1000-9825/2003/14(03)0345 ©2003 Journal of Software 软件学报 Vol.14, No.3

中介谓词逻辑系统的λ-归结*

潘正华+

(江南大学 理学院,江苏 无锡 214063)

λ-Resolution of the Medium Predicate Logic System

PAN Zheng-Hua+

(School of Science, Southern Yangtze University, Wuxi 214063, China)

+ Corresponding author: Phn: 86-510-5521314, E-mail: pan-zhenghua@263.net

http://www.sytu.edu.cn

Received 2002-04-04; Accepted 2002-08-14

Pan ZH. λ-Resolution of the medium predicate logic system. *Journal of Software*, 2003,14(3):345~349.

Abstract: For medium predicate logic system MF, a new infinite value semantic interpretation that is λ-interpretation is introduced, the λ-resolution method is led into the MF. The λ-resolution principle of MF is discussed and its completeness is proved.

Key words: medium predicate logic system; semantic interpretation; semantic interpretation of infinitely value; λ-satisfiability; λ-resolution

摘 要: 给出中介逻辑谓词演算系统 MF 的一种无穷值语义解释,即无穷值的λ解释,将λ-归结方法引入到 MF 中,讨论了 MF 的λ-归结原理,并证明了它的完备性.

关键词: 中介逻辑谓词演算系统;语义解释;无穷值语义解释;λ-可满足性;λ-归结

中图法分类号: TP301 **文献标识码**: A

1965 年,Robinson[1]给出一阶逻辑的归结原理,这是一阶逻辑迄今为止最有效的半可判定算法.1971 年,Lee 和 Chang[2]提出建立在[0,1]区间上的 Fuzzy 逻辑,并把归结方法引入到 Fuzzy 逻辑之中.1980 年以来,刘叙华等人发展了有关二值逻辑与 Fuzzy 逻辑的归结原理,并在 1985[3]年提出算子 Fuzzy 逻辑 OFL,且将归结方法引入这个系统,得到所谓λ-归结方法.1989 年,潘正华给出中介谓词逻辑的语义模型(公式真值集为$\{0,\{1,0\},1\}$)[4].1990 年,邱伟德等人[5]在给出中介逻辑标准语义解释(公式真值集为$\{0,1,\sim\}$)的基础上,把传统归结方法引入中介逻辑系统 MF.1992 年,朱梧槚等人[6,7]引用 Tableaux 推演方法讨论了中介逻辑的机器定理证明.

在刘叙华等人的 OFL 系统中,任何 Fuzzy 命题的所有程度词可明晰地用算子表示出来,λ-归结方法,即是在 OFL 中引入定理的λ-恒真与λ-恒假值概念,用以描述 Fuzzy 定理以及这个 Fuzzy 定理能在多大程度上成立的 Fuzzy 程度,在二值解释下,λ-归结方法作反向 Fuzzy 推理规则,能够反证任何一个在 OFL 系统中的任意一个λ-

* Supported by the Basic Research Foundation of Southern Yangtze University of China under Grant No.JYJ01-01-08 (江南大学基础研究基金)

第一作者简介: 潘正华(1957-),男,贵州兴义人,副教授,主要研究领域为多值逻辑与模糊逻辑理论,近似推理与自动推理及应用.

恒真的 Fuzzy 定理.对于多值解释的情况没有给出.

中介逻辑系统[8,9]坚持对立事物中反对对立和矛盾对立的区分,坚持认识论中反对对立概念之间有中介对象存在的原则,据此在系统中重新给出更符合实际的"否定"概念,因而扩充了其他逻辑系统中的"互补"(complementary)概念,增大了文字(literal)集,在形式推导中保留了二值逻辑和 Fuzzy 逻辑的合理内容.

相对于 OFL 系统而言,本文假定中介逻辑命题的程度词对应算子值为 1,在给出的非标准无穷值语义解释下,把λ-归结方法引入中介谓词逻辑系统中,对于中介逻辑命题的程度词对应算子值不全为 1 的情况,我们将在另文给出.

1 无穷值语义解释

本文沿用中介谓词逻辑系统 MF 的形式符号[8,9].

定义 1. MF 中合式公式 A 的一个λ-解释 $F_\lambda(\lambda\in(0,1))$,由个体域 D 和 A 中每一个常量符号、函数符号、谓词符号以下列规则给出的指派组成.

