定义,可见,如果$(u,v)\in RNG$,它一定同时属于GG;反之,则不一定. □

文献[21]给出了关于GG最长边研究的最新成果,包括以下重要内容:

- 在UDG中,$R_{\max}=\beta\sqrt{\frac{\ln N}{\pi N}}$,$\beta<2$,$N\to\infty$,则$GG\not\subset UDG$,w.h.p.;当$\beta>2$,$N\to\infty$时,$GG\subseteq UDG$ w.h.p.;
- 当UDG中,当$R_{\max}=2\sqrt{\frac{\ln N+\xi}{\pi N}}$时,$N\to\infty$,GG中的边长不小于该$R_{\max}$的概率为$2e^{-\xi}$;
- 对任意ξ,GG中边长不小于$2\sqrt{\frac{\ln N+\xi}{\pi N}}$的边总数,服从均值为$2e^{-\xi}$的泊松分布.

GG与RNG都是一种称作β-Skeleton结构的特例,分别相当于$\beta=1,2$.β-Skeleton结构的定义为:当$\beta=0$时,为线段uv;当$\beta=\infty$时,为垂直于uv的带;当$0<\beta<1$时,是以$|uv|/(2\beta)$为半径并过u,v两点的圆的相交部分;当$1\leq\beta<\infty$时,是以$\beta\times|uv|/2$为半径,以$(1-\beta/2)u+(\beta/2)v$,$(\beta/2)u+(1-\beta/2)v$两点为圆心的圆之相交部分(如图5所示).

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

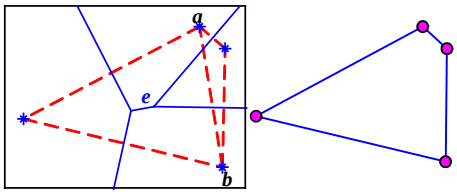


Fig.4 From DTG to GG

图 4 从 DTG 转换到 GG

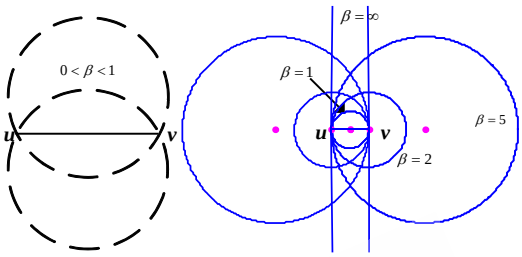


Fig.5 β-Skeleton

图 5 β-架构

2.6 DTG(delaunay triangulation graph)

DTG 得名源于 Delaunay BN 在 20 世纪 30 年代的研究工作,它由几何位置约束而生成.

定义. 如果三角形$\Delta uvw \subseteq DTG$,则这 3 个顶点的外接圆内不含任何其他点(G 至少有不共线 3 点).

构造算法:已为大家所熟知,如利用 Voronoi 图转换等,计算复杂度为$\Theta(N\log N)$,需要全局位置知识.

DTG不唯一、可平面.根据Euler定理很容易证明:DTG最多含 $3N-6$ 条边和 $2N-4$ 个三角形.DTG中邻节点度不是常数,$n_+=N-1$,这是因为在图 2 中,圆周上每两个相邻的黑色点都能与圆心u构成符合定义的三角形;$n_-=2$,因每个点至少属于一个三角形.DTG的∂N中三角形边长可远大于$R_{\max}$,此时可定义UDTG[22](unit DTG):去掉DTG中边长大于$R_{\max}$的边.文献[23]证明 $dsf\left(\frac{UDTG}{UDG}\right)\le 2.42$. $dsf\left(\frac{DTG}{K_N}\right)=\pi/2$,这个猜想来自文献[24],并被广泛认为就是实际值,由于未见严格证明,至今仍是一个公开问题.

定理 4 (拓扑链). 任意点集上,$MST\subseteq RNG\subseteq GG\subseteq DTG$(受文献[16]启发,我们整理证明过程如下).

证明:根据定理 2 和定理 3,只需证明 $GG\subseteq DTG$.考察图 6 以 uv 为直径的圆.从圆心 o 引出虚线,它是 w 点(位于第 1 象限)和 v 点的 Voronoi 边,如果 w 点在圆周上,那么该 Voronoi 边 V_wv 一定交 u,v 之间的 Voronoi 边 V_uv 于原点 o,此时,v 下方若存在另一点 z(第 4 象限),则 V_vz 也交于 o 点,这样就使 V_uv 的长度为 0;之后,将 w 移动到圆 o 外第 1 象限,容易证明,V_wv 此时与 V_uv 的交点一定在 o 点正上方.同理,对 z 点处理后,类似交点一定在 o 点正下方,此刻,V_uv 的长度大于 0;由于 w,z 是任意的(可以不存在),上述过程说明:$[(u,v)\subseteq GG]\Rightarrow$以 uv 为直径的圆内和圆周上没有其他点$\Rightarrow[V_uv$ 长度$\neq 0]\Rightarrow[$边 $uv\in DTG]$.最后一步根据的是 Voronoi 与 DTG 间的对偶性(对偶定理是 Delaunay 的贡献,证明可参考文献[3]).定理 4 成立. □

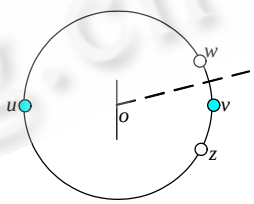


Fig.6 Proof of theorem 4

图 6 定理 4 证明

DTG包含一些特殊的性质,如G. Kurup(New Mexico State University,1991 年)在其博士论文中证明DTG是一个单调图,即任意点对u,v之间总存在路径$u\to w_1\to w_2\to\ldots\to v$,使得路径上欧氏距离非减,这个性质可以利用来进行数据搜索;另外,DTG在GIS(地理信息系统)中有着广泛应用;等等.

2.7 YG(Yao graph)[4]

YG 在经典文献[4](Andrew C.Yao,1977 年)中首次被提出,当时作为寻找 MST 的辅助结构.它是以几何角度、距离同时作为约束条件的邻近图结构,也是目前经典邻近图结构中唯一以华人命名的.

定义. 以 u 为中心引 n 条射线将平面等分为 n 个锥形域,在每个锥形域内如果有其他点,则选择距离 u 最近的某点 v,使有向边$(u,v)\in YG$,以示区别,此时的 YG 用 $\overrightarrow{YG}$ 表示;如果加入的是反向边(v,u),则称 reverse YG,用 $\overleftarrow{YG}$ 表示;如果同时加入两方向的边,则称为 YG.通常 $n\ge 6$,图 7 和图 8 所示直观显示了 $\overrightarrow{YG}$ 与 $\overleftarrow{YG}$ 之间的关系($n=6$).

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

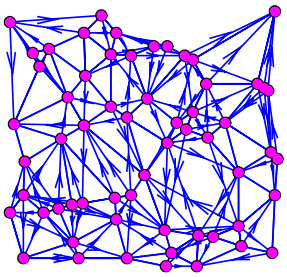


Fig.7 YG with directed edge

图 7 YG 有向图

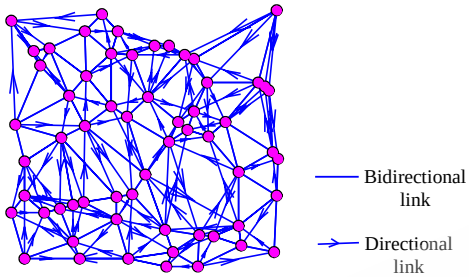


Fig.8 Reversed YG

图 8 YG 反向图

文献[4]证明(方法与定理 2 类似),当$n\geq 6$ 时$MST\subseteq YG$,实际上,$n\geq 6$ 该结论就成立[25].YG不一定可平面,文献[26]表明: $dsf_{YG}=\dfrac{1}{1-2\sin(\pi/n)}$,$RNG\subseteq YG(n\geq 6)$.$psf$定义也是Li等人在文献[26]等系列文章中提出来的.

YG基础上采用不同策略来保留边,将得到众多YG变形图.例如,Symm Yao[27]: $\overrightarrow{YG}$ 中保留那些对称的有向边,即(u,v)和(v,u),去掉点对间的单向边;Spars Yao: $\overrightarrow{YG}$ 中,点v的接收扇区内如果存在$d(u,v)>d(w,v)$,则去掉有向边(u,v);文献[27]说明,$Symm\ Y\subseteq Spars\ Y\subseteq YG$(本文注:YG不唯一,因划分锥形域方式在周期 $2\pi/n$内任意,同一锥形域内最近点也可能不唯一).

定理 5. 节点 u 以某固定发送功率与所有邻节点通信,YG 下,u 点最小通信半径 R 的均值为

$$R=2\pi\lambda\delta.$$

这里, $\delta=\int_0^{\infty}\varepsilon\cdot(1-\varepsilon)^{n-1}r^2\mathrm{d}r$, $\varepsilon=\exp\left(-\dfrac{\lambda\pi\cdot r^2}{n}\right)$.例如在 $n=4,n=6$ 时,节点平均通信半径 $R\approx\dfrac{\pi}{2}h$和$\dfrac{2\pi}{3}h$.上式适用$n\geq 1$.定理 5 及证明见附录 A.

2.8 CBTC(cone based topology control)[28,29]

类似于 YG,CBTC 也以角度约束为主,不同之处在于 CBTC 尽量让所有朝向的锥角α内含至少 1 个邻节点.

执行下述两个过程得到CBTC[28]:第 1 阶段,固定某顶点$u\in V$的锥形角α,增大u的通信距离r,使满足:要么u的任意指向锥形域内至少含一个$\{V\backslash u\}$节点,要么$r=R_{\max}$.取二者中最小值,然后u与该r为半径的圆内节点建立双向边连接,得到图G_1;第 2 阶段,如果u的邻节点中存在v,w两点(v,w之间有边连接),并且它们之间的通信代价满足不等式$cost(u,v)+cost(v,w)\leq q\times cost(u,w)$,则$u,w$分别从各自的邻节点表中去掉对方;反复执行此过程,直到不存在这样的w,得到最终图G_2.用CBTC_basic表示这个最终图.

文献[28]表明:① 当$\alpha\leq 2\pi/3$ 时,CBTC_basic 连通(要求 UDG 连通);② 当$\alpha\leq\pi/2$ 时,CBTC_basic 是能量优化的,与最优能耗只相差一个可以任意小的正常数,任意点 u 的逻辑邻节点数不超过 6;③ 对任意 $q\geq 2$,点 u 的邻节点度最大不超过某常数 n.方便起见,本文用欧氏距离作为 $cost$,设 $q=2$.

