

空间区域拓扑关系分析方法综述*

虞强源[†], 刘大有, 谢琦

(吉林大学 计算机科学与技术学院, 吉林 长春 130012)

(吉林大学 符号计算与知识工程教育部重点实验室, 吉林 长春 130012)

A Survey of Analysis Methods of Topological Relations Between Spatial Regions

YU Qiang-Yuan[†], LIU Da-You, XIE Qi

(College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun 130012, China)

(Key Laboratory of Symbolic Computation and Knowledge Engineering of Ministry of Education, Jilin University, Changchun 130012, China)

+ Corresponding author: Phn: 86-431-5166479, Fax: 86-431-5166063, E-mail: yuqiangyuan@yahoo.com.cn

<http://www.jlu.edu.cn>

Received 2002-06-25; Accepted 2002-11-20

Yu QY, Liu DY, Xie Q. A survey of analysis methods of topological relations between spatial regions. *Journal of Software*, 2003,14(4):777~782.

Abstract: The development of formal models of spatial relations is an important topic in spatial reasoning, geographic information systems (GIS) and computer vision, and has gained much attention from researchers during the recent years. In particular significant progress has been made in the models of topological relations between spatial regions. The primary research contents, methods and advancements of formal analysis for topological relations between spatial regions are proposed. Existent problems and future research directions are also discussed.

Key words: topological relation; spatial region; spatial reasoning

摘要: 空间关系形式化模型的发展是空间推理、地理信息系统(geographic information systems,简称GIS)、计算机视觉等领域中的一个非常重要的主题,近年来受到相关领域研究者的极大关注,特别是在空间区域间拓扑关系模型的研究方面取得了很大进展.介绍了区域间拓扑关系形式化分析的主要研究内容、研究方法和研究进展,并探讨了目前存在的问题和今后的发展方向.

关键词: 拓扑关系;空间区域;空间推理

中图法分类号: TP18 **文献标识码:** A

空间关系形式化模型的发展是空间推理、地理信息系统(geographic information systems,简称GIS)、计算机视觉等领域中的一个非常重要的主题,越来越受到相关领域研究者的重视.空间关系对于在大型空间数据库

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.69883003, 60173006 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2001AA115160 (国家高技术研究发展计划(863)); the Innovation Foundation of Jilin University of China under Grant No.2002CX028 (吉林大学创新基金)

第一作者简介: 虞强源(1973—),男,山西应县人,博士生,讲师,主要研究领域为空间推理,知识工程.

中进行空间检索以及在空间推理中推断新信息都是非常重要的^[1].空间实体间的拓扑关系是空间中最基本的关系,构成了空间推理的基本方面,一些研究者甚至指出,实体间的空间关系与实体本身同等重要,有关拓扑关系的研究在空间推理中占有重要的地位.

近年来,空间关系形式化理论的研究成果在相关领域中大量涌现.目前取得的进展主要体现在度量空间关系模型^[2]、拓扑关系的数学模型^[3-5]和模型的认知方面^[6,7].空间区域间的关系系统是空间数据形式化理论的一个重要方面.拓扑关系作为基本的空间关系,能够产生定性差异,是定性空间推理研究的基本问题之一.目前,在空间推理领域同时存在着传统的数学形式拓扑和基于哲学逻辑的公理化拓扑理论^[8].

目前的研究主要集中在两条主线上:(1) 确定性区域间拓扑关系的研究,主要体现在 GIS 和空间推理的相关研究中;(2) 不确定区域的表示及其分析方法的研究,主要体现在地理分析、图像理解和计算机视觉的相关研究当中.

本文首先阐述了确定性区域间拓扑关系的分析方法,然后阐述了不确定性区域间拓扑关系的分析方法,最后探讨了目前存在的问题和将来的发展方向.

1 确定性区域间拓扑关系的分析

近年来,对确定性区域间拓扑关系模型的研究取得了很大进展,也为不确定性区域间拓扑关系的研究奠定了基础.目前主要有基于逻辑的公理化拓扑理论和传统的数学拓扑两大类方法,其中最具有代表性的是 RCC 形式化模型和 n -交集模型,另外还有许多学者提出的改进方法.

