

## 多速度函数水平集算法及在医学分割中的应用\*

陈健<sup>1,2</sup>, 田捷<sup>1,2+</sup>, 薛健<sup>1,2</sup>, 戴亚康<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院 自动化研究所 复杂系统与智能科学重点实验室 医学影像研究室,北京 100080)

<sup>2</sup>(中国科学院 研究生院,北京 100049)

### Levelset Method with Multi-Speed-Function and Its Application in Segmentation of Medical Images

CHEN Jian<sup>1,2</sup>, TIAN Jie<sup>1,2+</sup>, XUE Jian<sup>1,2</sup>, DAI Ya-Kang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(Medical Image Processing Group, Key Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

<sup>2</sup>(Graduate School, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-10-82618465, Fax: +86-10-62527995, E-mail: tian@doctor.com, <http://www.mitk.net>

**Chen J, Tian J, Xue J, Dai YK. Levelset method with multi-speed-function and its application in segmentation of medical images. *Journal of Software*, 2007,18(4):842-849. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/842.htm>**

**Abstract:** All of the former level set algorithms have only one level set function and only one speed function, and it is a complex procedure to minimize the energy function during the evolution of the zero-level-set. Furthermore, there are a lot of problems in this single speed function. In this paper, a new multi-level-set algorithm with multiplicate speed functions is proposed according to the different properties of different objects: Different level set functions are constructed in different regions, and so are different speed functions accordingly; many zero-level-sets are evolved at the same time and act on one another in order to segment. This method not only enhances the accuracy of segmentation, but also solves the boulder gap problem well, which is quite a puzzle for single level set algorithm. Perfect results are achieved when this method is applied to segment the MR and CT images.

**Key words:** level set; image segmentation; speed function; energy function; MRI (magnetic resonance image)

**摘要:** 以往的水平集算法都只有一个单一的速度函数,在零水平集的演化过程中,能量函数最小化是一个很复杂的过程,而单一的速度函数存在很多问题.在此基础上,根据不同分割区域属性的异同,提出了一种具有多个速度函数的多水平集分割算法:以不同的待分割区域构造多个不同的水平集函数,相应地构造多个不同的速度函数.多个

---

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.30600151, 30500131, 60532050 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2006CB705700 (国家重点基础研究发展计划); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA04Z216 (国家高技术研究发展计划(863)); the National Science and Technology Support Program of China under Grant No.2006BAH02A25 (国家科技支撑计划); the Joint Research Fund for Overseas Chinese Young Scholars under Grant No.30528027 (海外青年学者合作研究基金); the Beijing Natural Science Foundation of China under Grant Nos.4051002, 4071003 (北京市自然科学基金)

Received 2006-04-18; Accepted 2006-05-30

零水平集同时演化,相互作用,以达到分割的目的.该方法不但提高了分割的精度,而且能够很好地解决单一速度函数水平集算法难以处理的边界缺口问题.将此算法应用于医学 MRI 和 CT 的图像分割,得到了很好的分割结果.

关键词: 水平集;图像分割;速度函数;能量函数;MRI(magnetic resonance image)

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

很多时候,图像分割要求非常准确、细致.在这种情况下,自动分割往往达不到要求,交互式分割却能很好地完成任务.因此,交互式分割算法在现今的分割领域中占据着至关重要的位置.在所有的交互式分割算法中,形变模型分割方法<sup>[1]</sup>是一种被广泛研究的方法.形变模型应用于图像分割的基本思想,20 世纪七、八十年代就有人提出.此后,有人提出了多种类似的算法模型,使之发展成为图像分割领域中最为活跃和成功的研究课题.早期的参数形变模型在分割领域的应用虽然成功,但仍存在几个缺点:(1) 分割结果较大地依赖于初始轮廓;(2) 从低维向高维扩展困难;(3) 难以分割拓扑结构复杂的物体,即对在分割中界面的融合与分裂处理困难.1988 年水平集算法的问世<sup>[2]</sup>、1995 年 Malladi 将其应用于图像分割<sup>[3]</sup>,这种基于几何形变模型的水平集分割方法在很大程度上解决了参数形变模型存在的问题.近几年来,有关水平集算法的研究进展见文献[4-7].