文献[28]指出,CBTC_basic的一些思想曾受EG(见第 2.12 节)启发.在提出后不久,文献[28]中的另一位作者在文献[29]中证明,满足前述条件的α严格上界为 $5\pi/6$,G_1后进行下述 3 个优化过程:

(1) 回退(op.1):个别节点u受地域限制即使达到$R_{\max}$也不能保证任意朝向的锥形域含其他节点,此类节点被称为Boundary node,使r沿增大的路径退回到u的锥形覆盖域达到最大的那一刻为止;

(2) 非对称边去除(op.2):对G_1过程略做修改,u与邻节点建立有向边(u,v),称 G_1'.当$\alpha\leq 2\pi/3$ 时,如果 G_1' 中存在(u,v)同时不存在(v,u),去掉(u,v)(本文注:容易证明 op.2 保证连通的α严格下界为 $2\pi/3$,如果仍使用$5\pi/6$,图将不连通);

(3) 对称边去除(op.3):经过前面过程后,此时的 CBTC 都是双向连接边,即“对称边”,对称边中仍可去掉一些满足特定条件的边而不破坏图的连通.这个特定约束条件要比CBTC_basic中第2阶段的去边条件更加宽泛:只要满足 $\max\{cost(u,v),cost(u,w)\}>cost(v,w)$,就去掉无向边 $\max\{(u,v),(u,w)\}$,无论 v,w 之间是否存在边.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

以上操作都不影响图连通,证明参见文献[29].我们统称这些图为 CBTC,仅在需要时注明其条件.所有这些 CBTC 在进行优化之后,不能确保任意锥形域都含邻节点.本文注:CBTC 不一定唯一,因增大 r 的方式未统一.

参见文献[29]中的数据,随着优化过程的深入,连接边数量和发送距离 r 急剧下降,这个过程并非一直对能耗有利.过少的边往往导致热点现象、增长的路径等,它们之间存在一个平衡点.文献[29]也提到这些问题.

2.9 $Ldel^{(k)}$(k-localized delaunay graph)[22]

本节开始进入组合型图结构,LDel 把 GG 和 DTG 两种图的构成要素融合在一起.

定义. 恰包含所有的 GG 边和所有的 k-局部 Delaunay 三角形的边.k-局部 Delaunay 三角形是指,Δuvw 的外接圆内不含距点 u,v,w 在 k 跳范围内的点.

构造算法:见文献[22].这是一种分布式算法,思路是每个节点u根据邻节点的位置信息计算各自的局部DTG,保留得到的GG边,去掉边长大于$R_{\max}$、外接圆内含k跳邻节点的Δuvw.如果k=1,记得到的图为$Ldel^{(1)}$.它不一定可平面,如图 9 所示,最右边为点坐标,(④,⑤)形成一个GG边.为此,又提出了进一步算法PLDel(planar LDel),检查$Ldel^{(1)}$每个三角形顶点u的$N^2(u)$中是否有点位于外接圆内,如果有,则去掉该三角形.PLDel为平面图,因为文献[22]证明点④或⑤必有一点位于Δ①②③外接圆内(如图 10 所示).

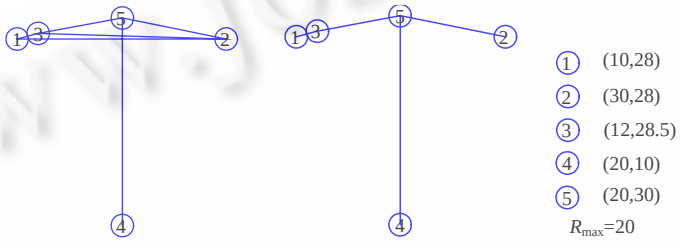


Fig.9 $Ldel^{(1)}$ is not planar　　Fig.10 PLDel is planar

图 9 $Ldel^{(1)}$不是平面图　　图 10 PLDel是平面图

文献[22]证明这些结论:当 $2\le k\le N$时,$Ldel^{(k)}$是可平面图;当k=1 时,$Ldel^{(k)}$是两层平面图的叠加,不一定可平面;根据定义有$Ldel^{(k+1)}\subseteq Ldel^{(k)}$,$UDTG\subseteq Ldel^{(k)}$; $dsf\left(\frac{LDel^{(k)}}{UDG}\right)\le 2.42$, $dsf\left(\frac{PLDel}{UDG}\right)\le\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi$.

我们认为,该图结构性能优秀,但构造上受 DTG 制约,对节点位置十分敏感,如果没有准确的位置信息,则可平面性等会受较大影响.另外,与其他平面图结构相比,很多时候节点需了解两跳信息,或多或少有违局部性原则.

2.10 LMST(local minimum spanning tree)[30]

组合型邻近图,每个节点计算各自的局部 MST,然后将这些局部 MST 合成一个新图.

定义. 令T_u表示UDG中点集$N[u]$导出子图的局部最小生成树,有向边$(u,v)\in LMST$当且仅当$v\in T_u$且v与u在T_u中的距离不超过 1 跳.

LMST 是有向图,如果有向边$(v,u)\notin LMST$,采用两种策略换为无向图:其一是通知 v 点增加一条有向边(v,u);其二是让 u 点去掉(u,v)边,原文分别使用符号 G_0^+, G_0^- 表示这两种结果图.当 $R_{\max}\ge\sqrt{2}M$ 时,$LMST=MST$.

顾名思义,该拓扑结构是由节点根据局部信息构造的,文献[30]表明,LMST 还具有下述性质:① LMST 是连通图,无论是否加边或去边;② 节点度不超过 6;③ 事先可以不需要位置信息,但会增加通信代价.

该拓扑的优点如文献[30]所说,有利于降低MAC层的竞争干扰、节能等;原文也提到,缺点包括路径冗余度降低,不利于路径失效恢复.我们注意到,它实际上也不利于负载、能耗的均匀分布.另外,局部最小生成树需$O(n\log n)$时间,由于n可随发送半径R而增大,全局拓扑收敛需$O(N^2\log N)$时间.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

2.11 The *r*-neighborhood graph and the extended *r*-neighborhood graph[17]

仍然是组合型邻近图,此次选择 RNG 和 GG 进行融合.

The *r*-Neighborhood Graph 定义. 边$(u,v)\in r$-*Neighborhood Graph*,当且仅当图 11 中阴影区不含其他节点.

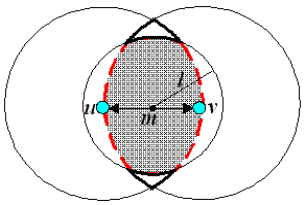


Fig.11 The *r*-neighborhood region of edge (u,v)

图 11 边(u,v)的 *r*-neighborhood 区域

- 上述定义又称为*r*-Neighborhood Graph的基本定义,用符号NG_r表示,阴影区域不包含边界;
- 用$D(u,|uv|)$表示中心在u,半径长为$|uv|$的圆盘(不含边界),其他圆盘类似标示,则图 11 中的阴影区形式化描述为$NG_r(u,v)=D(u,|uv|)\cap D(v,|uv|)\cap D(m,l)$;
- m 是边(u,v)的中点,不是网络节点;半径 l 的值为 $l=\frac{|uv|}{2}\times\sqrt{1+2\cdot r^2}$,$r$ 是任意常数,满足 $0\le r\le 1$.

NG_r具有如下性质[17]:

- $RNG\subseteq NG_r\subseteq GG$(本文注:对比图 11 和图 1,由几何关系立即得证).
- NG_r是连通图,设UDG连通(本文注:因其包含MST,见定理 2).
- $psf\left(\frac{NG_r}{UDG}\right)\le 1+r^{\alpha}(N-2)$,$\alpha\ge 2$.$NG_r$的最大邻节点度 $n_+\le\left|\frac{\pi}{\sin^{-1}(r/2)}\right|$,$NG_r$的边都是无向边.

参考图 2,NG_r仍旧没有解决最大邻节点度可达$N-1$ 的非有界问题.为此,文献[17]又提出下面的扩展定义.

The Extended *r*-Neighborhood Graph定义. 在基本定义基础上增加两条限制:① 图 11 中含u的虚弧线上如果存在w点,使得$id(u)>id(w)$,则边$(u,v)\notin NG_r$;② 图 11 中含v的虚弧线上如果存在w点,使得$id(v)>id(w)$,则边$(u,v)\notin NG_r$.$id(u)$表示u点的节点编号,所有节点编号唯一.

Extended NG_r继承了除第 1 条以外NG_r的所有性质.文献[17]又开发了一种基于 1-hop信息的完全分布式算法来实现两种邻近图结构,算法被命名为PLA.无论是Extended NG_r还是NG_r都可以通过调整r来改变平均邻节点度的大小.新图吸收原结构的一些良好性质,这种组合思想渐有流行趋势.

2.12 EG(enclosure graph)[31](or R&M,by author name)

本节开始介绍最优化型图结构,EG 设计思想很简单,每个节点执行局部能量最优策略,即,

定义. 边$(u,v)\in EG$,当且仅当 $Weight(u,v)<Weight(u,w,v)$.

其中,(u,w,v)表示从 u 开始经过中间节点 w 到达 v 的路径;*Weight* 代表权重函数,它是关于路径上相邻两点距离d的函数,权重函数(即能耗模型)的形式为 $f(d_{uv})_{send}=\varepsilon\cdot d_{uv}^{\alpha}+c_1$,$\alpha\ge 2$,$f(d_{uv})_{receive}=c_2$.$\varepsilon,c_1,c_2$是某正常数,不影响函数性质.

文献[31]定义的属于接收点 v(发送点 u)的 Relay region(中继区,含 Boundary)如图 12 所示,含义为:如果 u 向位于中继区的节点发送数据,那么,由节点 v 帮助转发更节约能量.节点 u 与周围邻节点构成的闭包(enclosure)由图 13 中的 3 条蓝色实曲线围成,闭包是中继区的补集,不含边界(boundary).网络域界限也可能参与构成闭包边界,因为事先假定所有节点都位于某区域M内,所以,任何一个节点总存在闭包,点 u 与闭包内的节点建立边连接形成 EG 的边.闭包形状取决于权重函数的形式,图 12 和图 13 中,无线电传播的路径衰减指数$\alpha=4$,采用的是自由射线+地面反射线的双射线传播模型.

构造EG不需要如图 11 那样去计算精确的闭包形状.过程很简单[31],即让发送点检查$R_{\max}$内的所有邻节点,去掉那些位于其他节点Relay region内的点,一般来说,这个过程需迭代$\Theta(n)$次.构造EG需要事先定位每个节点.

文献[31]证明,EG 是强连通图;EG 中包含权重函数意义下的最短路径,因而可以通过一个分布式Bellman-Ford算法构造u到其他任何点的最小代价路径(本文注:相当于有线网络中“距离-矢量”路由建立过程).

EG 与其他图结构的关系在原文中未做讨论,以下内容是我们的初步研究结果:

EG的$n_-=1$,$n_+=N-1$(图 2 中,圆周上所有点都成为中心u的邻节点),可见其邻节点度不是常数.

引理. 固定α,当路径上的非传播代价(c_1,c_2等)增大时,$EG^-\subseteq EG^+$.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

这里用–、+示意增大前、后状态.因为从计算平面Relay region的公式中[31]可以看出,非传播代价增大后的中继区是增大前的子区,由它们补集的交构成的闭包将是原来的超区.

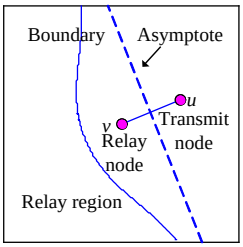


Fig.12 Relay region of u

图 12 节点 u 的中继区域

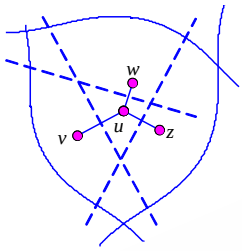


Fig.13 Enclosure of node u

图 13 节点 u 的闭包

定理 6. α=2,则 $MST\subseteq RNG\subseteq GG\subseteq EG$.

