

一种紧同步随机 Petri 网模型的性能分析方法*

刘 鸿⁺, 林 闯, 吴建平

(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

Performance Analysis of Strictly Synchronized Stochastic Petri Nets

LIU Hong⁺, LIN Chuang, WU Jian-Ping

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

+Corresponding author: Phn: 86-10-62788109, Fax: 86-10-62788109, E-mail: liuhong@csnet1.cs.tsinghua.edu.cn

<http://netlab.cs.tsinghua.edu.cn/~liuhong/>

Received 2002-09-06; Accepted 2002-11-12

Liu H, Lin C, Wu JP. Performance analysis of strictly synchronized stochastic Petri nets. *Journal of Software*, 2003,14(6):1029~1036.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1029.htm>

Abstract: Strictly synchronized SPNs (stochastic Petri nets) are very popular in stochastic Petri nets made up of sub-models. Because of the problem of state space's explosion, performance analysis of strictly synchronized SPNs has not been solved completely. Formulas that show performance equivalence of four elementary subnets, which are sequence subnet, parallel subnet, choice subnet and iteration subnet, are presented. A decomposition approach called STED (synchronous transition equivalent decomposition) is proposed in this paper and can be applied to SPNs with one or more synchronous transitions, especially such models with isomorphic sub-models.

Key words: SPN (stochastic Petri nets); performance equivalence; performance analysis; strictly synchronized model; STED (synchronous transition equivalent decomposition)

摘 要: 紧同步随机 Petri 网模型常用于对多个子系统构成的实际系统进行建模. 由于状态空间爆炸问题, 这种模型的性能分析目前还没有得到很好的解决. 首先给出了随机 Petri 网中顺序、并行、循环、选择这 4 种基本结构的性能近似等价公式, 然后提出了一种同步变迁等价分解(synchronous transition equivalent decomposition, 简称 STED)法对紧同步随机 Petri 网进行分解求解, 有效地缓解了具有一个或多个同步变迁情况下的空间爆炸问题, 该方法对于子模型同构的情况处理简便且十分有效.

关键词: 随机 Petri 网; 性能等价; 性能分析; 紧同步模型; 同步变迁等价分解法

中图法分类号: TP301 文献标识码: A

* Supported by the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1999032707 (国家重点基础研究发展规划(973)); the National Natural Science Foundation of China under Grant No.90104002 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant Nos.2001AA112080, 2001AA112061 (国家高技术研究发展计划)

第一作者简介: 刘鸿(1978—),男,福建连江人,硕士生,主要研究领域为高速计算机网络体系结构与协议测试,随机 Petri 网和系统性能评价,下一代 Internet 协议.

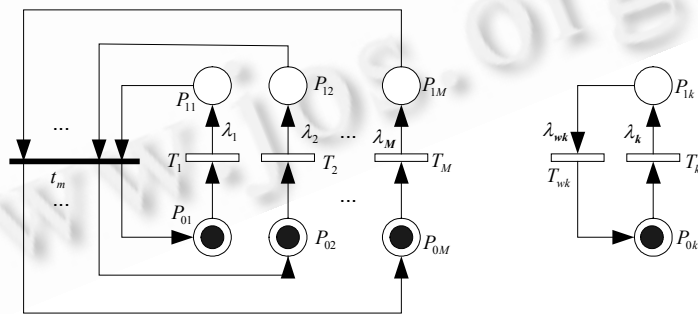
随机 Petri 网自 1981 年提出以来,在各种离散事件动态系统的性能分析中已经得到广泛的应用,但是随机 Petri 网的状态空间爆炸问题大大限制了其在大型和复杂系统中的应用.在这样的系统中,大量现实问题用随机 Petri 网建模得到了由多个子模型构成的紧同步模型^[1-3],但是紧同步随机 Petri 网模型的状态空间数随着子模型数的增长呈指数增长趋势,其性能分析问题目前还没有得到很好的解决.