1.1 RCC形式化模型

Randell 等人基于 Clarke 的空间演算逻辑公理提出了 RCC 理论^[9,10],此后 RCC 理论又得到了进一步的完善、应用和发展^[11].RCC 模型以区域为基元,而不像传统拓扑中以点为基元,区域可以是任意维,但在特定的形式化模型中,所有区域的维数是相同的,如在考虑二维模型时,区域边界和区域间的交点不被考虑进来.RCC 模型假设一个原始的二元关系 $C(x,y)$ 表示区域 x 与 y 连接.关系 C 具有自反性和对称性,可以根据点出现在区域中来给出关系 C 的拓扑解释. $C(x,y)$ 表示 x 和 y 的拓扑闭包共享至少一个点,使用关系 C 可以定义 8 个基本关系.

在 RCC 模型中,定义在区域上的关系通常被分组为关系集合,集合中的元素互不相交且联合完备(jointly exhaustive and pairwise disjoint,简称 JEPD),即对于任何两个区域,有且仅有一个特定的 JEPD 关系被满足,其中最具有代表性的是 RCC-8 和 RCC-5 关系集.RCC-8 包括不连接(DC)、外部连接(EC)、部分交叠(PO)、正切真部分(TPP)、非正切真部分(NTPP)、相等(EQ)、反正切真部分(TPPI)和反非正切真部分(NTPPI).RCC-5 没有考虑区域的边界,即将 DC 和 EC 合并为分离(DR),TPP 和 NTPP 合并为真部分(PP),TPPI 和 NTPPI 合并为反真部分(PPI),如图 1 所示.

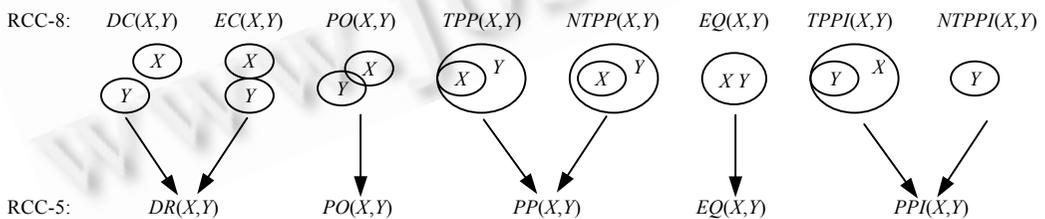


Fig.1 RCC-8 and RCC-5 relations between regions
图 1 区域间的 RCC-8 和 RCC-5 关系

Cohn 等人^[12]以区域的凸壳为基元,得到了 23 个 JEPD 关系,即 RCC-23,如果不区分 DC 和 EC,则缩减为 RCC-15.

1.2 n -交集模型

Güting^[13]在 1988 年首先应用点集运算定义了两个空间物体间的拓扑关系集 $\{=, \neq, \text{inside}, \text{outside}, \text{intersects}\}$,其后,通过考虑点集边界和内部的交集给出了拓扑空间关系的描述,但是这些关系既不互斥也不完备.

Egenhofer 等人^[14]提出了确定性区域间的点集拓扑关系模型,通过考察一对确定性区域的内部 A° 和边界 ∂A (9-交集模型中还有外部 A^-),观察它们的交集是否为空.交集矩阵如图 2 所示.对于实际空间对象,得到 8 种拓扑关系,与 RCC-8 关系相对应,只是名称有所不同.Grigni 等人^[15]给出了中解析下的 5 种拓扑关系和低解析下的两种拓扑关系.Clementini 等人^[4]使用维扩展方法对 n -交集模型进行扩展,得到了 52 种关系,并对其进行了简化.

$$\begin{pmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B & A^\circ \cap B^- \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^- \\ A^- \cap B^\circ & A^- \cap \partial B & A^- \cap B^- \end{pmatrix}$$

Fig.2 4-Intersection and 9-intersection matrixes

图 2 4-交集矩阵和 9-交集矩阵

Egenhofer^[16]对矢量空间 R^2 和栅格空间 Z^2 中对象间的拓扑关系进行了比较,利用 9-交集模型来描述栅格模型中对象间的拓扑关系,发现 R^2 中所有可能的拓扑关系是 Z^2 中拓扑关系的子集,给出了 Z^2 中的 16 种拓扑关系.Egenhofer 指出,栅格模型和矢量模型的相对差异在于 Z^2 中的边界有范围,而 R^2 中的边界没有范围.Winter^[17]引入了一种保持 R^2 拓扑的超栅格模型,基于 9-交集模型方便地确定拓扑关系,与矢量模型没有任何概念上的差异.