水平集方法主要是从界面传播等研究领域逐步发展起来的,它是处理封闭运动曲面随时间演化过程中几何拓扑变化的有效的计算工具.它的主要思想是将移动的界面作为零水平集嵌入高一维的水平集函数中.这样,由闭超曲面的演化方程可以得到水平集函数的演化方程,而嵌入的闭超曲面总是其零水平集,最终只要确定水平集函数的零水平集即可确定移动界面的演化结果.水平集方法自提出以来,已在界面演化、流体力学、燃烧、材料力学、图像处理、计算机视觉等领域得到广泛的应用<sup>[8-11]</sup>.水平集分割方法近几年来在图像分割领域<sup>[12-16]</sup>的广泛应用表明:该方法不仅具有一般基于形变模型分割方法的各种优点,而且非常适合于结构复杂、拓扑结构变化物体的快速精确分割,并且事先不需要知道物体的拓扑结构情况.

但是,基于几何形变模型的水平集分割方法也并不完美,还存在不少问题.其中两个较大的缺点是:(1) 速度函数  $F$  的定义较为困难,边界控制参数的选取困难.不同的图像物体边界强度一般不同且差别很大,参数选择必须根据所分割的图像作适当调整,否则,轮廓线可能穿越较弱边界处或在与实际边界尚有一段距离的地方停止.人为地选择这些参数值通常比较繁琐,很难达到较好的效果.因此,如何根据图像信息对参数作自适应调整以实现自动分割,将是下一步需要研究的内容;(2) 速度函数缺少回拉力,不断扩展着的轮廓一旦穿越了边界较弱处,就会一直向外扩展下去,不会回头,从而导致分割错误.最近的文献资料显示,为解决这一问题,国外已有人提出了几种新的速度函数形式<sup>[17]</sup>,基本思想都是在原速度函数基础上增加一回拉力分量.但此方法还不完善,仍需继续深入研究.

考虑到上述两个几何形变模型水平集分割方法的缺点,我们提出了基于多个速度函数的多水平集分割算法(以下简称多水平集).在以往的文献资料中,也有多个水平集的应用<sup>[18]</sup>,但并没有采用多个速度函数,所以不能解决上述两个问题.本文提出的多水平集分割算法,是在多个分割目标的基础上建立多个水平集函数,对每个水平集函数,根据目标边界强度和区域相似性分别定义其速度函数.这样一来,我们期望得到的物体边界就是由两个水平集函数的零水平集联合确定,边界控制参数的选取就变得非常容易,随意地选取基本不会导致出现轮廓线穿越较弱边界或停止在与实际边界尚有一段距离地方的情况,因为两条轮廓线之间的相互作用最终会让轮廓线停止在合适的边界上.在可能的边界处,我们减缓轮廓线演化的速度,这样一来,轮廓线穿越较弱边界的可能性大为降低,即便一条轮廓线穿过了边界的较弱处,也将遇到一条演化速度更强的轮廓线,而最终被推回到边界处.实验结果证实,此方法确实能够很好地解决上面提到的问题.本文的前两节将具体介绍这种基于多个速度函数的多水平集分割方法.第 3 节将展示部分实验结果.

## 1 多水平集方法的基本思想

在单一速度函数水平集(以下简称单水平集)方法背后的原始想法是十分简单的.给定一个  $n$  维空间中的封闭界面  $\Gamma$ ,包含开放的区域  $\omega$ ,我们希望分析和计算在一个速度场的作用下,这个界面接下来的运动情况.这个速

度依赖于界面的位置、时间、几何属性(法向量和曲率等)以及外力等.1988年,Osher和Sethian<sup>[2]</sup>发明的这种方法仅仅是定义一个平滑函数 $\phi(X,t)$ ,当 $\phi(X,t)=0$ 时,它就表示运动的界面 $\Gamma$ .水平集函数 $\phi(X,t)$ 具有下列属性:当 $X$ 属于区域 $\omega$ 时, $\phi(X,t)>0$ ;当 $X$ 不属于区域 $\omega$ 时, $\phi(X,t)<0$ ;当 $X$ 在区域 $\omega$ 的边界上时, $\phi(X,t)=0$ .在随后的时间里,界面 $\Gamma$ 是通过 $\phi(X,t)=0$ 来捕获的.这种方法对于数值计算来说具有重大的意义,主要是因为拓扑变化(例如分裂与合并)可以很好地被定义并执行.