证明:此时,路径代价仅为欧氏距离的平方,根据前文知识,只需证 $GG\subseteq EG$.让 u 代表发点、v 代表目的点、w 代表中继点,对 EG 中边的定义稍加整理,我们可以知道,v 在 u 闭包内的充要条件是对任意 w 满足 $d_{uv}^2<d_{uw}^2+d_{wv}^2+c$.再设边$(u,v)\in GG$,则 w 一定位于图 3 的圆外,据 GG 的定义,恰有 $d_{uv}^2<d_{uw}^2+d_{wv}^2$.比较前后两个不等式,只差一个常数 c.由于非传播代价不可能为负,所以,$c\geq 0$,后者不等式右边加上这个常数项 c 后,不等式仍然成立,它恰好满足了 v 点在闭包内的定义,再由引理可知,闭包随 c 增大是原闭包的超区,定理成立. □

EG仍存在一些问题:一般来说,EG不是可平面的,当非传播代价较大时,$EG\rightarrow$完全图K_N(或UDG),违背了稀疏性原则;同样,由于非传播代价的原因,构造EG的算法复杂度最坏$O(N^3)$;文献[32]对EG算法进一步改进,去掉了一些冗余边;等等.然而,普通场合EG还是实用的.

2.13 RST(robust spanning tree)[33]

RST 的设计思想是要在分布式环境中设计一种拓扑结构,通过采取预先措施而不是自适应地反馈调整来保障网络的健壮性,保证数据传输的可靠性.它是典型的“MST 优化型”邻近图.

定义. 图 G 中,以信息收集节点 u 为根、以$\lambda\times hops+(1-\lambda)\cdot pathweight$ 为边权重的 MST.

- 这里λ借用了原文献符号,它是[0,1]间常数,不是本文第 1.1 节定义的网络节点密度;
- 图 G 可以是 UDG 或其他初始输入图,只要连通即可;
- 信息收集节点一般就是类似 sink 功能的网络节点(文献[33]称为根 root),它允许是网络中的任意节点;
- 任意一点i的$hops$用h_i表示,它是该点与root节点之间路径的最小跳数;
- 任意一点i的λ用λ_i表示,此时,i是某条边(j,i)的尾端点,$\lambda_i=1-h_i/\varepsilon_1$;
- ε_1为根节点离心率,它是在根到其他节点最短路径中取最大值而得到的,文献[33]采用跳数作路径距离;
- $pathweight$,即路径的欧氏距离.

文献[33]指出,从根节点出发到其他所有点最短欧氏路径树为 SP,如果是以跳数衡量路径距离则称为 FH,如果没有根节点则称统称为 MST.有了这些术语,可以分析出 FH 是一种“胖树”结构(如图 14 所示),当节点或连接失败时,FH 有助于将数据损失降到最小,但它对能耗等其他性能却不是最适合的;与 FH 相反的是 MST,MST 路径长度较大,路径无冗余,又称为“瘦树”,如图 15 所示(点坐标与图 14 的相同),一旦路径上节点或连接失效,则数据损失惨重;介于二者之间的是 SP,SP 有利于负载均衡和能耗,但 SP 受到边长分布不均匀的影响,存在不稳定性.

为了克服以上结构存在的问题,文献[33]设计了 RST.RST 的宗旨是希望拓扑结构在接近根节点时“胖”,远离根节点时“瘦”.原因很简单,因为远离根时,数据往往刚出发,即使失效损失也不大,随着数据不断接近根位置,网络对该数据的“投资”也在不断加大,当然希望能它被成功接收.

实现 RST 的核心技术就是定义中的权重公式,含义为:靠近根节点时跳数 hops 占主导,远离根时距离因素 $pathweight$ 占主导.文献[33]开发了集中和分布式算法构造 RST,它们分别对应 Dijkstra 和 Bellman Ford 算法的

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

变形.

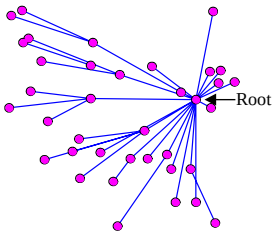


Fig.14 FH

图 14 胖树

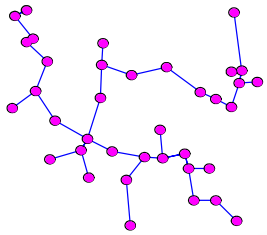


Fig.15 MST

图 15 瘦树

2.14 LIFE(low interference forest establisher),LISE(low interference spanner establisher),LLISE(local LISE)[34]

与以往邻近图结构不同,LIFE 等致力于降低节点信道之间的干扰(interference).文献[34]认为,片面减少边的数量、长度及邻节点度不一定就能保证节点之间的干扰现象也降低,RNG,GG 等结构都没有实现干扰最优化.从构造算法上看,LIFE 仍然是典型的“MST 型”邻近图结构.

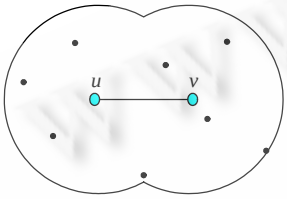


Fig.16 Nodes covered by link *uv*

图 16 *uv* 链接的覆盖节点

某条边 e 的覆盖 cov 为 $Cov(e)=|\{w\in V|w$ 被边(u,v)和(v,u)覆盖$\}|$,即图 16 的点数(包括 u,v).其含义是,当图 16 中的 u 与 v 之间通信时,以边长$|uv|$为半径、圆心分别在点 u 和 v 的两圆并集范围内的点都会受影响.整个网络的 Interference 被定义为 $I(G)=\max_{e\in G}\mathrm{cov}(e)$.在该定义基础上,我们给出 LIFE 等的定义(原文未明显给出):

LIFE 定义. 以边的覆盖值作为权重的连接 N 个点的 MST.

LISE 定义. 具有最小 $I(G)$值的图 G 的 t-生成子图.LLISE 的含义 LISE:的局部实现算法.

LISE 首先把所有 UDG 的边按覆盖值从大到小排列,保存到一个数据结构 E 中,然后清空 UDG 中的边,只保留节点,建立 G_LISE 图结构.对 E 中的第 1 个边 uv,考察 G_LISE 中从 u 到 v 的路径权值 p(欧氏距离和):如果 $p>t\times|uv|$,就把 E 中具有最小覆盖值的边全部搬进 G_LISE,直到 $p>t\times|uv|$不成立为止;然后,删除 E 中的第 1 条边,对第 2 条及以后的边重复上面过程,直到 E 为空.

算法实现上,LIFE和LISE需要全局位置知识,LLISE只需要局部点对之间交换UDG信息.3 种算法都实现了优化干扰的目的,但我们认为,LLISE算法不实用,最坏情况下需要$O(m^3)$的时间复杂度,m代表UDG的边数,并且每次通过泛洪方式来交换边信息,保留阶段结果,如果网络频繁需要重构造拓扑,通信代价过高.一般情况下,LISE是不可平面图.

我们认为,LIFE 等的提出为邻近图研究注入了崭新的内容,是一项开创性的工作,尤其关于边覆盖(coverage)和干扰的合理定义,或将被后面的研究者广泛接受.

2.15 FGSS和FLSS(fault-tolerant (global) local spanning subgraph)[35]

容错设计思想:在一个 k-顶点连通的网络中,任意 k–1 个节点失效网络仍能送出数据,其容错能力为 k–1.

1. $FGSS_k$的构造(中心式算法,需 $O(m^2\sqrt{N})$ 时间复杂度):

- 将 UDG 所有边按权值升序排列,优先次序由高到低为:欧氏边长≻大端点号≻小端点号,大者权大;
- 从最小权值开始依次取UDG的每条边(u,v),如果图G_{FGSS}(初始只含所有点,不含任何边)中从u到v没有达到“k顶点连通”,则将边(u,v)加入G_{FGSS}.

边(u,v)的 k 顶点连通:对点对 u,v 来说,任意去掉网络中 k–1 个点,u,v 之间总存在路径,或者,u,v 之间存在 k 条顶点不相交的路径(u,v 本身除外).

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

2. $FLSS_k$的构造(分布式算法,最坏情况下,构造FLSS需$O(m^2N^{3/2})$的总计算复杂度):

- UDG 中任意一点 u 获取 $N[u]$中点和边信息;
- u 点使用 FGSS 算法构造自己的局部图 G^u_{FGSS},只取 G^u_{FGSS} 中一跳节点建立自己的邻节点连接(子图);
- 其余点重复 u 的计算过程,所有子图的和构成有向图 G;
- 对 G 进行加边或去边的优化过程(方法与第 2.10 节相同),分别得到无向图 G^+_{FLSS} 和 G^-_{FLSS}.

据文献[35]介绍,寻找代价最低的 k-连接图是 NP-hard 性质的问题,有关 FGSS 和 FLSS 的理论基础包括:

(1) 文献[36]证明,当 $N\to\infty$时,如果最小发送距离 r 使网络达到 k 顶点连通,那么,该 r 也使网络的最小节点度为 k,w.h.p.;

(2) 文献[37]证明,当N足够大、$k>0$、α是任意实数且发送半径r满足$\pi\cdot r^2\geq\ln N+(2k-3)\ln\ln N-2\ln(k-1)!+2\alpha$时,网络$k$顶点连通的概率$\geq e^{-e^{-\alpha}}$.

文献[35]证明了以上算法得到的图都能保证网络为 k 连通,前提是 UDG 为 k 连通,同时还证明了 FGSS 和 FLSS 使网络节点的最大发送距离最小化(min_max optimization),因而有良好的能耗性能.

分布式、k连通、min_max优化使得FGSS和FLSS成为一种综合性能超过LMST的优秀的邻近图结构.文献[35]的仿真结果表明,它比之CBTC和YAO结构在吞吐量、能耗有效性等方面都具有一定优势.另外,FGSS和FLSS对节点定位误差和非对称$R_{\max}$(即DG)也都具有容错能力.

以下内容是本文初步研究结果.UDG 保证 k 连通时,FGSS 和 FLSS 还具有以下性质(证明很简单,略):

- 当$k=1$ 时,$MST=FGSS$(因FGSS构造采用的是广义Kruskal方法).$k>1$,$MST\subseteq FGSS$(因$FGSS_k\subseteq FGSS_{k+1}$);
- 当$k\geq1$ 时,$FGSS\subseteq FLSS$(由构造方法可知).$n_=k$,物理邻节点度最高可达$N-1(k\geq1)$;
- FGSS和FLSS对$R_{\max}$收敛,即k、节点固定,当$R_{\max}$增大超过一定值后,图结构不再发生变化.

2.16 *K*-Neigh (the *k*-neighbors graph)[38]

就我们所知,K-Neigh 是首个利用概率思想进行拓扑构建的邻近图结构.

定义. 图中每个节点尽量与欧氏距离最近的 $k(>0)$个邻节点连接;k 值确保网络连通 w.h.p.,且 $I(G)$有界.$I(G)$的定义在第 2.14 节已给出,本节 w.h.p.意味着至少 95%的节点位于一个连通组元内.