Egenhofer^[18]通过扩展 4-交集模型来处理有洞区域间的拓扑关系,两个有洞区域 A 和 B 之间的拓扑关系由二者各部分之间拓扑关系的集合来描述,与 4-交集模型相比,该模型可以区分更多的关系.在 4-交集模型中,如果两对点集的交集矩阵不同,那么拓扑关系必然不同,但反过来并不成立.Egenhofer^[19]通过考虑拓扑关系涉及的更多参数来细化 4-交集模型.利用相交部分的数目、维数和类型等参数,对点集间的拓扑关系进行分类,同时引出了拓扑相似的形式化定义.该模型适用于 GIS 查询,例如查询具有相同或相似拓扑关系的两对空间对象.

Egenhofer 等人为了考虑空间对象与其所嵌入空间的关系,将 4-交集模型扩展为 9-交集模型,在 9-交集模型中将区域的补作为其外部,使区域的内部、边界和外部具有线性关系.正如 Egenhofer 等人所指出的^[18],由 4-交集到 9-交集的扩展对所能确定的空间关系的数目没有优势.Chen Jun 等人^[20]利用实体的 Voronoi 区域代替区域的补来改进 9-交集模型,使该模型能够区分更多的关系,诸如高解析不相交关系和复杂空间实体的关系.

廖士中等人^[21]针对基于 4-交集模型难以推导出拓扑关系的完备集、概念邻域和复合表等不足,以拓扑学为基础,提出了 n 维实体间拓扑关系完备集的概念,建立了拓扑关系的闭球模型,基于闭球模型可以直接推导出拓扑关系的完备集、概念邻域以及复合表,闭球模型比 4-交集模型更为简单、有效.

2 不确定性区域间拓扑关系的分析

许多空间对象隐含着边界不确定性,例如山地和平原、城市和乡村等.人们通常能够理解其含义并进行推理.例如,珠穆朗玛峰属于喜马拉雅山脉,因此不确定边界并非必然影响拓扑关系^[22].目前,不确定性模型主要有 4 类^[23]:(1) 精确模型:对确定性空间对象的关系模型进行转化,在一定的约束下处理不确定性空间对象;(2) 模糊模型:基于模糊集理论,主要建模空间对象间关系的模糊性;(3) 粗集模型:基于粗糙集理论,通过空间对象的上、下近似来处理对象间关系的不确定性;(4) 概率模型:基于概率理论,主要建模位置和度量不确定性.

2.1 基于精确模型的方法

主要以 RCC 模型和 n -交集模型为基础,使用多值代数或逻辑方法来解决不确定性区域间的拓扑关系问题.

处理空间区域不确定性的一类方法是使用区域对模型^[24],即嵌套的两个区域,其中较小的区域表示明确属于该区域的范围(称为下分明),较大的区域表示可能属于该区域的范围(称为上分明).例如一个水位定时涨落的湖,通常认为低潮线以内的区域肯定属于湖的范围,而高潮线以内的区域可能属于也可能不属于湖的范围.

Cohn 等人基于区域对模型给出了一种不确定性区域的拓扑关系模型,称为蛋黄模型^[25].黄对应下分明,蛋对应上分明,蛋白为二者的差,分别相当于区域的整体、确定部分和不确定部分.该模型中的区域满足 RCC 公理,该模型排除了分明区域,要求黄是蛋的一个真部分.蛋黄模型利用两个区域的蛋和黄之间的 RCC-5 关系,对区域间的关系进行分类,建立了蛋黄区域的 JEPD 关系集合,这些关系根据一个四元素矩阵来确定,如图 3 所示.

$$\begin{pmatrix} F(y(A),y(B)) & F(y(A),e(B)) \\ F(e(A),y(B)) & F(e(A),e(B)) \end{pmatrix}$$

Fig.3 Matrix of Egg-Yolk model
图3 蛋黄模型矩阵

矩阵中每个元素是一个 RCC-5 关系.其中 A 和 B 是两个不确定性区域, $y(A)$ 是 A 的黄, $e(A)$ 是 A 的蛋, $y(B)$ 和 $e(B)$ 含义相同, F 为确定性区域间的关系映射函数.通过考虑蛋黄演算中的约束,比如黄是蛋的真部分、黄不能为空等等,可以确定 46 种空间关系.

Clementini 和 Di Felice^[26]基于 9-交集模型,将不确定区域看作具有宽边界的区域,观察两区域的内部(A^+)、宽边界(ΔA ,对应蛋黄模型中的蛋白)和外部(A^-)的交集.该方法的扩展 9-交集矩阵如图 4 所示,在约束条件下可以区分 44 种关系.扩展的 9-交集模型是在几何上定义拓扑关系,而蛋黄模型是在逻辑上定义拓扑关系.