(1) 对每个常量符号,指定 D 中一个元素与之对应;

(2) 对每个 n 元函数符号,指定 D^n 到 D 的一个映射与之对应;

(3) 对每个 n 元谓词符号,指定 D^n 到[0,1]的一个映射与之对应;且有

[1] $F_\lambda(A)+F_\lambda(\neg A)=1$;

[2] $$F_\lambda(\sim A)=\begin{cases}\dfrac{2\lambda-1}{1-\lambda}(F_\lambda(A)-\lambda)+1-\lambda, & \text{当}\lambda\in[1/2,1],F_\lambda(A)\in(\lambda,1)\\ \dfrac{2\lambda-1}{1-\lambda}F_\lambda(A)+1-\lambda, & \text{当}\lambda\in[1/2,1],F_\lambda(A)\in[0,1-\lambda]\\ \dfrac{1-2\lambda}{\lambda}F_\lambda(A)+\lambda, & \text{当}\lambda\in(0,1/2),F_\lambda(A)\in[0,\lambda]\\ \dfrac{1-2\lambda}{\lambda}(F_\lambda(A)+\lambda-1)+\lambda, & \text{当}\lambda\in(0,1/2),F_\lambda(A)\in(1-\lambda,1]\end{cases}$$

无意义,其他;

[3] $F_\lambda(A\to B)=\mathrm{Max}\{1-F_\lambda(A),F_\lambda(B)\}$;

[4] $F_\lambda(A\vee B)=\mathrm{Max}\{F_\lambda(A),F_\lambda(B)\}$;

[5] $F_\lambda(A\wedge B)=\mathrm{Min}\{F_\lambda(A),F_\lambda(B)\}$;

[6] $F_\lambda(\forall xA(x))=\prod_{x\in D}(F_\lambda(A(x)))$;

[7] $F_\lambda(\exists xA(x))=\sum_{x\in D}(F_\lambda(A(x)))$.

MF 的λ-解释 F_λ(即无穷值解释)的直观意义是,公式的真值域为[0,1],其中,将λ的变化域(0,1)分为(0,0.5)与[0.5,1],从而当$\lambda\in[0.5,1]$时,公式 A 的真值 $F_\lambda(A)$仅属于二区间$(\lambda,1)$,$[0,1-\lambda]$之一.当$\lambda\in(0,0.5)$时,公式 A 的真值 $F_\lambda(A)$仅属于二区间$[0,\lambda]$,$(1-\lambda,1)$之一.据定义中[1],公式$\neg A$ 的真值 $F_\lambda(\neg A)$与 $F_\lambda(A)$同理;从而公式$\sim A$ 的真值 $F_\lambda(\sim A)$($F_\lambda(A)$的函数)由 $F_\lambda(A)$所在区间分 4 种情形来确定,其值域是(0,1),而当$\lambda=0.5$ 时,$F_\lambda(\sim A)=0.5$.

2 可满足性

定义 2. 设 G 是 MF 的一个公式,$\lambda\in(0,1)$.对于$\lambda\geq0.5$,若存在 MF 的一个λ-解释 F_λ,使得 $F_\lambda(G)>\lambda$,则称 G 是λ-可满足的;若对于任意的λ-解释 F,有 $F_\lambda(G)\leq\lambda$,则称 G 是λ-不可满足的.

定理 1. MF 中任何两个互补公式的合取是λ-不可满足的.

证明:否则,则存在λ-解释 F_λ,使得 $F_\lambda(A\wedge\neg A)>\lambda$或 $F_\lambda(A\wedge\sim A)>\lambda$或 $F_\lambda(\neg A\wedge\sim A)>\lambda$.

若 $F_\lambda(A\wedge\neg A)>\lambda$,则 $F_\lambda(A)>\lambda$且 $F_\lambda(\neg A)>\lambda$.但 $F_\lambda(\neg A)=1-F_\lambda(A)>\lambda$,由于$\lambda\geq0.5$,故 $F_\lambda(\neg A)\leq\lambda$,因此矛盾;

若 $F_\lambda(A\wedge\sim A)>\lambda$,则有 $F_\lambda(A)>\lambda$且 $F_\lambda(\sim A)>\lambda$,即 $\dfrac{2\lambda-1}{1-\lambda}(F_\lambda(A)-\lambda)+1-\lambda>\lambda$,由此可得 $F_\lambda(A)>1$,因此矛盾;

若 $F_\lambda(\neg A\wedge\sim A)>\lambda$,则 $F_\lambda(\sim A)>\lambda$且 $F_\lambda(\neg A)>\lambda$,即 $F_\lambda(A)=1-F_\lambda(\neg A)<\lambda$,由定义 1 中[2],有 $\dfrac{1-2\lambda}{\lambda}F_\lambda(A)+\lambda>\lambda$,即有 $1>2\lambda$.因此矛盾.