关于物理邻节点度k需进一步澄清[38]:只当N是常数时,k才是常数;否则,应当理解为$k\to\infty$且$\frac{k}{N}\to0$,因为文献[1,39]等表明,当 $N\to\infty$时,如果 k 是常数,则网络不连通 w.h.p.(依概率 1);理论上存在与某点 u 等距离的邻节点,如图 2 所示,此时,k 值可达 $N-1$,文献[38]认为,在实际情况中,这种场景出现的概率为 0;③ k 值下连通性和 $I(G)$有界性不一定兼得,某些场景下稍微牺牲一些连通性往往有更好的效果.

一旦k值被确定,构建K-Neigh非常容易,节点u只要与最近的k个节点建立连接就得到有向图G_k,然后针对有向边添加反向边得到G^+_k,去掉有向边则得到G^-_k.对G^-_k中的任意一点 u,按由近到远顺序检查其邻节点是否构成三角形圈,如果有,假设为Δuvw,满足 $P(u,v)+P(v,w)\leq P(u,w)$,其中,P 代表路径上的能耗,则删除(u,w)边.关于P,众多资料都使用类似能耗模型,参考 EG 一节.本文为了方便起见,使用欧氏距离作为 P,如果Δuvw 中(u,w)是最长边就删除它.不同 P 的取法,结果存在差异但道理完全相同(本文注:做图时还要注意,K-Neigh 原文算法不能保证同样节点位置时计算图结果的唯一性,因其剪除边的过程受节点 u 的先后顺序影响.为避免此种情况的发生,可规定编号 ID 大或小的节点优先启动算法).

K-Neigh 技术的核心是要寻找符合条件的 k 值,文献[38]从理论和仿真实验两方面着手:

定理 7[38]. 在网络域M内,存在常数c_1,c_2满足 $0<c_1<c_2$,使得概率:

$$\lim_{N\to\infty}\Pr\{G^+_{c_1\log N}\text{不连通}\}=1,\ \lim_{N\to\infty}\Pr\{G^+_{c_2\log N}\text{连通}\}=1;$$

并且对 G^-_k 也成立(证明见原文).

定理 7 表明,为确保连通性所需要的平均物理邻节点数量为$\Theta(\log N)$,但无法从定理中直接得到 k 值.

为了确定k值,文献[38]进行了大规模密集仿真实验,结果显示,当N在 50~500 之间时,选$k=9$,则网络以接近概

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

率 1 连通;假如允许 5%左右节点不连通,则k=6.文献[38]同时也说明,不论静止还是移动网络,如果允许少量节点不连通,k=6 仍然有效,它在网络中是一个神奇的数字.定义中的$I(G)$有界源于k是常数.文献[38]的贡献还包括提出了一种实现G_k的分布式算法,一共仅需交换 $2N$条信息,属于目前已知的最好结果.恰当场合,K-Neigh构思简洁、实用.

2.17 MPR-CDS(multipoint relays-connected dominating sets)[37]

本节开始,我们进入层次型邻近图的内容.有以下相关概念:

- DS(dominating set):图 G 中,点集 $DS\subseteq V$,对$\forall u\in V$,要么 $u\in DS$,要么 u 是 DS 中某点的邻节点.
- MDS(minimum dominating set):如果 V 中比$|DS|$小的任意子集都不是支配集,该 DS 为 MDS.
- CDS(connected dominating set):G 的 DS 导出图连通.
- IDS(independent dominating set):DS 中任意一对点不连通.
- MCDS(minimum CDS):CDS 中$|CDS|$最小者.
- MIDS(minimum IDS)含义:IDS 中$|IDS|$最小者.
- Dominator:支配节点,在图中着黑色;Dominatee:被支配节点,通常在图中着白色.

支配集 DS 概念最早由 Claude Berge 在 1958 年提出.文献[40]表明,寻找 MDS,MCDS,MIDS 为 NP-hard 难题.

MPR-CDS:获得 MPR Sets(后面解释),然后检查所有节点,满足下述两条规则之一即加入 MPR-CDS,

- 该 node 的编号小于 1 跳内所有邻节点的编号 ID;
- 该 node 被其编号最小的 1 跳邻节点选择为 MPR(multipoint relay).

MPR Sets——多点中继集合,最早出现于文献[41],被用做 WSNs 和 Wireless Ad Hoc 网络中一种节能的广播策略,取代所有邻节点都转发的纯 Flooding 策略,即:当某节点 v 收到邻节点 u 的一个数据包时,考虑转发的依据为 v 是否属于 u 的 MPR Set 以及以前 v 是否收到过该数据.

点u的MPR Set:将u及周围节点分为 3 类:$u,N(u),N^2(u)$(后二者分别用v,w表示),形象表示为子图$u\leftrightarrow\{v\}\leftrightarrow\{w\}$.所谓的MPR Set,即点集$\{v\}$的某子集(用MPR表示),$u$点通过MPR可以连接到所有的两跳邻节点,换句话说,MPR覆盖了点集$u,\{w\}$或者MPR为$u\leftrightarrow\{v\}\leftrightarrow\{w\}$的支配集.通常,$|MPR|$越小,网络广播能耗越低,但文献[41]表明,寻求最小MPR Sets是NP-hard性质的难题.因此,两个RFC草案中提出了近似算法:

算法 1. 贪心算法(RFC 3626).

1. 确定子图$u\leftrightarrow\{v\}\leftrightarrow\{w\}$,如果连接$u$与$w_i$的$v$的个数为 1,则$MPR\cup v_i,w-w_i$;
2. 在剩余的v,w集合中,寻找某v_i移入MPR,要求该v_i连接了最大数量的w中的点,去掉被连接的w_i;
3. 重复步骤 2,直到所有 w 点被连接(w 为空).

算法 2. 最小编号法(RFC 3684).

1. 确定子图 $u\leftrightarrow\{v\}\leftrightarrow\{w\}$,将$\{v\}$按节点编号的升序排列;
2. 从最小v开始检查v_i是否连接了w中的点,如果是,将该v_i加入MPR并删除w中被连接的点;
3. 重复步骤 2,直到所有 w 点被连接(w 为空).

文献[37]介绍,算法 1 的复杂度为$O(m^2)$,算法 2 的复杂度为$O(m^3)$,但算法 2 中节点v可自行决定是否属于MPR,无须w协调.直觉上,算法 1 得到的MPR效果要好,但文献[37]仿真结果出人意料地显示,二者在很多时候所差无几.从本文给出的所有图例(见第 3 节)来看,似乎算法 1 的结果有明显优势.

一旦获得 MPR,就可以利用本节最初定义中的算法构造 MPR-CDS,其算法思想极富创意.文献[37]表明,最后得到的结果符合 CDS 定义.MPR-CDS 下的广播策略修正为:当某节点 v 收到邻节点 u 的一个数据包时,考虑转发的依据为 v 是否属于 MPR-CDS 以及以前 v 是否收到过该数据.注意,MPR-CDS 是全局性质的.

2.18 Voronoi diagram与LEACH[42]

LEACH(low energy adaptive clustering hierarchy)发送数据时,簇头间不直接通信,非严格地归类于 IDS,它是

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

Voronoi 图在 WSNs 中的典型应用.

Voronoi Diagram经典定义:平面上点集合$P=\{p_1,p_2,\ldots,p_n\}$,用$\|\cdot\|$表示欧氏距离,则Voronoi图定义为$V(p_i)=\{q|\|qp_i\|<\|qp_j\|,\forall i\neq j\}$,其中,$q$为平面上任意不属于$P$的点.

Voronoi图的历史可以追溯到 19 世纪中叶Gauss对二次型的研究,其后,自然科学和数学界的众多杰出工作充分发掘了Voronoi图的潜力,包括Dirichlet(Dirichlet tesselation,1850 年),Voronoi(Voronoi diagram,1908 年)[43],Thiessen(Thiessen pologons,1911 年)[44],Wingner和Seitz(Wingner-Seitz zone,1933 年),Blum(Blum's transform,1967 年)等等;20 世纪七、八十年代后,许多广义的Voronoi图概念相继提出.在构造Voronoi图的算法方面,代表性的有"逐点插入法"(Green和Sibson,1977 年,复杂度为$O(N^2)$,后被改进到随机情况下复杂度为$O(N\log N)$)[45]、"DTG转换法"(Watson,1981 年,二维时复杂度为$O(N)$,维数$d>2$ 时,复杂度为$O(N^{2-1/d})$)[46]、"分治法"(Shamos和Hoey,1975 年,复杂度为$O(N\log N)$)[47]、"Plane-Sweep"法(Fortune,1985 年,时间复杂度为$O(N\log N)$)[3].另外,一些并行算法也相继提出(N个处理器并行计算,时间复杂度$O(\log N)$).尽管 30 多年来已有不下 10 余种算法,实现任何一个Voronoi程序仍然是对脑力、体力的考验,我们另文中分析了其中的关键问题,鉴于Voronoi图无与伦比的重要性,寻求一个更简单和可靠的实现算法(哪怕稍微牺牲复杂性)至今仍有研究价值.关于Voronoi图及算法更详细的介绍可参阅Franz Aurenhammer的文献[48]等,这方面相关资料很丰富,这里不再列举.

Voronoi 图之所以成为经典结构,是因它直接源自我们生活的世界.晶体材料从铸态开始的平衡凝固过程、气候的变迁、蛛网蜂巢的结构、生物外观轮廓线及中轴、通信基础设施的架设和覆盖等等,从微观分子原子作用到宏观天体运行,处处可见 Voronoi 图的身影.在数学计算机学科领域,Voronoi 图与 Delaunay 三角形、convex hull 并列为计算几何的 3 大支柱,并且它们之间存在如"三胞胎"一样的密切联系.

LEACH[42]是著名的无线传感器网络路由协议,它的邻近图拓扑可看作是Voronoi Diagram的图上定义.

LEACH 定义:点集$CH\subseteq V$,其余$\{V-CH\}$节点依次选择距离最近的某 CH(cluster head)点建立连接,CH 中的点直接与基站 BS(base station)连接.BS 是独立于 V 的点集合.

既然归属 IDS,确定能耗最小的$|MIDS|$就成为 LEACH 首先面临的问题.文献[42]首先求出簇内、簇头与 BS 之间的平均通信距离,然后根据能耗模型(即本文介绍 EG 时提到的那个模型)建立能量函数 E,对 E 中参数"簇数量 k"求偏导并令结果为 0,得到 k 值(100 个节点时 k=5).k 即完全图中能耗最优的 MIDS 点数量,这些点根据概率方法从点集 V 中依次取出,并且保证所有节点轮流充当 IDS 点.此后,CH 向全网广播选举结果.其余非簇头点根据接收 CH 点的信号强度,选择最近的加入.

LEACH 在合适场景不失为一种简洁而优秀的 WSN 路由协议,但我们分析认为,从上面的实现过程来看至少存在两点问题:一是节点通信半径需要覆盖全网,这在许多场合难以做到;二是所有节点依次充当簇头,却没有考虑簇的大小(即簇内点数量)依赖簇头位置,换句话说,Voronoi 多边形的面积受网络边界效应影响存在统计上的分布不均匀性,即使轮换簇头也没有达到平衡能耗的目的.另外还包括使用直接序列扩频带来的节点成本问题、同步代价等等,所以后来出现了大量有关改进算法的文章.构建 LEACH 协议拓扑的通信量为$\Theta(N)$.