解决状态空间爆炸问题的一种有效方法是对随机 Petri 网模型进行性能等价化简和分解,这始终是随机 Petri 网研究的主要问题之一^[4-6].本文提出了一种同步变迁等价分解(synchronous transition equivalent decomposition,简称 STED)法,用来对紧同步随机 Petri 网模型进行分解求解,这种方法特别适用于子模型同构的情况.本文第 1 节介绍了紧同步随机 Petri 网模型及其现有的解决方法.第 2 节提出了组成 STED 方法的几种紧同步随机 Petri 网等价分析方法.第 3 节详细描述了 STED 方法的关键思想和具体步骤,并通过一个实例分析了用 STED 方法对紧同步随机 Petri 网模型进行分解求解的精度.最后是总结.

1 紧同步随机 Petri 网模型

关于随机 Petri 网的一般知识请参见文献[7].紧同步随机 Petri 网模型是指多个子模型通过一个或者多个公用同步变迁紧密结合在一起,某个子模型运行到一定阶段以后,遇到某个同步变迁,此时它必须等待其他所有子模型都运行到此阶段,然后该同步变迁得以实施,使得所有子模型都能够继续各自的运行.在大量的现实系统中都存在并行和同步行为,所以对它们进行建模将得到紧同步随机 Petri 网模型^[1-3].由于公用的同步变迁使各子模型紧密结合在一起,所以如果对整个模型进行精确求解将遇到状态空间爆炸问题.状态空间爆炸问题也是大多数分布式系统性能模型实际求解时遇到的共同问题.目前解决状态空间爆炸问题最有效的一种方法是对模型进行性能等价的化简和分解^[4-6],但是如何保证近似求解的精度是一个难题.

文献[8]中提出了一种接近无关分解的方法,可以求解只具有一个同步瞬时变迁的紧同步随机 Petri 网模型.这种方法首先将整个模型化为如图 1(a)所示的压缩模型,在压缩模型中每个子模型 k 只保留和同步变迁 t_m 相关联的位置 P_{0k} 和 P_{1k} ,其他部分看做是一个子网,从而等效的压缩为变迁 T_k ,变迁 T_k 的实施速率 λ_k 定义为子模型 k (不含同步变迁 t_m 时)从 $Mark(P_{0k})=1$ 到 $Mark(P_{1k})=1$ 的平均延迟时间的倒数.在子模型同构的情况下,有 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_k = \dots = \lambda_M = \lambda$.文献[8]中方法的第 2 步是对图 1(a)所示的压缩模型进行求解,得到标记的周期时间 C ,即同步变迁 t_m 的吞吐量,然后用一个时间变迁 T_{wk} 来等价同步变迁对子模型 k 的影响,其速率为 $\lambda_{wk} = (C - 1/\lambda_k)^{-1}$,即子模型 k 等待同步的平均延迟时间的倒数,如图 1(b)所示.最后对图 1(b)的各个子模型孤立求解,从而得到各种性能指标.



(a) The model before decomposition (a) 分解前的模型
 (b) Sub-Model k after decomposition (b) 分解后的干扰模型 k

Fig.1 Before or after decomposition of strictly synchronized models with single synchronous transition

图1 单个同步变迁的紧同步模型分解前后的模型

图 1(a)模型的状态空间为 $S = \left\{ (a_1, a_2, \dots, a_M) \mid a_k \in \{0,1\}, k=1,2,\dots,M, \sum_{k=1}^M a_k < M \right\}$,其中状态 (a_1, a_2, \dots, a_M) 表示

子模型 $k(k=1,2,\dots,M)$ 中 $M(P_{1k})=a_k$, 由于 $M(P_{11})=M(P_{12})=\dots=M(P_{1M})=1$ 是消失标识, 所以 $\sum_{k=1}^M a_k < M$. 显然, $|S|=2^M-1$ 即压缩模型的状态空间数为 2^M-1 . 因此, 使用文献[8]的方法能够把状态空间数从 $O(d^M)$ 减少到 $O(2^M)$, 其中 d 为子模型状态空间数的最大值, M 为子模型数. 在子模型较多的时候仍然会遇到状态空间爆炸的问题. 另外, 文献[8]中没有对同步变迁为时间变迁的情况进行分析, 也没有对多个同步变迁的情况进行分析. 我们在文献[8]的基础上提出了 STED 方法, 用来对具有一个或多个同步变迁(可以是瞬时变迁, 也可以是时间变迁)的紧同步随机 Petri 网模型进行分解计算, 这种方法对于子模型同构的情况尤为简便和有效.