多水平集方法的思路也同样简单.在单水平集方法中,只有一个水平集函数和单一的速度函数.很多时候,分割的各个区域之间具有不同的特征属性,单一的速度函数就可能出现问题.而在处理边界缺口时,单一的速度函数水平集方法也显得力不从心.因此,我们提出了基于多个速度函数的多水平集分割方法.此方法就是对不同的分割目标定义不同的水平集函数,在此基础上定义不同的速度函数,如图1所示.

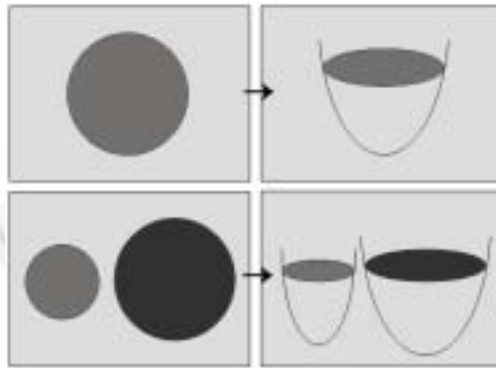


Fig.1 Multi-Level-Set method

图1 多水平集方法示意图

多个水平集函数的具体定义如下:

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(X,t) & \begin{cases} >0, X \in \omega_1 & \& X \notin \Gamma_1 \\ <0, X \notin \omega_1 \\ =0, X \in \Gamma_1 \end{cases}, \text{对应的速度函数 } F_1 \\ \dots \\ \phi_n(X,t) & \begin{cases} >0, X \in \omega_n & \& X \notin \Gamma_n \\ <0, X \notin \omega_n \\ =0, X \in \Gamma_n \end{cases}, \text{对应的速度函数 } F_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中: $\Gamma_i(i=1,\dots,n)$ 为第 $i$ 个水平集函数的零水平集; $\omega_i(i=1,\dots,n)$ 为 $\Gamma_i$ 所包围的区域.从这个定义可以看出,如果所有的速度函数采用完全一样的定义,那么,多水平集方法与单水平集方法实质上是相同的.也就是说,单水平集方法是多水平集方法的一种特例.

## 2 多水平集分割算法

### 2.1 水平集分割算法

下面在二维空间中来说明水平集分割方法的基本原理<sup>[2,3]</sup>.设 $\Omega$ 为二维图像,现在考虑 $\Omega$ 中的开放区域 $\omega$ ,有 $\omega \subseteq \Omega$ , $\omega$ 的边界为封闭曲线 $\Gamma$ .

水平集分割方法的主要思想:将封闭曲线 $\Gamma$ 作为零水平集嵌入到高一维的水平集函数 $\phi(x,y)$ 中,定义如下:

$$\Gamma = \{(x,y) | \phi(x,y) = 0\} \quad (2)$$

当 $\Gamma$ 随时间演化时, $\Gamma$ 变为 $\Gamma_t$ , $\phi(x,y)$ 变为 $\phi(x,y,t)$ .当 $t=0$ 时, $\Gamma_0$ 即为初始零水平集. $\phi(x,y,t)$ 的定义如下:

$$\phi(x,y) = \phi(x,y,t) = \pm d \quad (3)$$

其中, $d$ 是点 $p(x,y)$ 到边界 $\Gamma_t$ 的距离.当 $p(x,y)$ 在 $\Gamma_t$ 内(外)时,选择加(减)号<sup>[19]</sup>.

