

随机进程代数与随机 Petri 网*

林 闯, 魏丫丫

(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

E-mail: clin@csnet1.cs.tsinghua.edu.cn

http://www.tsinghua.edu.cn

摘要: 针对随机进程代数(stochastic process algebra,简称 SPA)的基本模型方法、模型特点和该领域的主要研究成果进行了综述.比较了 SPA 和随机 Petri 网(stochastic Petri nets,简称 SPN)之间的异同点,并讨论了 SPA 转化为相应 SPN 的语义和将 SPA 的研究成果应用于 SPN 的方法.最后对 SPA 进一步研究工作的方向作了展望.

关键词: 随机进程代数;随机 Petri 网;等价;合并;汇集性

中图法分类号: TP18 **文献标识码:** A

近十年来,基于代数形式的模型方法对系统进行模型和性能评价越来越受系统分析者们的关注.经典进程代数(classical process algebra,简称 PA)如 LOTOS^[1,2],CSP^[3],CCS^[4,5]的活动只有实施类型,没有联系时间,只能描述并发系统的功能特性,对系统进行定性分析.因此在 PA 的基础上增加定量分析的参数(如时间和概率)就发展成了后来的时间进程代数(timed process algebras)和概率进程代数(probabilistic process algebras).时间进程代数允许每一个活动联系一个执行时间,用来分析实时系统的模型.概率进程代数允许每一个活动联系一个实施概率,消除了进程代数中的选择操作的非确定性.时间进程代数和概率进程代数是提出 SPA 的基础.SPA 第一次被提出作为一种对模型的性能和可靠性进行分析的工具是在 1990 年^[6].SPA 在 PA 基础上,对活动实施增加了随机的时间延迟.活动的执行时间为负指数分布,保留了无记忆(memoryless)特性.SPA 主要针对并行与分布式系统的性能与可靠性分析,文献[7,8]针对并行与分布系统的特点讲述了 SPA 模型方法的适用性.目前存在的比较完善的数学模型方法还有排队网络(queueing networks,简称 QN)、SPN、随机图形模型(stochastic graph models)^[9]和随机自动机网络(stochastic automata networks)^[10]等.对比各种数学模型(SPN, QN 等),SPA 在模型方法上有以下 3 个显著特点:

- (1) 合并(compositionality),系统模型的分析可分解成子系统模型的分析.
- (2) 形式化(formality),形式化为语言中每个活动定义了精确的语义.
- (3) 抽象化(abstraction),利用隐藏的方法在构造系统模型的进程中将系统不关心的活动隐藏为内部活动.

QN 模型提出了合并的方法(如乘积形式解),但没有形式化的方法.而 SPN 模型采用了形式化描述的方法,但合并的思想不突出.这两种模型都难于反映抽象化的方法.

本文第 1 节简要介绍 SPA 中的基本概念及分析技术.第 2 节介绍 SPA 的主要特征技术.第 3 节介绍了 SPA 性能分析方法和工具实现.第 4 节从不同的角度对 SPA 和 SPN 模型的异同点作了细致的比较,并介绍了目前将 SPA 和 SPN 两种模型方法互相结合的技术.最后指出了目前 SPA 要做的工作及将来的研究发展方向.

* 收稿日期: 2001-05-25; 修改日期: 2001-09-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69873012);国家重点基础研究发展规划 973 资助项目(G1999032707)

作者简介: 林闯(1948 -),男,辽宁沈阳人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为系统性能评价,计算机网络,随机 Petri 网,逻辑推理模型;魏丫丫(1979 -),女,湖北荆州人,博士生,主要研究领域为系统性能评价,计算机网络,随机 Petri 网.

1 SPA 的基本概念和技术

1.1 SPA的基本概念简介

SPA 继承了进程代数对模型的代数形式的描述方法,为模型化系统定义了一套完整的语法和语义.相对于 SPN 的元素:位置(place)和变迁(transition),SPA 语法中的基本元素是组件(components)和活动(activity).组件通常用大写字母表示.活动有活动类型(action type)和活动速率(action rate)两个描述参数,语法定义如下:

$$P ::= Nil \mid (\alpha, \gamma). P \mid P + Q \mid P \parallel Q \mid P / Q \mid A.$$

6 种操作符分别为:空操作 Nil ;带前缀的进程 $(\alpha, \gamma). P$;选择操作 $P + Q$;同步操作 $P \parallel Q$;隐藏操作 P / Q ;常量定义 A .这几种操作符的具体含义可以参考文献[11].用 SPA 方法描述的模型对应着类似于 SPN 中可达图 RG(reachability graph)的引导图 DG(derivation graph).