2 几种紧同步随机 Petri 网等价分析方法

与文献[8]中的方法类似, STED 方法由近似等价压缩、同步变迁等价分解和子模型孤立求解 3 个步骤组成, 其基础是下面给出的 6 个定理和两个推论. 在近似等价压缩阶段中, STED 方法利用定理 1~定理 4 对子模型中的顺序、并发、选择和循环 4 种基本结构进行近似等价化简; 在同步变迁等价分解阶段中, STED 方法利用定理 5 和定理 6 以及它们的推论对同步变迁进行等价分解.

在紧同步随机 Petri 网模型中, 子模型被同步变迁分割得到的部分一般由顺序、并发、选择和循环这 4 种基本结构组成. 近似等价压缩化简的基本思路是: 把每一个基本结构看做是一个子网, 可以用一个时间变迁来等效表示该基本结构的时间特性. 定理 1~定理 4 分别给出了顺序、并发、选择和循环这 4 种基本结构的时间性能近似等价公式, 它们的证明参见文献[9].

定理 1. 顺序结构到相应等效时间变迁的化简如图 2 所示, 设 n 个时间变迁 T_1, T_2, \dots, T_n 的实施速率分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 等效时间变迁 T 的实施速率为 λ , 则有

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i}. \tag{1}$$

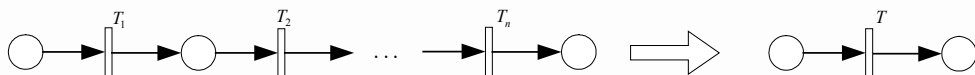


Fig.2 Sequence subnet and its simplification

图2 顺序结构及其化简

定理 2. 并发结构到相应等效时间变迁的化简如图 3 所示, 设 n 个时间变迁 T_1, T_2, \dots, T_n 的实施速率分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, 等效时间变迁 T 的实施速率为 λ , 则有

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j} + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=j+1}^n \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}. \tag{2}$$

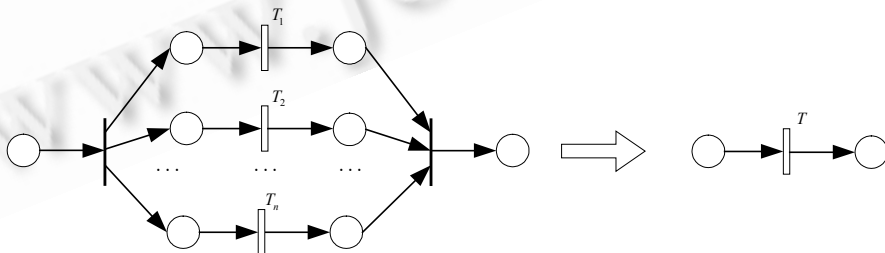


Fig.3 Parallel subnet and its simplification

图3 并发结构及其化简

定理 3. 选择结构到相应等效时间变迁的化简如图 4 所示, 设 n 个时间变迁 T_1, T_2, \dots, T_n 的实施速率分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, n 个瞬时变迁 $t_{n+1}, t_{n+2}, \dots, t_{2n}$ 的实施概率分别为 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, 且 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$, 等效时间变迁 T 的实施速率为 λ , 则有

$$\frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{\lambda_i} \tag{3}$$

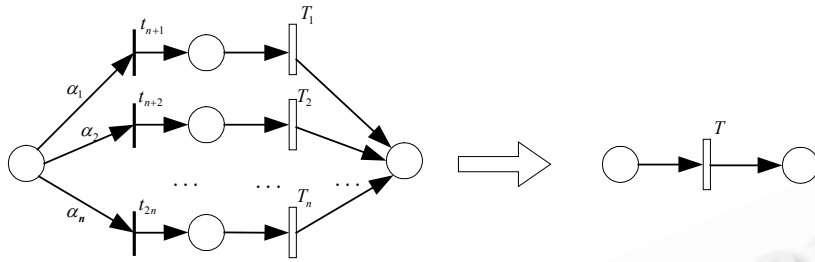


Fig.4 Choice subnet and its simplification

图4 选择结构及其化简

定理 4. 循环结构到相应等效时间变迁的化简如图 5 所示,设时间变迁 T_1 和 T_2 的实施速率分别为 λ_1 和 λ_2 , 瞬时变迁 t_3 和 t_4 的实施概率分别为 α 和 $1-\alpha$,等效时间变迁 T 的实施速率为 λ ,则有