2.19 小 结

由前面内容我们看到,集合 V 中的点在不同映射关系下产生了各异的邻近图结构,或者说网络拓扑结构,二者等价,因为它们表达的同为网络节点在映射规则下所产生的连接结构,这些映射规则我们统称为邻近测度.然而,无线网络邻近图和拓扑学、图论等纯数学的"拓扑结构"概念尚存差别,它包含物理内容.以图"×"为例,数学拓扑等价于"| |",但在网络中,"×"意味着端点通信产生了信道干扰而"| |"可能没有,换句话说,数学的表达"×"含义必须增加一个(交叉)点,然后才能继续进行同胚变换——这样已经违背了拓扑的基本定义,即点集不变.回到网络中,当进行拓扑控制时,任意过程瞬间都对应某种映射规则,会产生相应的邻近图即网络拓扑结构.综上所述,网络拓扑结构可用邻近图描述,但当定义域不同时,应注意限制条件.

关于邻近图的构建,我们倾向于认为存在下面过程:网络设计者抽象出用户需求参数→例如绝大部分工作时间内数据延迟不超过 8τ→通常情况下,当任意点至 sink 的路径接近两条时,可以保证"绝大部分工作时间"要求→至 sink 平均跳步数接近 8,可保证延迟要求→查类似本文第 4.2 节的拓扑参数表,已有邻近图中 GG 符合,

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

选择它→若不存在现有满足条件的,则使用已有技术组合或新技术将用户需求最终分解为几何要素,创造新图.简言之,邻近图是根据系统目标函数在约束条件下的可行解(有可能是近似解)建立的,是一个自顶向下的过程.

拓扑控制协议是一个始终存在于网络寿命期内的动态过程,它是为达到、维持某邻近图结构状态,节点按时间顺序执行的一系列规定动作.因此,邻近图和控制协议之间类似于产品与生产过程的关系.

“proximity graph(邻近图)”术语本身约在 1990 年前后形成,更早时许多人使用“neighborhood graph(近邻图)”来称谓特定的结构,如 Voronoi 和 DTG 等,主要应用之一是在视觉识别(像现在常说的 OCR(optical character recognition))等模式识别领域.后来随着研究的深化及范围的拓宽,原有的距离、邻域等概念逐步被推广,1989 年 12 月,在美国 New Mexico 州 Las Cruces 召开了第 1 个邻近图工作会议,此前,不同叫法被统一到“proximity graph”.本文定义其为:邻近图是一个包括点集 V 和边集 E 的图,对$\forall u,v\in V$,当且仅当 v 位于 u 的邻域内时有向边(u,v)属于该图,u 的邻域是在某预先定义的邻近测度(proximity measure)作用下产生的.在文献[25]中 Santi 等人认为 Proximity Graph 得名是由于新图某点的邻节点可由原始图(如 UDG)该点邻节点位置计算出,这与我们的理解略有差别.我们认为,关键在于这些图记录了点的邻域,而图间亲属或血缘关系居次.

3 图 例

按节点分布图例可分为 3 类:随机均匀分布(如图 17、图 18 所示)、理想均匀分布(如图 19 所示)和圆分布(如图 20 所示).理想均匀分布点坐标为M域内划分的小正方形中心,它与圆分布一样,图形状取决于点编号、相对位置及$R_{\max}$.其他图例如图 21~图 62 所示.其中,图 46 为UDG最小支配集精确解,用于与近似算法图 47、图 48 等做比较.限于篇幅,其算法另文介绍.

3.1 3类场景,随机均匀分布($R_{\max}$=3.5h)、理想均匀分布($R_{\max}$=3.5h)、圆分布($R_{\max}=\sqrt{2}M$)

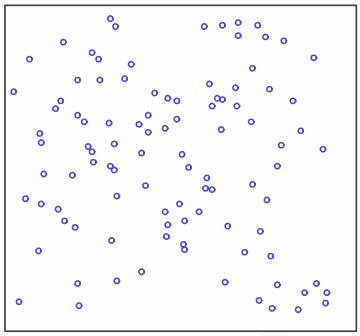


Fig.17 Random-Uniform distribution

图 17 随机均匀分布

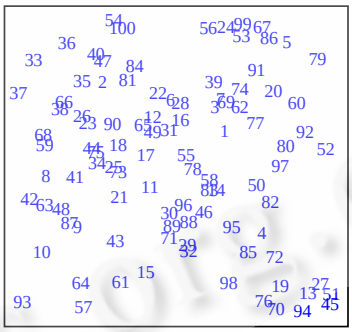


Fig.18 Index of nodes

图 18 节点编号

Fig.19 Ideal-Uniform distribution

图 19 理想均匀分布

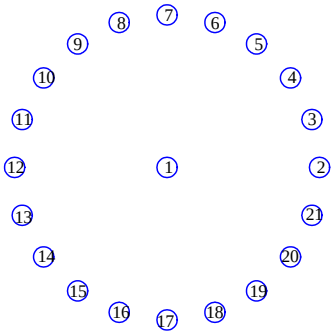


Fig.20 The circle distribution

图 20 圆分布

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

3.2 图 例

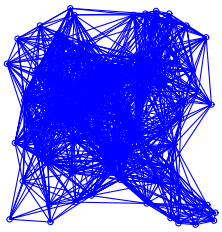


Fig.21 UDG (=*EG* with α=2,c≥442)

图 21 单位圆图(当α=2,c≥442 时=*EG*)

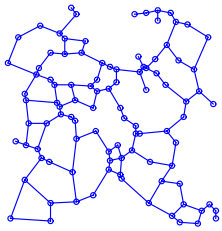


Fig.22 RNG

图 22 相对近邻图

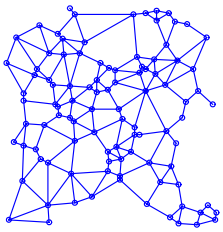


Fig.23 GG (=*EG* with α=2,c=0)

图 23 Gabriel 图(当α=2,c=0 时=*EG*)

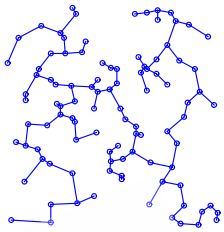


Fig.24 MS*T*

图 24 最小生成树

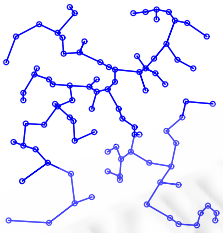


Fig.25 SMT with the empty Steiner set

图 25 不含 Steiner 点时的 Steiner 最小树

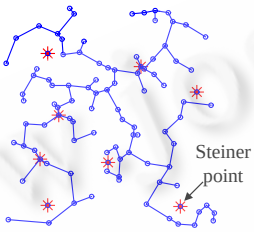


Fig.26 SMT

图 26 Steiner 最小树

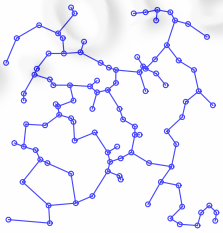


Fig.27 LMST+, with $R_{\max}$=2.5h

图 27 LMST+, 最大发送距离为 2.5h

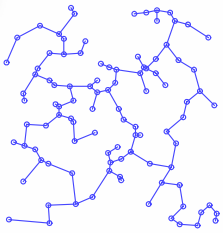


Fig.28 LMST–, with $R_{\max}$=2.5h

图 28 LMST–, 最大发送距离为 2.5h

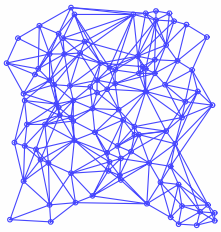


Fig.29 YG, n=6

图 29 Yao 图, n=6

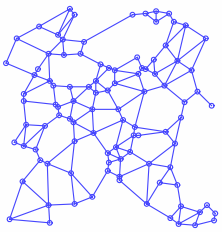


Fig.30 Symm Yao, n=6

图 30 对称 Yao 图, n=6

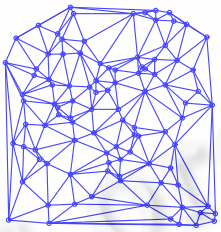


Fig.31 DTG, $R_{\max}=\sqrt{2}M$

图 31 Delaunay 三角形, $R_{\max}=\sqrt{2}M$

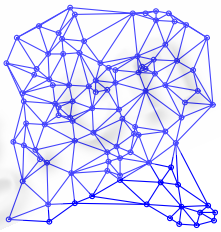


Fig.32 LDel, k=1

图 32 局部 Delaunay 图, k=1

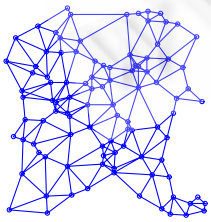


Fig.33 EG(R&M), α=2,c=20

图 33 闭包图(R&M), α=2,c=20

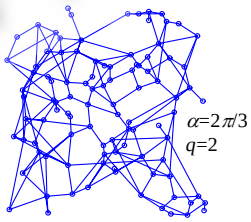


Fig.34 CBTC_basic, ph 1+ph 2

图 34 原始 CBTC, 1 阶段+2 阶段

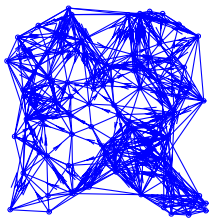


Fig.35 CBTC with op.1

图 35 CBTC, 回退

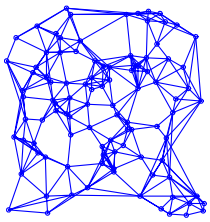


Fig.36 CBTC with op.1 & op.2

图 36 CBTC, 回退+非对称边去除

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

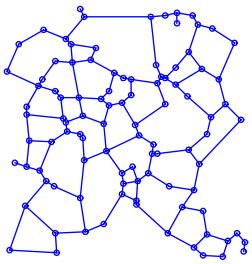


Fig.37 CBTC with op.1 & op.2 & op.3

图 37 CBTC,回退+非对称边、对称边去除

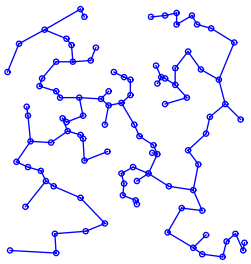


Fig.38 LIFE

图 38 LIFE

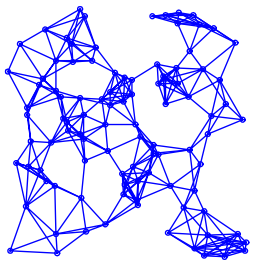


Fig.39 LISE, 5-spanner

图 39 LISE, t=5

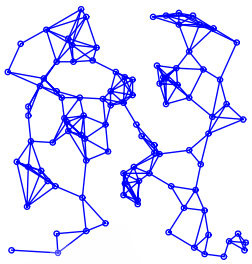


Fig.40 LLISE, t=10

图 40 LLISE, t=10

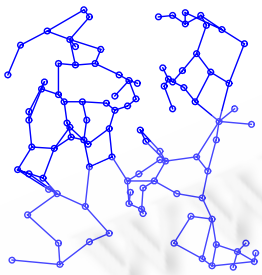


Fig.41 k-neigh, k=6

图 41 k 邻图,k=6

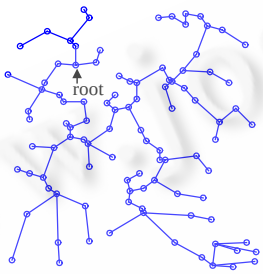


Fig.42 RST

图 42 RST

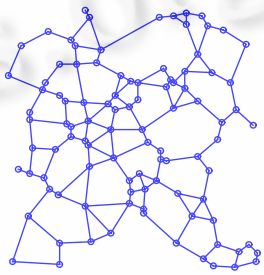


Fig.43 r-Neighborhood graph

图 43 r 邻图,r=0.5

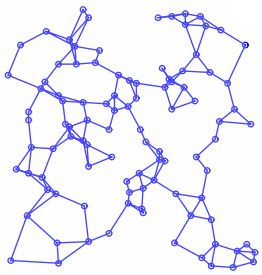


Fig.44 FGSS, k=2

图 44 FGSS,k=2

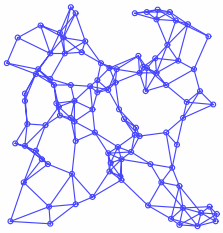


Fig.45 FLSS, k=3 with link removal

图 45 FLSS, k=3, 去边

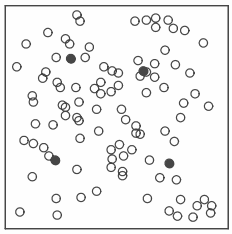


Fig.46 A MDS for UDG (total up to 656)