目前有几种典型的随机进程代数:TIPP(timed process and performance analysis)^[12],PEPA(performance evaluation process algebra)^[13],EMPA(extended markovian process algebra)^[14].这几种 SPA 模型方法的主要区别是存在多个活动同步时,最终实施活动速率的计算方法不同和语法及语义中一些操作符定义的差别.这些模型方法已经有工具实现,如 TIPPTOOL^[15,16]实现了 TIPP,PEPA WORKBENCH^[7,17]实现了 PEPA,TWOTOWERS^[18,19]实现了 EMPA.

1.2 SPA对系统定性和定量分析

SPA 方法主要对资源共享系统作定性和定量的分析.定性分析是通过分析系统的语义模型的 DG 来分析系统的功能特性,只关心活动的实施类型,不关心活动的时间参数,这与 PA 定性分析方法是一致的.系统功能特性包括:如公平性、防止发生死锁的可能性分析等^[20].

定量分析关心系统的动态行为的描述、分析和最优化问题.定量分析讨论系统组件之间的数据流和控制流信息,关心活动的实施类型和实施时间参数.和定性分析一样,由语义模型得到 DG,再采用时间性能分析方法获得性能评价参数如稳定状态概率、平均响应时间和吞吐量等.因此定性分析和定量分析总结为关心系统的以下 3 个方面特性:

- (1) 功能特性(活性 liveness,死锁 deadlock);
- (2) 时间特性(吞吐量 throughput,等待时间 waiting times,可靠性 reliability);
- (3) 结合特性(超时概率 probability of timeout,特定顺序活动的执行时间 duration of certain event sequences).

定性分析和定量分析系统模型用下面图 1 简单地加以描述.

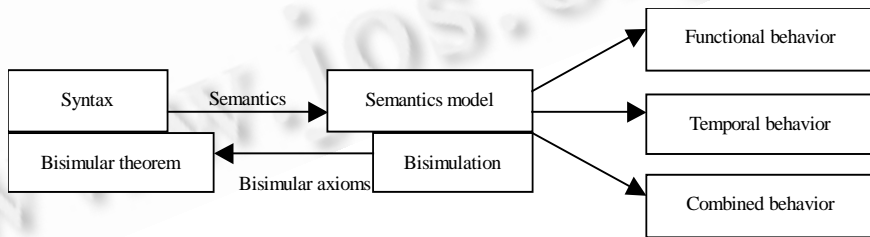


Fig.1 System evaluation illustration

图 1 系统评价图示

1.3 SPA时间性能分析方法

模型的 DG 分析进程中,同一时刻可能有多个活动可以实施(如选择操作).可能存在 3 种情况:瞬时活动和时间活动共存,这时瞬时活动立即实施;若只有时间活动可实施,则最终活动的实施由最快的实施活动决定,每个活动都有相应的实施概率;若只有瞬时活动,则最终实施的活动的实施是不确定的,跟环境相关.由 DG 转换得到模型的 CTMC,DG 中每个点对应着 CTMC 中的一个节点,DG 中每个状态之间的弧对应着 CTMC 之间节点的弧.SPA

的 DG 和 SPN 的 RG 对应的 CMTC 最终可以得到转换速率矩阵 Q .

时间性能分析是通过分析对转换矩阵 Q 的分析来获得各种性能评价参数如稳定状态概率、吞吐量等.通过分析系统的 DG 可以得到 Q , DG 中的活动可能有两种情况:

第 1 种情况,只存在时间活动的 DG.若 DG 中节点存在自环,直接消去自环;两个节点之间多个活动合并,实施速率相加;而后得到相应的 CTMC.产生 CTMC 的进程中,忽略了活动的类型信息.由 CTMC 得到相应的转换速率矩阵 Q 进程如图 2 所示^[8].

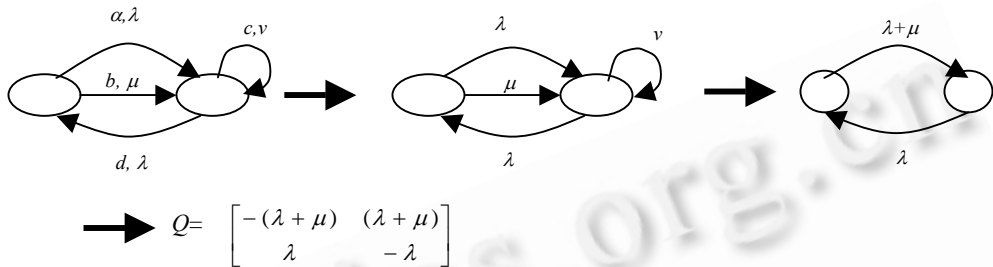


Fig.2 Translation probability illustration

图 2 转换概率矩阵图示

第 2 种是有瞬时活动存在的情况,要消除瞬时活动.在指定瞬时活动概率的情况下,变换后活动的实施速率由原实存状态下的实施速率和到达下一个实存状态的概率乘积构成.在很多模型方法中采用了将到达速率按概率均分,这种方法简单^[15],如图 3 所示.