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \left(\frac{\alpha}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \tag{4}$$



Fig.5 Iteration subnet and its simplification

图5 循环结构及其化简

利用定理 1~定理 4 可以将紧同步随机 Petri 网模型近似等价地化简为如图 1(a)或者图 6(a)所示的压缩模型,其中图 1(a)对应于单个同步瞬时变迁的情况,图 6(a)对应于 K 个同步瞬时变迁的情况. STED 方法把紧同步随机 Petri 网模型分解为多个尽可能无关的子模型,在分解后的子模型中用时间变迁来等价表示该子模型在每个同步变迁处等待同步的延迟,如图 1(b)或者图 6(b)所示,从而对分解后的子模型孤立求解.定理 5 和定理 6 分别针对单个和 K 个同步瞬时变迁的情况给出了在分解后的子模型中等价时间变迁的实施速率公式,推论 1 和推论 2 则分别是这两个定理在子模型同构的特殊情形下的推论.

定理 5. 单个同步瞬时变迁的紧同步随机 Petri 网的压缩模型如图 1(a)所示,可以近似等价地分解为 M 个无关的子模型,如图 1(b)所示.设时间变迁 T_1, T_2, \dots, T_M 的实施速率分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$,在分解后的子模型 k 中,等价表示同步瞬时变迁 t_m 影响的时间变迁 T_{wk} 实施速率为 λ_{wk} ,则有

$$\frac{1}{\lambda_{wk}} = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\lambda_i} - \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j} + \sum_{i=1}^{M-2} \sum_{j=i+1}^{M-1} \sum_{k=j+1}^M \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k} + \dots + (-1)^{M-1} \frac{1}{\sum_{i=1}^M \lambda_i} - \frac{1}{\lambda_k} \tag{5}$$

证明: T_1, T_2, \dots, T_M 的延迟时间 X_1, X_2, \dots, X_M 可以看做是 M 个相互独立的随机变量,且分别服从参数为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$ 的指数分布. t_m 对分解后的子模型 k 的影响相当于一个随机变量 $X_{wk} = \max(X_1, X_2, \dots, X_M) - X_k$, 设该随机变量的数学期望为 $E(X_{wk})$,则有

$$\begin{aligned} E(X_{wk}) &= E(\max(X_1, X_2, \dots, X_M)) - E(X_k) \\ &= E\left(\int_0^\infty (F_{X_1}(t)F_{X_2}(t)\dots F_{X_M}(t)) dt\right) - \frac{1}{\lambda_k} \\ &= E\left(\int_0^\infty \left(\sum_{i=1}^M \lambda_i e^{-\lambda_i t} - \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M (\lambda_i + \lambda_j) e^{-(\lambda_i + \lambda_j)t} + \dots + (-1)^{M-1} \left(\sum_{i=1}^M \lambda_i\right) e^{-\sum_{i=1}^M \lambda_i t}\right) dt\right) - \frac{1}{\lambda_k} \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^M \frac{1}{\lambda_i} - \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j} + \sum_{i=1}^{M-2} \sum_{j=i+1}^{M-1} \sum_{k=j+1}^M \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k} + \dots + (-1)^{M-1} \frac{1}{\sum_{i=1}^M \lambda_i} - \frac{1}{\lambda_k} . \quad \square$$