图 46 UDG 的一个最小支配集(共 656 个)

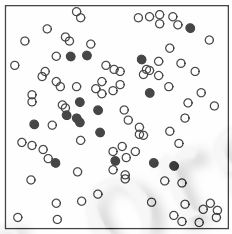


Fig.47 MPR-CDS with greedy algorithm

图 47 MPR-CDS, MPR 采用贪心算法

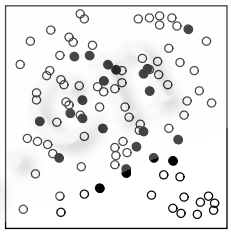


Fig.48 MPR-CDS with min-ID algorithm

图 48 MPR-CDS, MPR 采用最小编号算法

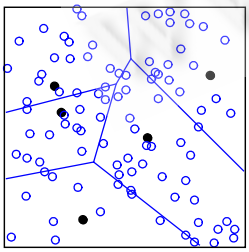


Fig.49 LEACH, $R_{\max}=\sqrt{2}M$

图 49 LEACH,R 达全网

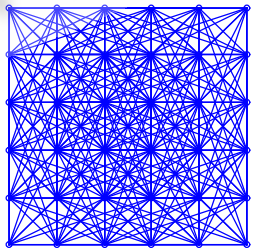


Fig.50 UDG

图 50 单位圆图

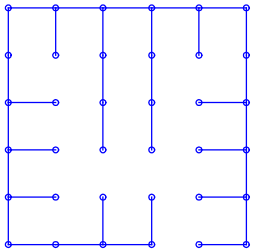


Fig.51 LIFE

图 51 LIFE

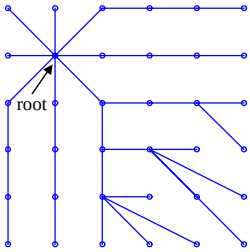


Fig.52 RST

图 52 RST

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

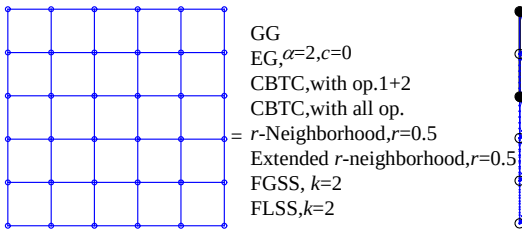


Fig.53 RNG

图 53 相对近邻图

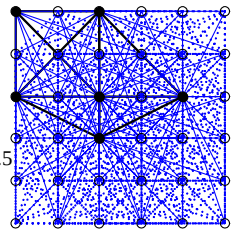


Fig.54 MPR-CDS, with algo.1

图 54 MPR-CDS,算法 1

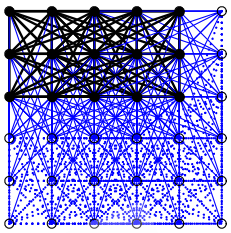


Fig.55 MPR-CDS, with algo.2

图 55 MPR-CDS,算法 2

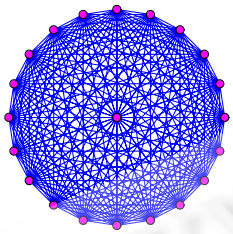
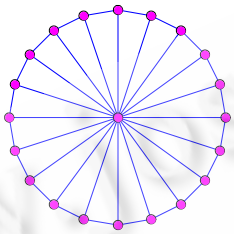


Fig.56 UDG

图 56 单位圆图



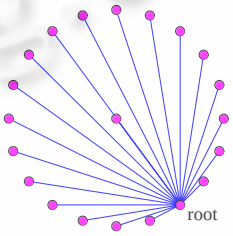


Fig.57 RNG

图 57 相对近邻图

Fig.58 RST

图 58 RST

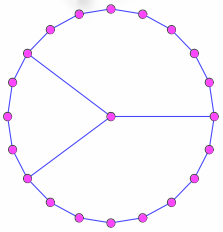


Fig.59 CBTC with all op.

图 59 优化后的 CBTC

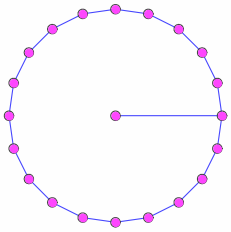


Fig.60 Extended *r*-neighborhood

图 60 扩展 *r*-neighborhood

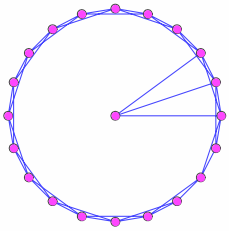


Fig.61 FGSS and FLSS, *k*=3

图 61 FGSS 和 FLSS, 3 顶点连通

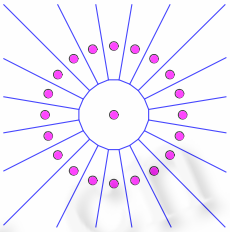


Fig.62 Voronoi diagram in the Euclidean plane

图 62 欧氏平面的 Voronoi 图

4 性能报告

本节考察节点随机分布下的邻近图结构之间的隶属关系及拓扑参数.除第 2 节已介绍的部分拓扑关系以外外,本节其余隶属关系、所有仿真参数、定理及证明均属我们自己的阶段研究结果.规定不存在概率为 0 的点随机分布事件,例如三点共线、四点共圆、等腰三角形、两点重合等等.

4.1 隶属关系

表 1 读法:*column*_1(*i*) 〈*relation*〉 *row*_1(*j*),例如考察 MST 与 GG 关系,从第 1 列中找到 MST 所属行号、从第 1 行中找到 GG 的列号,二者交叉点(*i*,*j*)上的符号代表二者关系,$MST \subseteq GG$.规定都定义在点集 *V* 上.

表 1 中,“×”代表二图无隶属关系;“*”代表注解;w.h.p.代表很可能(接近概率 1)存在该关系尚未证明.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

Table 1 Topological relationships between proximity graphs

表 1 邻近图之间的隶属关系

	UDG	RNG	GG	MST	SMT	LMST	YG_6	DTG	$LDel_1$	EG	CBTC	*r*-Neigh	FGSS	FLSS
UDG	=	⊇	⊇	⊇	⊇ (*4)	⊇	⊇	⊇	⊇	⊇	⊇	⊇	⊇	⊇
RNG	⊆	=	⊆	⊇	×	⊇ w.h.p.	⊆	⊆	⊆	⊆	⊆ w.h.p.	⊆	×	×
GG	⊆	⊇	=	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	⊆	⊆	⊆	×	⊇	×	×
MST	⊆	⊆	⊆	=	×	⊆ w.h.p.	⊆	⊆	⊆	⊆	⊆ w.h.p.	⊆	⊆	⊆
SMT	⊆ (*4)	×	×	×	=	×	×	×	×	×	×	×	×vgf	×
LMST	⊆	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊇ w.h.p.	×	=	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.
YG_6	⊆	⊇	×	⊇	×	⊇ w.h.p.	=	×	×	×	⊇ w.h.p.	×	×	×
DTG	⊆	⊇	⊇	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	=	×	×	⊇ w.h.p.	⊇	×	×
$LDel_1$	⊆	⊇	⊇	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	×	=	×	⊇ w.h.p.	⊇	×	×
EG (*1)	⊆	⊇	⊇	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	×	×	=	×	⊇	×	×
CBTC (*2)	⊆	⊇ w.h.p.	×	⊇ w.h.p.	×	⊇ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	⊆ w.h.p.	×	=	×	×	×
r-Neigh	⊆	⊇	⊆	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	⊆	⊆	⊆	×	=	×	×
FGSS (*3)	⊆	×	×	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	×	×	×	×	×	=	⊆
FLSS (*3)	⊆	×	×	⊇	×	⊇ w.h.p.	×	×	×	×	×	×	⊇	=

Notes: *1—α=2; *2—CBTC with all op., α=2π/3; *3—k≥2 (k=1,*FGSS*=*MST*); *4—V'+S=V(*UDG*).

4.2 拓扑参数仿真

4.2.1 UDG 的连通性

仿真之前,须先了解保证网络连通的最小发送距离(radii).由于节点分布的随意性,确保网络连通必须有 $radii \ge \sqrt{2}M$, 然而,实际场景中(如果仅为连通性的话)依概率 1 不需要这么大的值,并且它也很难达到.我们转而去求概率统计意义下的 radii,有下面的定理(与此同时,该定理也表明第 1.1 节中定义参数 h 的部分原因):

定理 8. 在本文第 1.1 节描述的网络模型参数下,确保概率 Pr{*UDG* 连通}≥β(0≤β≤1),则 radii 需满足:

$$radii \ge 2h\sqrt{-\frac{\ln(1-\beta)}{\pi}} \tag{4-1}$$

证明:均匀分布时,事件 UDG 连通(用 C 表示)意味着不存在孤立点 u,即点 u 通信时,在以 u 为圆心、r 为半径的圆内可遇到至少一个邻节点 v;因此,Pr{C}恰是附录 A 第(1)式,该式表明,v 出现的概率与 u 周围连续空白面积Δ之间的关系,因而有

$$\Pr\{C\}=1-\exp(-\lambda\Delta) \tag{4-2}$$

考察 u,v 之间的位置关系,当 u 位于区域角点时,v 在 u 周围允许出现的范围最小;有 $\Delta=\frac{1}{2}r^2\frac{\pi}{2}$, $\lambda=\frac{N}{M^2}=\frac{1}{h^2}$,

代入式(4-2)并令 Pr{C}≥β,r=$radii$,有 $1-\exp\left(-\frac{1}{h^2}\cdot\frac{\pi\cdot radii^2}{4}\right)\ge\beta$,化简后即得式(4-1). □

若要求 UDG 连通的概率超过 99.9%,则最坏情况下只需要 $radii$≥2.966h≈3h.