Roy 和 Stell^[27]将 RCC 空间关系扩展到不确定区域,基于 Łukasiewicz 代数给出了处理空间不确定性的代数方法,对蛋黄模型进行了一般化扩展,将 RCC 理论和蛋黄模型联系起来,当处理明确区域时退化为布尔代数,关系的取值为 {True,Maybe,False},而不是两个布尔值.Erwig 和 Schneider^[28]利用基于点集拓扑的精确模型,将不确定区域表示为一对不相交区域,通过给出的模糊空间操作的形式化模型定义了多种模糊相交关系.

$$\begin{pmatrix} A^+ \cap B^+ & A^+ \cap \Delta B & A^+ \cap B^- \\ \Delta A \cap B^+ & \Delta A \cap \Delta B & \Delta A \cap B^- \\ A^- \cap B^+ & A^- \cap \Delta B & A^- \cap B^- \end{pmatrix}$$

Fig.4 Extended 9-intersection matrix
图4 扩展的 9-交集矩阵

2.2 基于模糊模型的方法

此类方法通常将模糊区域建模为模糊集,基于截集和确定性区域模型来判断模糊区域间的拓扑关系.在 Zhan 的模型^[29,30]中,每个截集对应一个确定的区域.对于给定的一个拓扑关系 R ,用使关系 R 成立的截集区域对的数目除以所有截集区域对的数目,来确定一对不确定性区域对于关系 R 的隶属程度.Ai Tinghua^[31]基于 9-交集模型,将边界定义为宽带,宽边界与其他元素交的取值由 [0,1] 扩展到 [0,1] 区间,即 9-交集矩阵的元素在 [0,1] 区间中取值,该模型给出了相交关系的模糊描述.Schneider^[32]利用离散模糊区域的隶属函数,给出离散模糊区域的 9-交集矩阵,可以方便地计算两个模糊区域间不同拓扑关系的隶属程度.

刘文宝等人^[33]针对 GIS 中的空间目标通常按预设的隶属度阈值输出,建立了模糊区域的形态描述模式,基于分明区域的关系模型来分析模糊区域间的拓扑空间关系.Esterline 等人^[34]给出了 RCC 空间逻辑的模糊版本,为每个空间关系定义了隶属函数,模糊空间逻辑适合于用自然语言来描述不精确的空间数据.

2.3 基于粗集模型的方法

Bitter 和 Stell^[35]利用粗集理论来近似基于空间划分的不确定性区域,将 RCC-5 关系扩展到区域之间的近似关系.基于 RCC-5 和 RCC-8,在空间关系格的基础上推出近似区域的空间关系的范围,给出了 RCC-5 的两个等价的扩展方法,并利用区域边界敏感近似方法给出了空间关系 RCC-8 系统的一个扩展.Worboys^[36]基于粗集的思想,对地理空间中多解析的概念给出了一个形式化的描述框架.基于实体的有限解析表示,给出了连接和部分整体关系的模糊扩展,使得空间关系在六元素格中取值.

2.4 基于概率模型的方法

Winter^[37]基于几何集合的随机边界,使用幂函数来导出拓扑关系的概率,给出一个表示不确定性拓扑关系的概念.此概念可以应用于不确定几何查询和分析.研究了两个几何集合细小的变化对它们之间关系的影响,给出了关系之间的可变网络.Winter^[38]又基于两个区域的形态学距离改进了 4-交集模型,利用概率统计来建模观察的不确定性,进而传播为拓扑关系的不确定性,将两个不确定区域的拓扑关系确定为具有最大可能性的拓扑关系,该模型适用于具有微小位置不确定性的情形.

3 存在的问题和发展方向

在确定性区域的拓扑分析方面,改进的 n -交集模型虽然考虑了区域边界和边界相交的维数和类型,但是还应进一步考虑其他属性,比较不同策略的复杂性和计算代价,提高比较和检索效率.另外,离散空间上的拓扑模型还应进行充分的研究,因为 RCC-8 关系在离散空间的直接类似不一定能够产生离散空间最合适的关系系统.