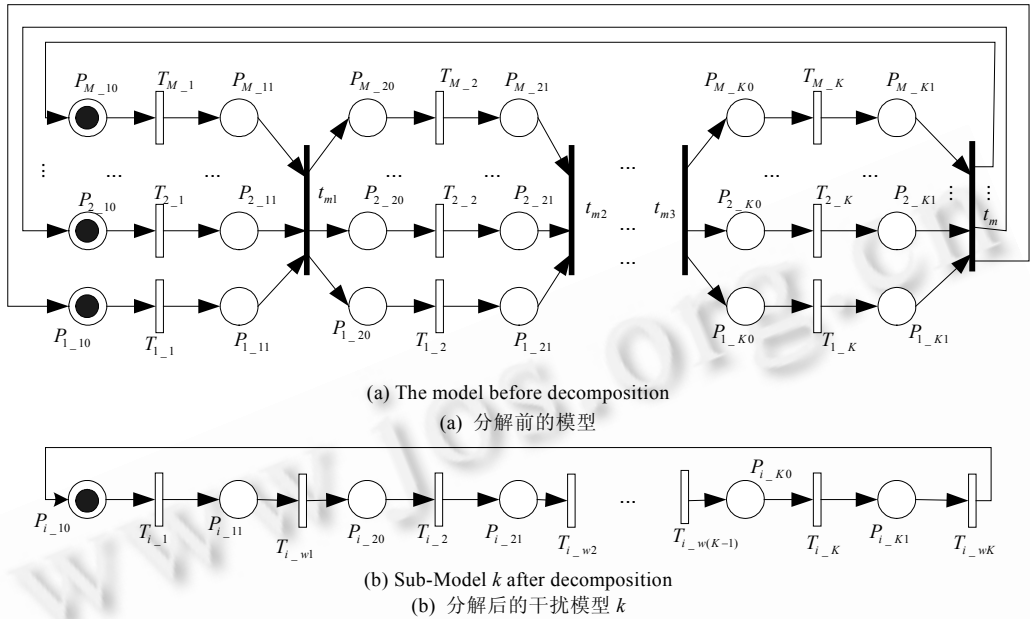


Fig.6 Decomposition of strictly synchronized models with K synchronous transitions

图6 K 个同步变迁的紧同步模型分解前后的模型

对于各子模型同构的情况,定理 5 有更简单的表示形式,即推论 1.

推论 1. 在单个同步瞬时变迁的紧同步随机 Petri 网的压缩模型图 1(a)中,如果子模型同构,即 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_M = \lambda$,则有

$$\lambda_{w1} = \lambda_{w2} = \dots = \lambda_{wM} = \lambda_w, \text{ 且 } \frac{1}{\lambda_w} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=2}^M \frac{1}{k} . \quad (6)$$

证明:在式(5)中,令 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_M = \lambda$,则有 $\frac{1}{\lambda_w} = \left(\sum_{k=1}^M (-1)^{k-1} C_M^k \frac{1}{k} - 1 \right) \frac{1}{\lambda}$.

令 $L_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} C_n^k \frac{1}{k} - 1$,则 $L_2 = 2 \times \frac{1}{1} - 1 \times \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ 且

$$\begin{aligned} L_n &= \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{k-1} (C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}) \frac{1}{k} + (-1)^{n-1} C_n^n \frac{1}{n} - 1 \\ &= L_{n-1} + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^{k-1} \frac{1}{n} C_n^k \\ &= L_{n-1} + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + (-1)(1-1)^n + \frac{1}{n} + (-1)^n \frac{1}{n} \\ &= L_{n-1} + \frac{1}{n}, \end{aligned}$$

所以有

$$\frac{1}{\lambda_w} = L_M \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=2}^M \frac{1}{k} . \quad \square$$

对于有 K 个同步瞬时变迁的情况,与定理 5 和推论 1 类似,可证明定理 6 和推论 2,由于篇幅关系,这里不再详述它们的证明过程.