4.2.2 拓扑参数仿真

仿真环境和条件:实验在一台个人电脑上进行.每次在任意>0 长度M×M场景内分别随机生成N=100 和N=400 个节点均匀分布其中(注:由于本文定义长度单位为h,所以,M本身值对实验结果没有产生任何影响).令在

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

UDG中$R_{\max}=3h$,其余图结构按第 2 节介绍的规则选择UDG中边依次生成后检测各参数.

表 2 中仿真参数包含:

平均发送距离(average transmitting radius,影响网络寿命的重要参数);逻辑平均度(logical $\bar{n}$)、物理平均度(physical $\bar{n}$)、二者比(the ratio,反映干扰的程度);其余点至 sink 的平均跳数(average hops to sink,按最短路径,该值会影响延迟、吞吐量);其他点至 sink 的平均顶点不相交路径数(average number of vertex-disjoint paths,影响拥塞、路径容错能力);相对 UDG 的 *dsf*,*hsf*,*psf*(衡量能耗性能、延迟等性能的上界;取多次实验均值).

Table 2 Simulation results of the topology parameters

表 2 拓扑参数仿真结果

	Average transmitting radius (h)	Logical $\bar{n}$	Physical $\bar{n}$	The ratio	Average hops (to sink)	Average number of paths to sink	Average *dsf*	Average *hsf*	Average *psf*
UDG	3	21.379	21.379	1	3.066 9	9.600 7	1	1	1
	3	24.697	24.697	1	5.995 2	9.720 8	1	1	1
RNG	1.036 5	2.387 4	3.597 8	1.507 1	10.821 8	1.409 1	3.353 9	10.46	2.003 4
	1.057 3	2.477 5	3.902 5	1.575 2	21.166 7	1.368 2	4.194 7	12.7	2.434 4
GG	1.342 3	3.576 6	6.036 1	1.688 2	7.805 7	1.918 5	1.729 4	6.4	1
	1.389 6	3.79	6.788 2	1.791 1	15.513	1.783 2	1.894 2	6.9	1
MST	0.834	1.98	2.513 5	1.269 4	18.989 4	1	15.842 2	36.57	9.417 7
	0.811 1	1.995	2.510 3	1.258 3	44.567 9	1	38.325 3	91.1	21.527 8
LMST	0.865 9	2.026 2	2.651 5	1.308 5	15.239 8	1.053 2	8.912 7	22.43	5.410 2
(*1)	0.857 2	2.068	2.724 2	1.317 4	31.210 3	1.060 7	12.540 2	31.3	7.473 4
YG_6	2.047 6	7.044 6	11.915	1.691	4.905 6	3.909 7	1.463 8	3.91	1.096 8
	2.097 1	7.628 5	13.548 5	1.776	9.571 9	3.591 5	1.564 3	4	1.209 5
DTG	2.091 5	5.702 4	12.017 1	2.106 6	4.278 3	4.404 3	1.353	4.51	1
(*2)	2.034 1	5.904	13.762	2.330 6	7.056 1	4.067 9	1.381 8	5	1
$LDel_1$	1.753 9	5.497	9.028 1	1.642 4	5.393	3.493 9	1.352 3	4.56	1
	1.719 1	5.747	9.669 9	1.682 6	10.861	3.275 8	1.382 9	5.1	1
EG(*3)	1.462 37	4.629 2	6.980 1	1.508 3	6.985 5	2.214 7	1.555 5	5.12	1
	1.831 4	8.312	10.981 8	1.321 2	10.690 7	2.973 7	1.391 6	3.9	1
CBTC	1.725 46	2.492	8.334	3.347 7	9.962 9	1.500 4	2.781 7	8.66	1.907 6
(*4)	1.649 2	2.594 5	8.318 8	3.206 4	19.699 2	1.482 2	3.343 4	10.5	2.271 3
LIFE	0.854	1.98	2.506 1	1.265 7	19.638 9	1	21.480 7	40.17	17.062
	0.831	1.995	2.514	1.260 2	48.068 4	1	51.339 4	92.8	42.571 9
k-$Neigh_9$	1.33	2.824 8	5.732 7	2.029 4	7.711 7	1.164 2	7.223 2	15.02	7.035 4
	1.334 1	2.927	5.935 7	2.027 6	14.412 5	1.266 4	6.151 7	12.6	11.128 6
RST	0.982 7	1.98	3.416 1	1.725 3	17.562 4	1	25.175 2	32.26	228.17
(*5)	0.908 4	1.995	3.112 3	1.56	41.912 8	1	50.409 9	71.5	78.091 5
r-Neigh	1.146 9	2.824 2	4.489	1.59	9.296 4	1.601 5	2.301 5	7.94	1.282 7
(*6)	1.171 4	2.941 5	4.878	1.658 3	18.372 9	1.487 2	2.732 1	9.7	1.373 2
FGSS	1.147 4	3.563 2	4.207 6	1.180 1	9.333 2	2.045 4	5.625 3	11.77	3.434 3
(*7)	1.095 3	3.547 5	4.099 2	1.155 2	21.224 1	2.066 4	12.663 5	24.6	7.538 1

Notes: *1—With link removal; *2—$R_{\max}=\sqrt{2}M$; *3—$\alpha=2,c=20$; *4—With all op., $\alpha=2\pi/3$;
*5—With the random root; *6—$r=0.5$; *7—$k=2$.

表 2 中,当节点数量不大时(N=100),受$|\partial N|/N$比值的影响,网络边界对统计数据(数据项第 1 行)存在较大影响,每项第 2 行数据适合作边界影响较小(N=400)时的参数值.定理 5 从理论上求得YG_6下的平均发送距离约为$\frac{2\pi}{3}h\approx 2.0944h$ (参考第 2.7 节),表 2 中,YG_6平均通信半径在N=400 时为 2.0971h,N=100 时为 2.0476h,实践事实表明定理 5 的正确性.

5 进一步研究方向

(1) 节点非均匀、三维分布时的邻近图性能.超过 95%以上的相关文献(包括本文)假定节点服从均匀分布(包括泊松和二项随机点过程)、超过 80%的文献(包括本文)只考虑二维平面的情况.然而,客观世界不总是这样.当网络节点以抛洒和投射等方式布置时,有可能是一个正态分布;在海洋中,传感器节点很可能是一个三维的混沌分布,并随时进行带阻滞的类布朗运动.在这些领域还存在大量有实际意义的、重要的未知定理或性能.

(2) 适合动态模型的邻近图结构.WSN,RFID,Mobile P2P 等网络等要动态实现节点高效互联,然而,提出某

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

邻近图模型特别适合解释动态规律或表明某性能、某问题至多如此等的重量级文献并不多.

(3) 适合解决干扰、空间复用度问题的邻近图模型.相对于能耗有效的邻近图来说,干扰、复用有效邻近图的研究成熟度差得多,从 2004 年起(参考本文 LIFE 等结构)才刚起步.随着能耗地位的下降,要真正实现网络节点高效互联,此问题的重要性将超出能耗,并且我们认为(尚未证明),二者不会产生根本性矛盾,它们是相容的.

(4) 容错、可信的邻近图结构.容错方面,Li 等人提出的 FGSS 和 FLSS 是很优秀的结构.可信方面涉及问题更多,尤其是伴随无线网络应用的普及,它成为一个近两三年才真正引起广泛重视的新兴系统研究领域,而不仅限于无线网络.

(5) 邻近图中的边界效应.网络边界附近性能与非边界区的截然不同,当网络规模不是非常大时,某些边界效应的影响甚至贯穿全网.意识到该问题的研究者不少,但以此为研究内容的文献却不多.如果有人说边界效应决定网络性能,我们并不会感觉很夸张,其实,它是导致许多理论与仿真或实验不符的主要原因之一.在我们另一篇文章中,用数学分析和仿真方法初步研究了边界效应对 WSNs 协议寿命的影响,这方面正有大量课题有待研究.

(6) 图的统计性能.设 P 代表某性能(property),那么在已知节点分布情况下,网络具有 P 时,某些拓扑参数的分布是什么?拓扑参数与能耗、延迟、吞吐量、干扰等的定量关系(即服从何种分布形式)?更适合的参数指标?等等.例如,P 代表网络连通,某邻近图结构具有性能 P 时平均邻节点数 n 服从什么分布——这将进入另一个充满趣味和挑战的数学领域——积分几何与随机几何.

(7) 拓广的研究方向.邻近图中,我们只要给边赋予权值,让节点执行“$\Sigma|f$”操作 sink 产生输出,立即改造为人工神经网络;令边代表指针、节点存储数据,则生成邻近图式的数据结构;用边表示规则,节点表示某原子操作,可实现基于邻近图的 AOP(aspect oriented programming)中间件平台;使节点代表网络环境的软构件、分布数据库、服务元,边代表网络链接关系或规则,我们还可以得到互联网环境下邻近图式的软构件架构、数据管理和知识挖掘架构、SOA(service oriented architecture,面向服务体系架构),等等;同时,邻近图研究涉及大量组合优化和计算复杂性问题,我们既可以把邻近图概念引入其中,也可以从这些领域汲取思想反过来丰富邻近图的研究,形成学科交叉.

6 结束语

邻近图结构中,MST,Voronoi diagram,DTG,SMT,GG,RNG,YG,UDG是被广泛认可的经典结构,其余仍有待时间考验.层次型邻近图如CDS,IDS等本文仅开了个头,时下,国内外此领域研究非常活跃[49].

虽然本文以无线网络为主,其实网络节点不局限于无线传感器,或手机、笔记本等移动设备,它也可以是交通路网中的枢纽、互联网中共享资源的站点、肩负使命的机器人、纳米尺度上被电子束移动组合的物质粒子、超级计算机中的 CPU 阵列、芯片中的晶体管、太空卫星及地面接收器,甚至我们人类自身;而边连接则表达这些点之间的逻辑或物理作用关系.无论是否明确意识到,邻近图早已融入日常生活,在各种有形、无形的网络中,它都将成为我们认识规律的有力武器.

最后,再次提及一个公开问题,即对于本文提到的任何一个 NP 难题,可否设计更佳指数时间的精确解算法?如果是近似算法,那么它与精确解的比值界限是否为该算法时间所能达到的最优结果?

致谢 衷心感谢本文评审专家的宝贵意见,使文章的形与质都得到很大改善.

References:

[1] Santi P, Blough DM. The critical transmitting range for connectivity in sparse wireless ad hoc networks. IEEE Trans. on Mobile Computing, 2003,2(1):25−39.

[2] Li XY, Wan PJ, Wang Y, Yi CW. Fault tolerant deployment and topology control in wireless networks. In: Gerla M, Ephremides A, Srivastava M, eds. Proc. of the 4th ACM Symp. on Mobile Ad Hoc Networking and Computing. New York: ACM Press, 2003. 117−128.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

[3] Preparata FP, Shamos MI. Computational Geometry—An Introduction. New York: Springer-Verlag, 1985. 10−454.

[4] Yao AC. On constructing minimum spanning trees in *k*-dimensional spaces and related problems. SIAM Journal Computing, 1982, 11(4):721−736.

[5] Penrose MD. The longest edge of the random minimal spanning tree. The Annals of Applied Probability, 1997,7(2):340−361.

[6] Gilbert EN, Pollak HO. Steiner minimal trees. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1968,16(1):1−29.

[7] Du DZ, Hwang FK. A proof of gilbert-pollack's conjecture on the steiner ratio. Algorithmica, 1992,7:121−135.