不难看出,如果公式 A 是λ-可满足的,由定义 1 则知,$\sim A$ 是λ-不可满足的,由于 $F_\lambda(G)>\lambda$等价于 $F_\lambda(\neg A)<1-\lambda$,因此,$A$ 是λ-可满足的即等价于$\neg A$ 是$(1-\lambda)$-不可满足的.所以,我们有

定理 2. 公式 A 是λ-可满足的当且仅当$\neg A$ 是$(1-\lambda)$-不可满足的.公式 A 是λ-可满足的则$\sim A$ 是λ-不可满足的.

定理 3. MF 中任一公式都等价于它的一个前束范式.

定理 4. MF 中公式 A 是λ-不可满足的,当且仅当 A 的 SKolem 范式是λ-不可满足的.

3 MF 的λ-归结

定义 3. 在 MF 中,有限个文字的析取式称为一个子句,空子句用符号□表示.

我们知道,合取范式以析取式为支,显然,Skolem 范式的母式可用一个子句集描述.因而,MF 中任一公式 A 都对应于一个子句集 S,再根据定理 4,有以下结果:

定理 5. MF 中,公式 A 为λ-不可满足的充要条件是 A 所对应的子句集 S 为λ-不可满足的.

定理 6. 设 $A=L_1\wedge L_2\wedge\ldots\wedge L_n$ 是 MF 中的公式,L_i 是基文字(不含变量的文字)($i=1,2,\ldots,n$),于是在 MF 中,A 为λ-不可满足的当且仅当 A 至少包含一个互补对.

证明:设 A 是λ-不可满足的.如果 A 中不含互补对,则取λ-解释 F_λ,有 $F_\lambda(L_i)=1(i=1,2,\ldots,n)$,于是 $F_\lambda(A)=\prod_i F_\lambda(L_i=1\geq\lambda)$,矛盾.若 A 至少包含一个互补对,不妨设为 $L_2={}^*L_1(*\in\{\neg,\sim\})$,即是 $F_\lambda(A)=F_\lambda(L_1\wedge{}^*L_1\wedge\ldots\wedge L_n)$,由定理 1 可知,互补对公式的合取是$\lambda$-不可满足的,故 $F_\lambda(L_1)\leq\lambda$或 $F_\lambda(L_2)\leq\lambda$,因而有 $F_\lambda(A)=F_\lambda(L_1\wedge L_2\wedge\ldots\wedge L_n)\leq\lambda$,所以 A 是λ-不可满足的.

定义 4. 在 MF 中,设 H 为子句集,$C_1,C_2\in H$ 且无公共变量,L_1,L_2 分别是 C_1,C_2 中的两个文字,如果 L_1 与 L_2 有 MGU^δ(most general unifier δ)[10],并且 $L^\delta{}_1$ 与 $L^\delta{}_2$ 互补,则句子

$$(C_1{}^\delta-L_1{}^\delta)\vee(C_2{}^\delta-L_2{}^\delta)$$

称为 C_1 和 C_2 的二元λ-归结式,记为 $R(C_1,C_2)$.

子句集合 S 的归结记为 $R(S)$,它是由 S 的元素和 S 的元素的所有二元归结式构成.S 的第 n 次归结记为 $R^n(S)(n\geq 0)$,规定为

$$R^0(S)=S,$$
$$R^{n+1}(S)=R(R^n(S)).$$

定义 5. 设 A,B 是 MF 的公式.对于λ-解释 $F_\lambda(\lambda\in(0.5,1))$,如果 $F_\lambda(A)>\lambda$则有 $F_\lambda(B)>\lambda$,就称 A 是λ-蕴涵 B,记为 $A\Rightarrow B$.

下述定理可由 OFL 移植到 MF 中.