零水平集  $\Gamma$  以速度函数  $F$  的演化过程就归结于解下面的偏微分方程<sup>[2]</sup>:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F |\nabla \phi| \tag{4}$$

其中,  $F$  是零水平集  $\Gamma$  演化的速度. 对于图像分割,  $F$  与图像的区域相似性和区域差异性等有关. 在 Malladi 的文章中<sup>[3]</sup>,  $F$  还与零水平集的几何特性有关. 对于特定形式的  $F$ , 方程(3)就还原为一个标准的 Hamilton-Jacobi 方程.

### 2.2 多水平集分割算法

为了更加清楚地说明多水平集算法原理, 我们以二分割为例(分割为背景和目标两个部分), 也就是建立两个水平集函数及其与之对应的两个速度函数. 设待分割的图像为  $\Omega$ , 由于最开始已经交互地选取了两个区域, 一个区域属于分割背景  $\omega_1$ , 另一个区域属于分割目标  $\omega_2$ , 且  $\omega_1 \cap \omega_2 = \emptyset$ , 即  $\omega_1$  与  $\omega_2$  的交集为空集.  $\omega_1$  的边界为  $\Gamma_1$ ,  $\omega_2$  的边界为  $\Gamma_2$ . 具体的定义与方程(3)一样, 但两个水平集函数符号相反.

由于有两个水平集函数, 有两条零水平集, 因此就有两个待解的偏微分方程:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = F_1 |\nabla \phi_1|, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = F_2 |\nabla \phi_2| \tag{5}$$

$F_1$  和  $F_2$  分别为两个水平集的演化速度函数. 由于背景和目标的特征存在差异, 我们可以将两个速度函数分别加以定义, 这也是双水平集与单水平集相比所具有的最大优点. 如果两个速度函数使用相同的定义, 再将两个水平集按照一定规律叠加为单一的水平集, 那么我们的双水平集方法就简化为普通的水平集方法.

### 2.3 速度函数的处理

速度函数的定义可以说是水平集方法分割的关键, 速度函数的有效性直接影响到分割结果的好坏. 在前人的工作中, 有人使用边界来定义速度函数, 也有人使用区域能量函数来定义速度函数. 在本文中, 我们不讨论速度函数的具体定义方法, 而只讨论多个速度函数之间的协作关系.

前面已经提到, 多水平集算法可以根据分割区域的不同而定义多个不同的速度函数, 以增加分割的准确性. 在这一部分, 我们还是以二分割为例. 假设对背景种子点水平集设置的速度函数为  $F_1$ , 对分割目标种子点水平集设置的速度函数为  $F_2$ .

在两个零水平集 ( $\phi(X, t) = 0$ ) 相交的地方, 我们可以很灵活地处理速度函数. 我们将相交处分为两类情况: (1) 相交处即为边界; (2) 相交处不是边界. 下面分别进行讨论. 对于情况(1), 问题变得很简单, 我们只需将此处的两个速度函数都赋值为 0 即可; 对于情况(2), 速度函数如果被赋值为 0, 那么, 分割结果将不是我们期望的结果, 所以在这种情况下, 此处的零水平集还需要继续演化. 设  $\Gamma_0 = \Gamma_1 \cap \Gamma_2$ , 即  $\Gamma_0$  就是两条零水平集相交之处. 这里对应着两个速度函数, 分别记为  $F_{10}, F_{20}$ . 根据两个速度函数的方向, 我们将此问题分为 3 种情况进行处理:

- 1) 如果两个速度函数相向而行, 最简单的处理方法就是让  $\Gamma_0$  处的速度等于两个速度函数的矢量和:  $F_0 = F_{10} \cap F_{20}$ , 其中,  $F_0$  为  $\Gamma_0$  处的速度, 如图 2 所示.
- 2) 如果两个速度函数背向而行, 则两个速度函数都不发生改变.
- 3) 如果两个速度函数同向而行, 则当后边的速度函数大时, 则让后边的速度函数等于前边的速度函数; 当后边的速度函数小时, 两个速度函数都不发生改变.

我们已经讨论过了交界处的速度函数处理. 前面提到, 对于不同特性的分割区域, 我们要定义不同的速度函数. 但这不同的速度函数要怎么定义呢? 下一节我们将举例说明这个问题.