目前,大多数不确定性区域的拓扑分析模型都基于内、外边界来描述,此假设过于简单,不能刻画所有边界模糊的情形,实际区域的内、外边界的确定也很困难,而且此假设不符合人们对模糊的直观理解,今后应考虑高阶模糊的情形。模糊模型的困难主要在于不确定边界的隶属度函数难以确定,所以应该设计更好的关系系统以更自然的方式来表达和处理区域间的空间关系,另外,还应考虑多实体间复杂空间关系的表达和分析方法。

在空间推理领域中的拓扑关系分析方法的研究将主要侧重于3个方向:(1) 理论模型的完善,要求对空间实体间关系的刻画更准确、更全面;(2) 增强模型的实用性,与 GIS 充分结合,较好地解决实际问题;(3) 充分结合人类的认知模式,使模型的描述方式更符合人们对常识的表达和认知方式,尽量缩小认知和模型描述之间的差异。

References:

- [1] Zhan FB. Approximate analysis of binary topological relations between geographic regions with indeterminate boundaries. *Soft Computing*, 1998,2(2):28~34.
- [2] Frank AU. Qualitative spatial reasoning: Cardinal directions as an example. *International Journal of Geographical Information Science*, 1996,10(3):269~290.
- [3] Clementini E, Di Felice P. An algebraic model for spatial objects with indeterminate boundaries. In: Burrough PA, Frank AU, eds. *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries*. London: Taylor & Francis, 1996. 155~169.
- [4] Clementini E, Di Felice P, Van Oosterom P. A small set of formal topological relationships suitable for end-user interaction. In: Abel D, Ooi BC, eds. *Advances in Spatial Databases, the 3rd International Symposium, SSD'93*. LNCS 692, Berlin: Springer-Verlag, 1993. 277~295.
- [5] Egenhofer MJ, Franzosa R. Point-Set topological spatial relations. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1991,5(2):161~174.
- [6] Egenhofer MJ, Mark DM. Modeling conceptual neighborhoods of topological line-region relations. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1995,9(5):555~565.
- [7] Mark DM, Egenhofer MJ. Modeling spatial relations between lines and regions: Combining formal mathematical models and human subjects testing. *Cartography and Geographic Information Systems*, 1994,21(4):195~212.
- [8] Cohn AG, Hazarik AS. Qualitative spatial representation and reasoning: an overview. *Fundamenta Informaticae*, 2001,46(1-2): 1~29.
- [9] Randell DA, Cui Z, Cohn AG. A spatial logic based on regions and connection. In: Nebel B, Rich C, Swartout WR, eds. *Proceedings of the 3rd International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1992. 165~176.
- [10] Randell DA, Cohn AG. Modelling topological and metrical properties in physical processes. In: Brachman R, Levesque H, Reiter R, eds. *Proceedings of the 1st International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1989. 55~66.
- [11] Cohn AG. A hierarchical representation of qualitative shape based on connection and convexity. In: Frank AU, Kuhn W, eds. *Spatial Information Theory: a Theoretical Basis for GIS*. LNCS 988, Berlin: Springer-Verlag, 1995. 311~326.
- [12] Cohn AG, Bennett B, Gooday J, Gotts NM. Qualitative spatial representation and reasoning with the region connection calculus. *GeoInformatica*, 1997,1(1):1~44.
- [13] Güting RH. Geo-Relational algebra: A model and query language for geometric database systems. In: Goos G, Hartmanis J, eds. *Advances in Database Technology, EDBT'98*. LNCS 303, Berlin: Springer-Verlag, 1988. 506~527.
- [14] Egenhofer MJ, Herring JR. Categorizing binary topological relationships between regions, lines and points in geographic database. Technical Report, 91-7, Orono: University of Maine, 1991.
- [15] Grigni M, Papadias D, Papadimitriou C. Topological inference. In: Mellish CS, ed. *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Vol I*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 1995. 901~906.
- [16] Egenhofer MJ, Sharma J. Topological relations between regions in R^2 and Z^2 . In: Abel D, Ooi BC, eds. *Advances in Spatial Databases, the 3rd International Symposium, SSD'93*. LNCS 692, Berlin: Springer-Verlag, 1993. 316~336.
- [17] Winter S. Topological relations between discrete regions. In: Egenhofer MJ, Herring JR, eds. *Advances in Spatial Databases, the 4th International Symposium, SSD'95*. LNCS 951, Berlin: Springer-Verlag, 1995. 310~328.