定理 7. 设 A_1,A_2 是 MF 中的两个子句,则有 $A_1\wedge A_2\Rightarrow R(A_1,A_2)$.

由于空子句□在任何解释下都是不可满足的,不难证明□在λ-解释下不可满足.从而由上述所得结果可知,由λ-可满足子句集,使用λ-归结方法演绎不出空子句.

定理 8. 设 S 是 MF 中的子句集,$\lambda>0.5$.若存在从 S 推出□的λ-归结演绎,则 S 一定是λ-不可满足的.

证明:设子句集 S 不是λ-不可满足的,则存在一个λ-解释 F_λ,使得 $F_\lambda(S)>\lambda$,即对任意 $C\in S,F_\lambda(C)>\lambda$,因为存在从 S 推出□的λ-归结演绎,由定理 7,最后必得到 $F_\lambda(□)>\lambda$,故矛盾. □

定义 6. 设 S 是 MF 的子句集,$S^{\sim}{}_\lambda$称为 S 的λ-无中介集,如果 $S^{\sim}{}_\lambda$是用以下方法得到:对 S 中的文字$\sim P$,

(1) 若$\lambda\geq 0.5,1-\lambda\leq F_\lambda(\sim P)\leq\lambda$,则从 S 中删除$\sim P$;

(2) 若$\lambda<0.5,\lambda\leq F_\lambda(\sim P)\leq 1-\lambda$,则从 S 中删除$\sim P$.

显然,$S^{\sim}{}_\lambda=S^{\sim}{}_{1-\lambda}$.

定理 9. 设 S 为 MF 的子句集,$\lambda>0.5$.S 是λ-不可满足的当且仅当 $S^{\sim}{}_\lambda$是$(1-\lambda)$-不可满足的.

证明:若 S 是λ-不可满足的,则对任何λ-解释 F_λ,都有 $F_\lambda(S)\le\lambda$.设 $x_1,x_2,\ldots,x_n$ 是出现在 S 中的所有变量符号,任选$(x_{1'},x_{2'},\ldots,x_{n'})\in D^n$,于是 S 中至少存在一个子句 C,使得 $F_\lambda(C(x_{1'},x_{2'},\ldots,x_{n'}))\le\lambda$.从$\lambda$-无中介集定义可知,有 $F_\lambda(C^-{}_\lambda(x_{1'},x_{2'},\ldots,x_{n'}))\le 1-\lambda$,因而,$F_\lambda(S^-{}_\lambda(x_{1'},x_{2'},\ldots,x_{n'}))\le 1-\lambda$.所以有 $S^-{}_\lambda$是$(1-\lambda)$-不可满足的.

如果 $S^-{}_\lambda$是$(1-\lambda)$-不可满足的,则对λ-解释 F_λ,至少有一个子句 $C^-{}_\lambda\in S^-{}_\lambda$,使得 $F_\lambda(C^-{}_\lambda)\le 1-\lambda$,显然,$F_\lambda(C^-{}_\lambda\vee\sim P)\le\lambda$,其中 $1-\lambda\le F_\lambda(\sim P)\le\lambda$.因而 $F_\lambda(C)\le\lambda$,其中 C 是 S 中的子句且能够经过无中介删除后得到 $C^-{}_\lambda$.所以,$F_\lambda(S)\le\lambda$.因此,S 是λ-不可满足的. □

定理 10. 设 S 是 MF 中的子句集,$\lambda>0.5$.若 S 是λ-不可满足的,则存在从 S 推出□的λ-归结演绎.

证明:因 S 是λ-不可满足的,故对λ-解释 F_λ,都有 $F_\lambda(S)\le\lambda$.由定理 9 可知,$S^-{}_\lambda$是$(1-\lambda)$-不可满足的,于是,$S^-{}_\lambda$中至少存在一个子句 $C^-{}_\lambda$,使得 $F_\lambda(C^-{}_\lambda)\le 1-\lambda$.设 $C^-{}_\lambda=L_1\vee L_2\vee\ldots\vee L_n$,则必有 $F_\lambda(L_i)\le 1-\lambda$,$i=1,2,\ldots,n$.令$\lambda\to 1$(即为二值逻辑的解释),仍有 $F_\lambda(L_i)\le 1-\lambda$,由此得到 $F_\lambda(L_1)=F_\lambda(L_2)=\ldots=F_\lambda(L_n)=0$.所以,$S^-{}_\lambda$在二值逻辑中是不可满足的.由归结原理的完备性可知,存在从 $S^-{}_\lambda$推出空子句□的归结演绎 $Q^-{}_\lambda$,将 $Q^-{}_\lambda$中的 $S^-{}_\lambda$的子句恢复为 S 中的子句,得到从 S 推出空子句□的归结演绎 Q. □

由定理 8 和定理 10,我们有

定理 11(完备性定理). 在 MF 中,设 S 为子句集,$\lambda>0.5$.S 是λ-不可满足的当且仅当存在从 S 推出空子句□的λ-归结演绎.