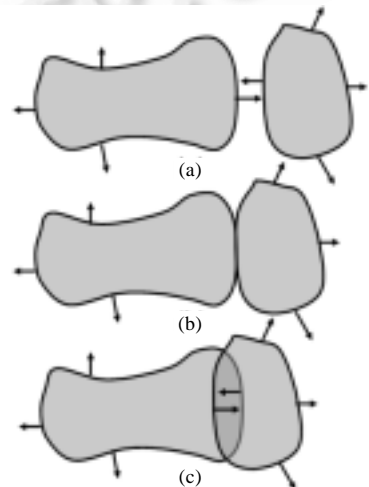


Fig.2 Interaction between zero level sets  
图 2 零水平集之间的相互作用

### 3 实验及结果

#### 3.1 速度函数选取

为了根据不同区域定义不同的速度函数,我们先定义两个参数:区域差异容忍度 $\mu$ 和内部边界强度阈值 $\nu$ .顾名思义,区域差异容忍度指的是在一个分割目标内部允许的区域差异性的大小.在图 3 的立方体目标中,由于光照不同,立方体不同表面的区域差异性很大,所以,对应这个目标的区域差异容忍度就大.对于此图的背景而言,区域差异容忍度也较大;内部边界强度阈值指的是分割目标内部存在的边界的平均强度值.在有的目标内部也存在明显的边界,但却不是我们希望得到的分割边界.图 3 中的立方体内部就存在 3 条明显的边界,其强度甚至比我们希望得到的分割边界还要强,所以,其内部边界强度阈值就很大;而对于背景而言,其内部边界强度阈值非常小.在我们的实验中,这两个参数是根据选择的种子区域自动计算得到的.

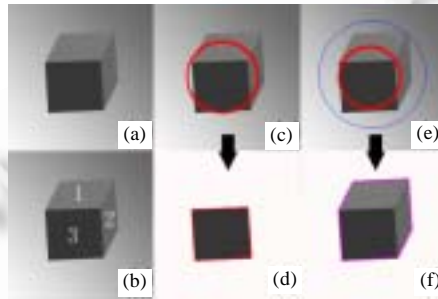


Fig.3 Segment using level set method and our method

图 3 传统水平集算法与多速度函数水平集算法分割结果对比

下面给出 $\mu, \nu$ 的具体定义:

$$\mu = \text{var}(\rho_\omega), \nu = \frac{\sum_{\nabla(\rho_\omega)} \nabla(\rho_\omega)}{\text{num}(\nabla(\rho_\omega) > \varepsilon)} \quad (6)$$

$\mu$ 为区域 $\omega$ 内像素值的方差; $\nu$ 为区域 $\omega$ 内梯度值大于临界值 $\varepsilon$ 的点的梯度平均值.其中: $\text{num}(\cdot)$ 表示满足条件 $(\cdot)$ 的数目; $\nabla$ 为梯度算子.

$\mu, \nu$ 设定好之后,我们就根据这两个特性参数来设定速度函数.设 $R$ 为区域相似度, $B$ 为边界强度. $R$ 指的是零水平集 $\Gamma$ 及其某领域像素与 $\Gamma$ 内部区域的相似性; $B$ 指的是零水平集 $\Gamma$ 处的边界强度; $K$ 为 $\Gamma$ 的曲率.速度函数 $F$ 定义如下:

$$F = (R, B, K, \mu, \nu) \quad (7)$$

对于区域差异容忍度 $\mu$ 和内部边界强度阈值 $\nu$ 而言, $\mu, \nu$ 越大,速度 $F$ 越大.这样,式(7)可以写成

$$F = f_1(\mu) f_2(\nu) \bar{F}(R, B, K) \quad (8)$$

其中, $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$ 均为单调增函数.在本实验中,取 $f_1(\mu) = \mu + c, f_2(\nu) = \nu + c$ ,其中, $c$ 为大于 0 的常数.因为 $\mu, \nu$ 有可能为 0,加上一个大于 0 的常数,使得速度函数不至于恒等于 0. $R$ 取零水平集 $\Gamma$ 上的点及其某领域(比如 8 领域)的直方图与零水平集 $\Gamma$ 内部直方图的匹配程度,如下式:

$$R_p = \sum_{q \in \omega_n \cup p} h_\rho(q) \quad (9)$$

其中: $\omega_n$ 为点 $p$ 的某领域; $h$ 为零水平集内部区域的归一化的直方图分布, $h_\rho$ 表示强度值 $\rho$ 对应的归一化直方图值, $\rho_q$ 表示位置点 $q$ 处的强度值.由这个定义可以容易地得出 $R_p \in [0, 1]$ . $B$ 取值如下式所示<sup>[19]</sup>:

$$B = |\nabla G_\sigma * \Omega| \quad (10)$$

其中: $\Omega$ 为原图像,\*表示卷积; $\nabla$ 为梯度算子; $G_\sigma$ 为方差为 $\sigma$ 的高斯函数. $K$ 取值如下:

$$K = \text{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) = \frac{\phi_{xx}\phi_y^2 - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + \phi_{yy}\phi_x^2}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{1.5}}$$

现在速度函数中的每一个变量都已经定义,我们来确定速度函数的具体形式.在本文中,我们取

$$\bar{F}(R, B, K) = e^R \cdot e^{-B} \cdot (F_0 + F(K)) \tag{11}$$

其中: $F_0$ 为一常量; $F(K)$ 为曲率  $K$  的函数.这种由常量加上曲率  $K$  的函数的做法是 Malladi 首先采用的<sup>[3]</sup>,相关的具体操作见文献[19].

### 3.2 实验结果

对于图 3 所示的物体的分割,使用单水平集分割算法进行分割结果就不尽如人意,分割结果如图 3(c)、图 3(d)所示.图 3(d)是采用单水平集分割算法的结果,这一方法具体采用的是基于区域相似度的单一速度函数方法<sup>[19]</sup>,从最后的分割结果来看,此方法只能分割出立方体的一个表面,因为立方体的其他两个表面和背景的颜色更相似;图 3(f)是采用本文提出的算法得到的分割结果.我们在发现得不到理想的结果后,人为地调大了目标水平集的区域差异容忍度和内部边界阈值,调整后的分割结果就能很好地达到我们的期望.

与图 3 中的分割一样,图 4 也给出了单水平集和多水平集分割的对比结果.在采用单水平集分割算法的实验中(如图 4(b)所示),中间的白色区域被分割成了背景;在采用多水平集分割算法的实验中(如图 4(c)、图 4(d)所示),由于我们采用了两个不同的速度函数定义,也得到了两个不同的分割结果:在图 4(c)中的结果甚至不如单水平集分割算法的结果;在图 4(d)中的结果却与实际情况相当吻合.其实,图 4(d)的分割结果与实际还是有一定差异的,图中可以看到一些边界的不平滑区域,这种区域使用其他任何分割方法都是很难处理的.

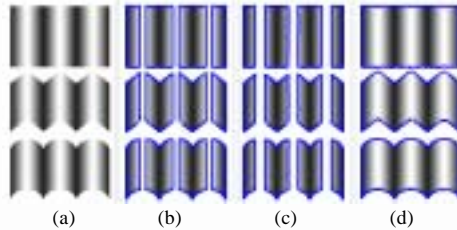


Fig.4 Segment using level set method and our method

图 4 传统水平集和多速度函数水平集算法分割结果对比

医学图像的分割是图像分割领域的一大分支,且有很大的实际意义.医学图像分割的好坏对于医生诊断、治疗具有举足轻重的作用.下面给出部分分割结果:图 5 是核磁共振 DWI 脑缺血病灶区的分割结果,在这类图像中,没有明确的边界线,区域的分布也很复杂,多水平集分割算法更能够发挥其作用.图 5(c)、图 5(d)是单水平集分割结果,图 5(e)、图 5(f)是神经放射科医生手动分割结果,图 5(g)、图 5(h)是多水平集分割的结果.由图 5 的对比结果可以看出,多水平集分割算法比单水平集分割算法的结果更接近于医生的手动分割结果.