- [18] Egenhofer MJ, Clementini E, Di Felice P. Topological relations between regions with holes. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1994,8(2):129~144.
- [19] Egenhofer MJ, Franzosa R. On the equivalence of topological relations. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1995,9(2):133~152.
- [20] Chen J, Li CM, Li ZL, Gold C. A voronoi-based 9-intersection model for spatial relations. *International Journal of Geographical Information Science*, 2001,15(3):201~220.
- [21] Liao SZ, Shi CY. Closed ball model and composition table derivation for topological relations. *Journal of Software*, 1997,8(12):894~900 (in Chinese with English abstract).
- [22] Frank AU. Qualitative topological relations and indeterminate boundaries. In: Burrough PA, Frank AU, eds. *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries*. London: Taylor & Francis, 1996. 153~154.
- [23] Schneider M. Uncertainty management for spatial data in databases: fuzzy spatial data types. In: Goos G, Hartmanis J, Leeuwen, JV, eds. *Advances in Spatial Databases, the 6th International Symposium, SSD'99. LNCS 1651*, Berlin: Springer-Verlag, 1999. 330~351.
- [24] Lehmann F, Cohn AG. The EGG/YOLK reliability hierarchy: semantic data integration using sorts with prototypes. In: Adam NR, Bhargava BK, Yesha Y, eds. *Proceedings of the 3rd International Conference on Information Knowledge Management*. New York: ACM Press, 1994. 272~279.
- [25] Cohn AG, Gotts NM. The 'Egg-Yolk' representation of regions with indeterminate boundaries. In: Burrough PA, Frank AU, eds. *Geographic Objects with Indeterminate Boundaries*. London: Taylor & Francis, 1996. 171~187.
- [26] Clementini E, Di Felice P. Approximate topological relations. *International Journal of Approximate Reasoning*, 1997,16(2):173~204.
- [27] Roy AJ, Stell JG. Spatial relations between indeterminate regions. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2001,27(3):205~234.
- [28] Erwig M, Schneider M. Vague regions. In: Scholl M, Voisard A, eds. *Advances in Spatial Databases, the 5th International Symposium, SSD'97. LNCS 1262*, New York: Springer-Verlag, 1997. 298~320.
- [29] Zhan FB. Topological relations between fuzzy regions. In: Bryant B, Carroll J, Oppenheim D, Hightower J, George KM, eds. *Proceedings of the 1997 ACM Symposium on Applied Computing*. New York: ACM Press, 1997. 192~196.
- [30] Zhan FB. A fuzzy set model of approximate linguistic terms in descriptions of binary topological relations between simple regions. In: Matsakis P, Sztandera LM, eds. *Applying Soft Computing in Defining Spatial Relations*. Heidelberg: Physica-Verlag, 2001. 179~202.
- [31] Ai TH. A topological relation description for spatial objects with uncertainty boundaries. In: Li DR, Gong JY, Chen XL, eds. *Spatial Information Science, Technology and Its Applications*. Wuhan: Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Press, 1998. 394~398.
- [32] Schneider M. Finite resolution crisp and fuzzy spatial objects. In: Forer P, Yeh AGO, He J, eds. *Proceedings of the 9th International Symposium on Spatial Data Handling*. Beijing: International Geographical Union, 2000. 3~17.
- [33] Liu WB, Deng M. Analyzing spatial uncertainty of geographical region in GIS. *Journal of Remote Sensing*, 2002,6(1):45~49 (in Chinese with English abstract).
- [34] Esterline AC, Dozier G, Homaifar A. Fuzzy spatial reasoning. In: Mesiar R, Riecan B, eds. *Proceedings of the International Fuzzy Systems Association World Congress, IFSA'97*. Prague: Academia Press, 1997. 162~167.
- [35] Bittner T, Stell J. Rough sets in approximate spatial reasoning. In: Ziarko W, Yao Y, eds. *Rough Sets and Current Trends in Computing*. Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. 445~453.
- [36] Worboys M. Imprecision in finite resolution spatial data. *GeoInformatica*, 1998,2(3):257~279.
- [37] Winter S. Uncertainty of topological relations in GIS. In: Ebner H, Heipke C, Eder K, eds. *Proceedings of ISPRS Commission III Symposium: Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision*. Bellingham: SPIE, 1994. 924~930.
- [38] Winter S. Uncertain topological relations between imprecise regions. *International Journal of Geographical Information Science*, 2000,14(5):411~430.

附中文参考文献:

- [21] 廖士中,石纯一. 拓扑关系的闭球模型及复合表的推导. *软件学报*, 1997,8(12):894~900.
- [33] 刘文宝,邓敏. GIS图上地理区域空间不确定性的分析. *遥感学报*, 2002,6(1):45~49.