定理 6. K 个同步瞬时变迁的紧同步随机 Petri 网的压缩模型图 6(a), 可以近似等价地分解为 M 个无关的子模型, 如图 6(b) 所示. 设时间变迁 $T_{1_j}, T_{2_j}, \dots, T_{M_j} (j=1, 2, \dots, K)$ 的实施速率分别为 $\lambda_{1_j}, \lambda_{2_j}, \dots, \lambda_{M_j}$, 在分解后的子模型 $i (i=1, 2, \dots, M)$ 中, 等价表示同步瞬时变迁 t_{m_j} 影响的时间变迁 T_{i_wj} 实施速率为 λ_{i_wj} , 则有

$$\frac{1}{\lambda_{i_wj}} = \sum_{n=1}^M \frac{1}{\lambda_{n_j}} - \sum_{n=1}^{M-1} \sum_{m=n+1}^M \frac{1}{\lambda_{n_j} + \lambda_{m_j}} + \sum_{n=1}^{M-2} \sum_{m=n+1}^{M-1} \sum_{p=m+1}^M \frac{1}{\lambda_{n_j} + \lambda_{m_j} + \lambda_{p_j}} + \dots + (-1)^{M-1} \frac{1}{\sum_{i=1}^M \lambda_{n_j}} - \frac{1}{\lambda_{i_j}}. \quad (7)$$

推论 2. 在 K 个同步瞬时变迁的紧同步随机 Petri 网的压缩模型图 6(a) 中, 如果子模型同构, 即 $\lambda_{1_j} = \lambda_{2_j} = \dots = \lambda_{M_j} = \lambda_j (j=1, 2, \dots, K)$, 则有

$$\lambda_{1_wj} = \lambda_{2_wj} = \dots = \lambda_{M_wj} = \lambda_{wj}, \text{ 且 } \frac{1}{\lambda_{wj}} = \frac{1}{\lambda_j} \sum_{k=2}^M \frac{1}{k}. \quad (8)$$

如果同步变迁不是瞬时变迁而是时间变迁 T_i (其实施速率为 λ_i), 则可以近似等价地把 T_i 分解为一个瞬时变迁和一个时间变迁, 瞬时变迁表示同步的影响, 时间变迁表示同步以后同步变迁实施时间的影响, 即在式(5)~式(8)各式的末尾附加上一项 λ_i^{-1} 就可以了.

3 用 STED 方法进行紧同步模型的性能分析

根据文献[8]中方法的思想, 我们对紧同步随机 Petri 网模型进行了更为深入的分析, 提出了 STED 方法, 用于对具有一个或者多个同步变迁的紧同步随机 Petri 网模型进行分解求解, 其中的同步变迁可以是瞬时变迁也可以是时间变迁, 子模型可以是同构的, 也可以是异构的. STED 方法能够将状态空间数从 $O(d^M)$ 减少到 $O(d)$, 其中 d 为子模型状态空间数的最大值, M 为子模型数. 而且在子模型同构的情况下, 分解后的子模型中等价表示同步变迁影响的时间变迁的实施速率公式十分简便, 考虑到大量系统的随机 Petri 网模型中的子模型是同构的^[1-3], 因此 STED 方法具有广泛的实际应用背景.

STED 方法的核心思想是把整个模型分解为多个无关的子模型, 对于各个子模型公用的同步变迁, 在分解后的子模型中用一个时间变迁来等价表示该子模型在这个同步变迁处等待同步的延迟, 从而对分解后的子模型孤立求解. STED 方法分为近似等价压缩、同步变迁等价分解和子模型孤立求解 3 个阶段. 首先应用定理 1~定理 4 把紧同步随机 Petri 网模型近似等价地化为如图 1(a) 或者图 6(a) 所示的压缩模型, 然后应用定理 5 和定理 6 (子模型同构时可以应用推论 1 和推论 2) 将压缩模型分解为如图 1(b) 或者图 6(b) 所示的形式, 在分解后的子模型中用一个时间变迁来近似等价同步变迁的影响, 最后对各个子模型进行孤立求解得到各项性能指标. 下面举例说明 STED 方法分解求解紧同步随机 Petri 网模型的步骤.

例 1: 在如图 7(a) 所示的随机 Petri 网模型中, 共有 M 个同构的子模型通过一个公用的同步瞬时变迁 t_m 联系在一起. 对于任何一个子模型 $i (i=1, 2, \dots, M)$, 时间变迁 T_{i1}, T_{i2}, T_{i5} 的实施速率 $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \lambda_{i5}$ 分别为 5, 1, 3; 瞬时变迁 t_{i3}, t_{i4} 的实施概率 p_{i3}, p_{i4} 分别为 0.90 和 $(1-0.90)=0.10$. 计算图 7(a) 模型的性能参数.