4 几点注记

(1) 本文给出的 MF 的λ-解释即是 MF 的无穷值语义模型,命题的真值集为[0,1]区间.若 P 是 MF 的原子公式,则对文字 $P,\neg P,\sim P$ 均用 3 个不同的相邻区间作为值域加以刻画,它可完全反映反对对立概念之间的可变过程.λ-解释不同于中介逻辑谓词演算系统的其他任何语义解释.

(2) 从λ-不可满足的定义可以看出,当给定λ的一个取值范围($\lambda>0.5$),我们意指真值大于λ的命题才算是真的,对称地,真值小于 $1-\lambda$的命题才算是假的,真值在 $1-\lambda$与λ之间的命题(即$\sim A$)体现了真假过渡的特性.而在 Fuzzy 逻辑系统的λ-归结原理中,这种命题真值在 $1-\lambda$与λ之间的情况不能反映.

(3) [0,1]区间上命题真值,0.5 表示了一种完全不确定性,可谓文字$\sim P$ 的"中介中值",从 0.5~1 表示了向"真"的靠近,从 0.5~0 表示了向"假"的靠近.

(4) 对于中介谓词逻辑 MF,在使用λ-归结方法进行具体归结中,我们力求让λ靠近 1 而推出空子句□.如果推演不出□,则可降低λ值而推出□.

致谢 感谢审稿人对本文给予了很好的修改意见和建议.

References:

[1] Robinson JA. A machine-oriented logic based on the resolution principle. Journal of the ACM, 1965,12(1):46~54.

[2] Lee RCT, Chang CL. Some properties of fuzzy logic. Information and Control, 1971,(5):18~24.

[3] Liu XH, Xiao, H. Operator fuzzy logic and fuzzy resolution. In: Proceedings of the 15th International Symposium on Multiple-Valued Logic. Washington: IEEE Computer Society Press, 1985. 86~91.

[4] Pan ZH. On the reliability of the predicate calculus system (MF) of medium logic. In: Proceedings of the 15th International Symposium on Multiple-Valued Logic. Washington: IEEE Computer Society Press, 1989.

[5] Qiu WD, Zhou J. Resolution principle of the medium predicate calculus system MF. Journal of Shanghai Industrial University, 1990,11(2):5~11 (in Chinese with English Abstract).

[6] Zhu WJ, Zhang DM. Theory and realize of the medium automatic reasoning (I). The Pattern Recognition with the Artificial Intelligence, 1994,7(2):1~8 (in Chinese with English Abstract).

[7] Zhu WJ, Zhang DM. Theory and realize of the medium automatic reasoning (II). The Pattern Recognition with the Artificial Intelligence, 1994,7(3):1~12 (in Chinese with English Abstract).

[8] Zhu WJ, Xiao XA. Predicate calculus system of medium logic (I). Journal of Nanjing University, 1988,24(4):583~598.

[9] Zhu WJ, Xiao XA. Predicate calculus system of medium logic (II). Journal of Nanjing University, 1989,25(2):165~183.

[10] Liu XH. Fuzzy Mathematics with Fuzzy Reasoning. Changchun: Jilin University Press, 1989. 66~112 (in Chinese).

附中文参考文献:

[5] 邱伟德,邹晶.中介谓词演算系统 MF 的归结原理.上海工业大学学报,1990,11(2):5~11.

[6] 朱梧槚,张东摩.中介自动推理的理论与实现(I).模式识别与人工智能,1994,7(2):1~8.

[7] 朱梧槚,张东摩.中介自动推理的理论与实现(II).模式识别与人工智能,1994,7(3):1~12.

[10] 刘叙华.模糊数学与模糊推理.长春:吉林大学出版社,1989. 66~112.