[8] Garey MR, Johnson DS. The rectilinear steiner tree problem is np-complete. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1977,32(4): 826−834.

[9] Karp RM. Reducibility among combinatorial problems. In: Miller RE, Thatcher JW, eds. Proc. of the Complexity of Computer Computations. New York: Plenum Press, 1972. 85−103.

[10] Garey MR, Graham RL, Johnson DS. The complexity of computing Steiner minimal trees. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1977,32(4):835−859.

[11] Johnson DS. The NP-completeness column: The many limits on approximation. ACM Trans. on Algorithms, 2006,2(3):473−489.

[12] Aronov B, de Berg M, Otfried C, Gudmundsson J, Haverkort H, Vigneron A. Sparse geometric graphs with small dilation. In: Deng X, Du D, eds. Proc. of the 16th Int'l Symp. on Algorithms and Computation. Berlin: Springer-Verlag, 2005. 50−59.

[13] Smid M. Geometric spanners with few edges and degree five. In: Jay B, Gudmundsson J, eds. Proc. of the 12th Computing: The Australasian Theory Symp. Darlinghurst: Australian Computer Society, Inc., 2006. 1−3.

[14] Liang WF. Approximate minimum-energy multicasting in wireless ad hoc networks. IEEE Trans. on Mobile Computing, 2006,5(4): 377−387.

[15] Meghanathan N. Determining a sequence of stable multicast Steiner trees in mobile ad hoc networks. In: Menezes R, ed. ACM Proc. of the 44th Annual Southeast Regional Conf. New York: ACM Press, 2006. 102−106.

[16] Toussaint GT. The relative neighborhood graph of a finite planar set. Pattern Recognition, 1980,12(4):261−268.

[17] Jeng AAK, Jan RH. The *r*-neighborhood graph: An adjustable structure for topology control in wireless ad hoc networks. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2007,18(4):536−549.

[18] Bose P, Devroye L, Evans W, Kirkpatrick D. On the spanning ratio of gabriel graphs and beta-skeletons. In: Rajsbaum S, ed. Proc. of the Latin. Theoretical Informatics Conf. Berlin: Springer-Verlag, 2002. 479−493.

[19] Supowit KJ. The relative neighborhood graph, with an application to minimum spanning trees. Journal of Association for Computing Machinery, 1983,30(3):428−448.

[20] Gabriel KR, Sokal RR. A new statistical approach to geographic variation analysis. Systematic Zoology, 1969,18(3):259−278.

[21] Wan PJ, Yi CW. On the longest edge of gabriel graphs in wireless ad hoc networks. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2007,18(1):111−125.

[22] Li XY, Calinescu G, Wan PJ, Wang Y. Localized delaunay triangulation with application in ad hoc wireless networks. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2003,14(10):1035−1047.

[23] Li XY, Calinescu G, Wan PJ. Distributed construction of planar spanner and routing for ad hoc wireless networks. In: Kermani P, Lee D, Orda A, eds. Proc. of the 21st Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies. Washington: IEEE Computer Society, 2002. 1268−1277.

[24] Chew LP. There is a planar graph almost as good as the complete graph. In: Agarwal A, ed. ACM Proc. of the 2nd Annual Symp. on Computational Geometry. New York: ACM Press, 1986. 169−177.

[25] Santi P. Topology control in wireless ad hoc and sensor networks. ACM Computing Surveys, 2005,37(2):164−194.

[26] Li XY, Wan PJ, Wang Y, Frieder O. Sparse power efficient topology for wireless networks. In: Jr Sprague RH, ed. Proc. of the 35th Annual Hawaii Int'l Conf. on System Sciences. Washington: IEEE Computer Society, 2002. 296−306.

[27] Ruhrup S, Schindelhauer C, Volbert K, Grunewald M. Performance of distributed algorithms for topology control in wireless networks. In: Werner B, ed. Proc. of the IEEE Parallel and Distributed Processing Symp. Dublin: Broadcom Eireann Res. Ltd., 2003. 582−590.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

[28] Wattenhofer R, Li L, Bahl P, Wang YM. Distributed topology control for power efficient operation in multihop wireless ad hoc networks. In: Sengupta B, Kermani P, Lee D, eds. Proc. of the 20th Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies. Washington: IEEE Computer Society, 2001. 1388−1397.

[29] Li L, Halpern JY, Bahl P, Wang YM, Wattenhofer R. Analysis of a cone-based distributed topology control algorithm for wireless multihop networks. In: Kshemkalyani A, Shavit N, eds. ACM Proc. of the 20th Annual Symp. on Principles of Distributed Computing. New York: ACM Press, 2001. 264−273.

[30] Li N, Hou JC, Lui S. Design and analysis of an mst-based topology control algorithm. IEEE Trans. on Wireless Communications, 2005,4(3):1195−1206.

[31] Rodoplu V, Meng TH. Minimum energy mobile wireless networks. IEEE J. Sel. Areas Communication, 1999,17(8):1333−1344.

[32] Li L, Halpern JY. Minimum-Energy mobile wireless networks revisited. In: Shahin MK, ed. Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Communications (ICC 2001). Washington: IEEE Computer Society, 2001. 278−283.

[33] England D, Veeravalli B, Weissman JB. A robust spanning tree topology for data collection and dissemination in distributed environments. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2007,18(5):608−620.

[34] Burkhart M, von Rickenbach P, Wattenhofer R, Zollinger A. Does topology control reduce interference? In: Murai J, Perkins C, Tassiulas L, eds. Proc. of the 5th ACM Int'l Symp. on Mobile Ad Hoc Networking and Computing. New York: ACM Press, 2004. 9−19.

[35] Li N, Hou JC. Localized fault-tolerant topology control in wireless ad hoc networks. IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems, 2006,17(4):307−320.

[36] Penrose MD. On *K*-connecitivity for a geometric random graph. Random Structures and Algorithms, 1999,15(2):145−164.

[37] Adjih C, Jacquet P, Viennot L. Computing connected dominated sets with multipoint relays. Ad Hoc & Sensor Networks, 2005,1(1): 27−39.

[38] Blough DM, Leoncini M, Resta G, Santi P. The *k*-neighbors approach to interference bounded and symmetric topology control in ad hoc networks. IEEE Trans. on Mobile Computing, 2006,5(9):1267−1282.

[39] Gupta P, Kumar PR. Critical power for asymptotic connectivity in wireless networks. In: Fleming WH, McEneany WM, Yin G, Zhang Q, eds. Proc. of the Stochastic Analysis, Control, Optimization and Applications. Boston: Birkhauser, 1998. 547−566.

[40] Garey MR, Johnson DS. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. San Francisco: W.H.Freeman and Co., 1979. 18−288.

[41] Qayyum A, Viennot L, Laouiti A. Multipoint relaying for flooding broadcast message in mobile wireless networks. In: Jr Sprague RH, ed. Proc. of the 35th Hawaii Int'l Conf. System Sciences. Washington: IEEE Computer Society, 2002. 3898−3907.

[42] Heinzelman WB, Chandrakasan AP, Balakrishnan H. An application-specific protocol architecture for wireless microsensor networks. IEEE Trans. on Wireless Communications, 2002,1(4):660−670.

[43] Voronoi MG. Nouvelles applications des parametres continus a la theorie des formes quadratiques. Journal Fur Mathematik, 1908, 134(3):198−287.

[44] Thiessen AH. Precipitation average for large area. Monthly Weather Review, 1911,39(7):1082−1084.

[45] Green PJ, Sibson R. Computing dirichlet tessellations in the plane. The Computer Journal, 1977,21(2):168−173.

[46] Watson DF. Computing the *n*-dimensional delaunay tessellation with application to voronoi polytopes. The Computer Journal, 1981, 24(2):167−172.

[47] Shamos MI, Hoey D. Closest-Point problems. In: Proc. of the 16th Annual IEEE Symp. on FOCS. Washington: IEEE Computer Society, 1975. 151−162.

[48] Aurenhammer F. Voronoi diagrams—A survey of a fundamental geometric data structure. ACM Computing Surveys, 1991,23(3): 345−405.

[49] Tang Y, Zhou MT. Maximal independent set based distributed algorithm for minimum connected dominating set. Chinese Journal of Electronics, 2007,35(5):868−874 (in Chinese with English abstract).

附中文参考文献:

[49] 唐勇,周明天.基于极大独立集的最小连通支配集的分布式算法.电子学报,2007,35(5):868−874.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn

附录 A 定理 5 的证明

由独立性条件可知,二维均匀分布的点是否在某域内,只取决于域面积大小,而与域形状及位置无关.

假定R取值为r时会碰到第 1 个邻节点,任意选定一个面积Δ,令事件A代表点$\{i\}$落入区域Δ,事件B代表点集$\{N-i\}$落入区域$(M^2-\Delta)$,有

$$\Pr\{R\le r\mid A\}=1-\Pr\{R>r\mid A\}=1-\Pr\{B\mid A\}=1-\frac{\Pr(AB)}{\Pr(A)}=1-\Pr(B)=1-\left(\frac{M^2-\Delta}{M^2}\right)^{N-1}\approx 1-\exp(-\lambda\Delta) \tag{1}$$

式(1)代表点在任意一个锥形Δ区内的累积概率分布函数,其余 $n-1$ 个锥形区内的分布形式与式(1)完全相同,并且二维平面内的点当$\lambda\neq\infty$时落在某直线或曲线上的概率为 0,即概率 Pr{节点同时属于两个不同扇区}=0,扇区间因而是独立的,联合分布函数为

$$\Pr\{R_j\le r, j=1,\ldots,n\mid A\}=\prod_{j=1}^{n}\Pr\{R_j\le r\mid A\}=[1-\exp(-\lambda\Delta)]^n \tag{2}$$

已知 $\Delta=\frac{1}{2}r^2\theta$, $\theta=\frac{2\pi}{n}$,可求得式(2)概率密度:

$$f\{R_j\le r, j=1,\ldots,n\mid A\}=2n\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{\pi\lambda\cdot r^2}{n}\right)\right)^{n-1}\cdot\frac{\pi\lambda r}{n}\cdot\exp\left(-\frac{\pi\lambda\cdot r^2}{n}\right) \tag{3}$$

所以,期望

$$E(R)=2\pi\lambda\delta \tag{4}$$

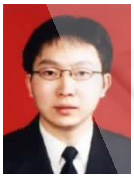
其中, $\delta=\int_0^\infty \varepsilon\cdot(1-\varepsilon)^{n-1}r^2\mathrm{d}r$, $\varepsilon=\exp\left(-\frac{\lambda\pi\cdot r^2}{n}\right)$.

路纲(1972－),男,四川成都人,博士生,主要研究领域为普适计算.

佘堃(1967－),男,教授,博士生导师,主要研究领域为中间件技术,信息安全.

周明天(1939－),男,教授,博士生导师,主要研究领域为网络计算,信息安全.

唐勇(1973－),男,博士,讲师,主要研究领域为无线网络,网络计算,网络管理.



牛新征(1978－),男,博士生,主要研究领域为网络计算,信息安全.

秦科(1980－),男,博士生,讲师,主要研究领域为信息安全.

© 中国科学院软件研究所 http://www.jos.org.cn