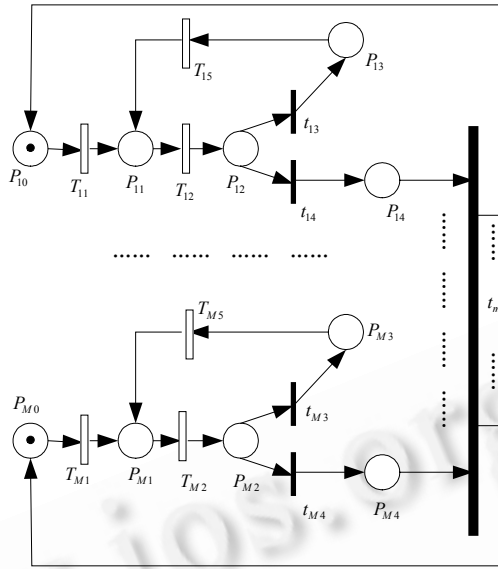
解: 在子模型 $i (i=1, 2, \dots, M)$ 中, 变迁 $T_{i2}, T_{i5}, t_{i3}, t_{i4}$ 及其相邻的位置构成了一个循环结构, 根据定理 4 可以化为等效变迁 T_{i6} , 如图 7(b) 所示, 且 $\frac{1}{\lambda_{i6}} = \frac{1}{1-p_{i3}} \left(\frac{p_{i3}}{\lambda_5} + \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{1}{0.10} \left(\frac{0.90}{3} + \frac{1}{1} \right) = 13$; 然后图 3 中变迁 T_{i1}, T_{i6} 及其相邻

的位置构成了一个顺序结构, 根据定理 1 可以化为等效变迁 T_{i7} , 如图 7(c) 所示, 且 $\frac{1}{\lambda_{i7}} = \frac{1}{\lambda_{i1}} + \frac{1}{\lambda_{i6}} = \frac{1}{5} + 13 = 13.2$.

然后可以利用推论 1 求得子模型 i 中等价于同步变迁 t_m 的时间变迁 T_{wi} 的实施速率 $\lambda_{wi} = \left(\sum_{j=2}^M \frac{1}{j} \right)^{-1} \lambda_{i7}$, 从而得到

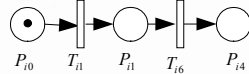
分解以后的子模型 i , 如图 7(d) 所示. 最后对各个子模型孤立求解得到各项性能指标. \square

表 1 比较了 STED 方法分解求解与利用随机 Petri 网软件包 SPNP^[11] 精确求解的结果 (表中所列为一些主要性能指标). 从表 1 可知, 使用 STED 方法对紧同步模型进行分解求解, 能够减少求解时的状态空间, 并且误差较小.



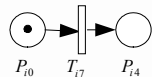
(a) The SPN model of the example

(a) 例 1 的 SPN 模型



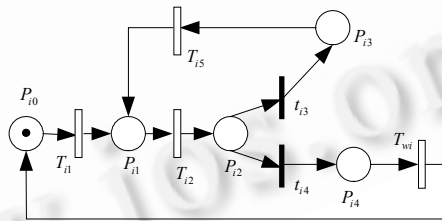
(b) Sub-Model *i* after simplification of step 1

(b) 经过第 1 步简化后的子模型 *i*



(c) Sub-Model *i* after simplification of step 2

(c) 经过第 2 步简化后的子模型 *i*



(d) Sub-Model *i* after decomposition

(d) 分解后的子模型 *i*

Fig.7 An example of strictly synchronized SPNs

图7 一个紧同步随机 Petri 网模型的实例

4 总 结

随机 Petri 网的状态空间爆炸问题极大地限制了其在大型和复杂系统中的应用.大量现实问题用随机 Petri 网建模将得到由多个子模型构成的紧同步模型,而由于状态空间爆炸的问题,紧同步随机 Petri 网模型的性能分析目前并没有得到很好的解决.