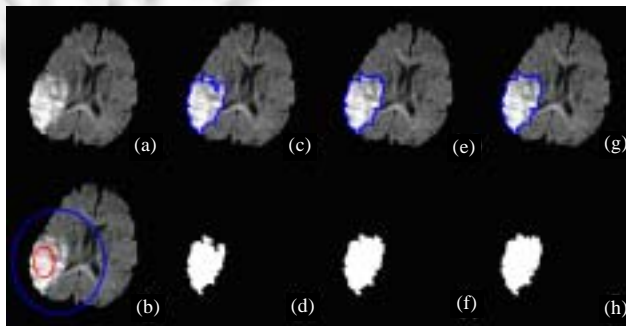


Fig.5 Results of level set method, manual segmentation and our method

图 5 单水平集算法、医生手动分割、多速度函数水平集算法分割结果对比

图 6 为 CT 膝盖图像骨组织分割结果对比;图 7 为自适应最大后验概率算法(adaptive maximum a posteriori, 简称 AMAP)实验结果(如图 7(b)所示)与本算法的实验结果(如图 7(c)所示)对比,AMAP 算法在分割结果中出现了远离病灶区的噪声;图 8 为本算法对磁共振 T1WI 脑白质的分割结果.

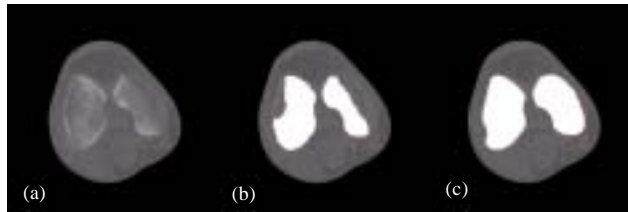


Fig.6 Results of fast matching method and our method

图 6 快速匹配算法与多速度函数水平集算法分割结果对比

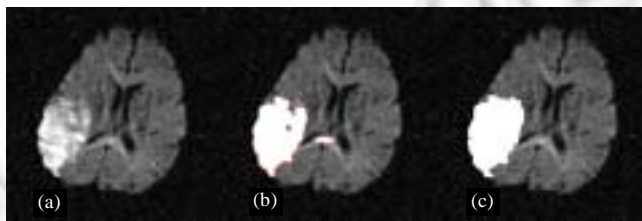


Fig.7 Results of adaptive MAP method and our method

图 7 自适应最大后验概率算法与多速度函数水平集算法结果对比

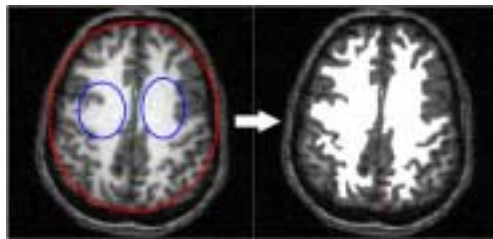


Fig.8 Segmentation of white matter using our method

图 8 多速度函数水平集算法对脑白质的分割

#### 4 结束语

本文提出了多个速度函数的多水平集分割方法,能够有效地解决在单水平集方法中存在的速度函数定义难和速度函数缺少回拉力的问题.在分割效果方面,对于不同的分割目标采用不同的速度函数定义,并让各个速度函数相互作用,比之以往的采用单一速度函数的水平集方法更能分割出完整的目标.在速度函数的回拉力方面,因为多个速度函数之间交互的灵活性,也可以很好地处理.由此看来,多个速度函数的多水平集分割方法必将是水平集分割方法新的发展方向.我们下一步的工作将是研究此方法在三维体分割中的应用.水平集分割方法对维数没有限制,从二维发展到三维是一个渐进的过程,只需对封闭曲面进行数学建模,然后嵌入到四维的水平集中即可.但因为本算法是需要多个速度函数(零水平集)之间的相互作用,在此过程中,速度函数的方向在三维空间中较之二维空间更难确定,因此还需要做大量的工作.与二维分割相比,三维体分割在医学中应用十分广泛,病灶区的分割、器官的分割等都是三维体分割,所以,发展三维体分割是非常有必要的.