本文提出了一种同步变迁分解等价(synchronous transition equivalent decomposition,简称 STED)法.STED 方法适用于对具有一个或者多个同步变迁的紧同步随机 Petri 网模型分解求解,其中的同步变迁可以是瞬时变迁也可以是时间变迁,子模型可以是同构的也可以是异构的.STED 方法对于子模型同构的情况是十分简便而

有效的.由于对大多数实际系统建模得到的紧同步随机 Petri 网模型中都满足子模型同构的要求(例如,文献[1~3]),因此 STED 方法具有广泛的实际应用背景.

Table 1 Comparison between the results of STED decomposition and the precise results of SPNP ($M=2,3,8, i=1,2,\dots,M$)

表1 STED 方法分解求解与 SPNP 精确求解的结果比较($M=2,3,8, i=1,2,\dots,M$)

	No. of MC states	No. of MC transitions	Average tokens in P_{i0}	Average tokens in P_{i4}	Throughput of T_{i1}	
$M=2$	SPNP result	15	32	0.010 132	0.331 274	0.050 661
	STED result	4	5	0.010 101	0.333 333	0.050 505
	Relative error (%)			-0.31	0.62	-0.31
$M=3$	SPNP result	63	192	0.008 299	0.452 247	0.041 496
	STED result	4	5	0.008 264	0.454 545	0.041 322
	Relative error (%)			-0.42	0.51	-0.42
$M=8$	SPNP result	65 535	524 288	0.005 607	0.629 907	0.028 037
	STED result	4	5	0.005 575	0.632 063	0.027 874
	Relative error (%)			-0.58	0.34	-0.58

致谢 尹霞博士、王琼同志和《软件学报》的审稿人对本文的完成提出了很多有益的建议,在此一并表示感谢.

References:

- [1] Serugendo GDM, Mandrioli D, Buchs D, Guelfi N. Real-Time synchronised Petri nets. In: Esparza J, Lakos C, eds. Proceedings of the 23rd International Conference Applications and Theory of Petri Nets (ICATPN 2002). Lecture Notes in Computer Science 2360, Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 142~162.
- [2] Salimifard K, Wright M. Petri net-based modelling of workflow systems: an overview. European Journal of Operational Research, 2001,134(3):664~676.
- [3] Estraillier P, Girault C, Ilie JM. Satellite protocol modeling by synchronous predicate transition nets. In: Marsan MA, Balbo G, Trivedi K, eds. International Workshop on Timed Petri Nets. Los Angeles: IEEE Computer Society Press, 1985. 280~287.
- [4] Zuberek WM, Rada I. Modeling and analysis of distributed state space generation for timed Petri nets. In: Zanati T, ed. Proceedings of the 34th Annual Simulation Symposium. Los Angeles: IEEE Computer Society Press, 2001. 93~98.
- [5] Christensen S, Kristensen LM, Mailund T. Condensed state spaces for timed Petri nets. In: Colom J, Koutny M, eds. Proceedings of the 22nd International Conference of Application and Theory of Petri Nets (ICATPN 2001). Lecture Notes in Computer Science 2075, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. 101~120.
- [6] Koutny M. A compositional model of time Petri nets. In: Nielsen M, Simpson D. Proceedings of the 21st International Conference of Application and Theory of Petri Nets (ICATPN 2000). Lecture Notes in Computer Science 1825, Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. 303~322.
- [7] Lin C. Performance Evaluation of Computer Networks and Computer Systems. Beijing: Tsinghua University Press, 2001 (in Chinese).
- [8] Giardo G, Trivedi KS. A decomposition approach for stochastic reward net models. Performance Evaluation, 1993,18:37~59.
- [9] Tian LQ, Lin C, Zhou WJ. Performance-Equivalent simplification of sequence models and parallel models in stochastic Petri nets. Journal of Electronics, 2002,30(8):1134~1137 (in Chinese with English abstract).
- [10] Giardo G, Fricks RM, Muppala JK, Trivedi KS. SPNP Users Manual, version 4.0. 1994.

附中文参考文献:

- [7] 林闯. 计算机网络和计算机系统的性能评价. 北京:清华大学出版社,2001.
- [9] 田立勤,林闯,周文江. 随机 Petri 网模型中变迁的串、并联性能等价化简技术. 电子学报,2002,30(8):1134~1137.