#### References:

- [1] Hadziavdic V. A comparative study of active contour models for boundary detection in brain images [Ph.D. Thesis]. University of Tromso, 2000.

- [2] Osher S, Sethian JA. Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on the Hamilton-Jacobi formulation. *Journal of Computational Physics*, 1988,79(1):12-49.
- [3] Malladi R, Sethian JA, Vemuri BC. Shape modeling with front propagation: A level set approach. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995,17(2):158-174.
- [4] Garcia JN, Kutalik Z, Cho KH, Wolkenhaue O. Level sets and minimum volume sets of probability density functions. *Int'l Journal of Approximate Reasoning*, 2003,34(1):25-47.
- [5] Engquist B, Tornberg AK, Tsai R. Discretization of Dirac delta functions in level set methods. *Journal of Computational Physics*, 2005,207(1):28-51.
- [6] Cadre B. Kernel estimation of density level sets. *Journal of Multivariate Analysis*, 2006,97(4):999-1023.
- [7] Cecil TC, Osher SJ, Qian JL. Simplex free adaptive tree fast sweeping and evolution methods for solving level set equations in arbitrary dimension. *Journal of Computational Physics*, 2006,213(2):458-473.
- [8] Bertalmio M, Sapiro G, Randall G. Region tracking on level-set methods. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 1999,18(5):448-451.
- [9] Masouri AR, Sirivong B, Konrad J. Multiple motion segmentation with level sets. In: *Proc. of the SPIE, Vol 3974*. 2000. 584-595.
- [10] Paragios N, Deriche R. Geodesic active contours and level sets for the detection and tracking of moving objects. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000,22(3):266-280.
- [11] Samon, C, Blanc-Feraud L, Aubert G, Zerubia J. Level set model for image classification. *Int'l Journal of Computer Vision*, 2000,40(3): 187-197.
- [12] Loncaric S, Subasic M, Sorantin E. 3-D deformable model for aortic aneurysm segmentation from CT images. In: *Proc. of the 22nd Annual EMBS Int'l Conf. Chicago, 2000*. 398-401. [http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs\\_all.jsp?arnumber=900759&fromcon](http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=900759&fromcon)
- [13] Chenoune Y, Deléclle E, Petit E, Goissen T, Garot J, Rahmouni A. Segmentation of cardiac cine-MR images and myocardial deformation assessment using level set methods. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2005,29(8):607-616.
- [14] Drapaca CS, Cardenas V, Studholme C. Segmentation of tissue boundary evolution from brain MR image sequences using multi-phase level sets. *Computer Vision and Image Understanding*, 2005,100(3):312-329.
- [15] Dydenko I, Jamal F, Bernard O, D'hooge J, Magnin IE, Friboulet D. A level set framework with a shape and motion prior for segmentation and region tracking in echocardiography. *Medical Image Analysis*, 2006,10(2):162-177.
- [16] Manniesing R, Velthuis BK, van Leeuwen MS, van der Schaaf IC, van Laar PJ, Niessen WJ. Level set based cerebral vasculature segmentation and diameter quantification in CT angiography. *Medical Image Analysis*, 2006,10(2):200-214.
- [17] Suri JS, Singh S, Liu K, Laxminarayan S, Zeng XL, Reden L. Shape recovery algorithms using level sets in 2-D/3-D medical imagery: A state-of-art review. *IEEE Trans. on Information Technology in Biomedicine*, 2002,6(1):8-28.
- [18] Wang MY, Wang X. "Color" level sets: A multi-phase method for structural topology optimization with multiple materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004,193(6-8):469-496.
- [19] Chan TF, Vese LA. Active contours without edges. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2001,10(2):266-277.



陈健(1981 - ),男,重庆合川人,博士生,主要研究领域为医学图像分割与配准.



薛健(1979 - ),男,博士生,主要研究领域为三维可视化.



田捷(1960 - ),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为医学影像处理,生物特征识别.



戴亚康(1982 - ),男,博士生,主要研究领域为三维可视化.