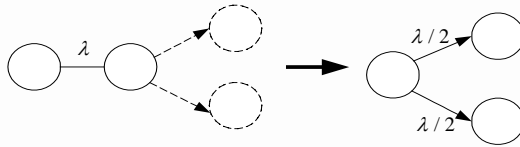


Fig.3 Eliminating immediate transitions illustration

图 3 消去瞬时变迁图示

这种方法存在以下问题:非确定活动(原模型)不等于等概率变迁(模型简化后),因此消精确转换的方法是采用等价关系中的马尔科夫观察一致性.不影响整体模型的外观行为的前提下且消除内部的瞬时活动.

得到 Q 后,由下式求解 Q 线性方程:

$$\pi Q = 0; \text{ 且 } \sum_{i=1}^n \pi_i = 1, \pi \text{ 为状态概率.} \tag{1}$$

线性方程的矢量解就是系统的稳定状态概率矢量矩阵.稳定状态概率的算法还有 LU-factorization, Power method, Gauss-Seidel 等.这种解法前提是 CTMC 是遍历的.如果 CTMC 不是遍历的,就不能进行稳定状态分析.比如系统如果出现死锁,相应的 CTMC 就存在吸入状态,这一类情况必须借助于瞬时分析方法.瞬时分析可以分析某时刻状态到达的概率.瞬时分析的方法有随机化方法(randomization)^[2,21]等.这种方法能一定程度的解决模型中不同执行时间量级的活动带来的稳定性问题.

2 SPA 的主要特征技术:等价与合并

2.1 等价的概念和在性能分析中的应用

等价关系是解决状态空间爆炸的核心技术之一.等价关系在 PA 中有形式化的定义.但是 PA 只考虑系统的功能特性,PA 中定义的等价关系只是针对瞬时活动(不带时间参数)提出的功能等价——相似 (bisimulation).两个状态是相似的是指这两个状态到达下一个等价或相同状态的概率相等,某个活动必有相应的活动与之对应.

等价关系蕴含了一致性 (congruence) 和汇集性 (lumpability),一致性是指组件之间的可替代性 (substitutivity).等价关系对所有操作符满足一致性(除了选择操作).

可替代性指组件满足以下特性:对于任意的操作符 $\oplus, P \approx Q$, 则 $P \oplus R = Q \oplus R$ (R 为任意的组件), 意味着组件可以被等价的组件替代, 在外部观察者看来, 系统的整体性能是一致的. 因此合并求解时, 等价的组件可以相互替换, 等价的状态可以压缩为一个状态. 本文后面将具体讨论状态空间爆炸问题的解决方法.

等价关系用于解决庞大的 CTMC 状态空间的方法有两种. 第一是模型简化(model simplification), 如果存在一个与原模型等价的替换模型, 但是这个模型具有更简单的结构或者具有某种特殊解(如乘积形式解), 这时原模型的求解变得简单. 第二是模型聚集技术(model aggregation), 等价关系存在模型的 DG 中. 若两个状态强等价, 则状态之间可以合并, 总状态数可以减少, 模型更为简化^[22].

SPA 中定义 3 种类型的等价关系: 强马尔科夫等价、弱马尔科夫等价和马尔科夫观察一致性来实现 CTMC 的简化求解.

(1) 强马尔科夫相似(strong Markovian bisimulation)记为 $P \sim_m Q$.

S 是强马尔科夫相似关系并且 $(P, Q) \in S$ 当且仅当(iff)符合规定语法的进程 P 和 Q 对于所有活动 a 和所有相等集 C 都满足:

$$\begin{aligned} \gamma'_m(P, a, C) &= \gamma'_m(Q, a, C) \\ \gamma'_m(R, a, C) &= \sum (\lambda | R \xrightarrow{a, \lambda} R', R' \in C). \end{aligned}$$

马尔科夫相似等价关系是基于 Larsen 和 Skou 提出的概率相似(probability bisimulation)而提出的适用于随机进程代数的等价关系^[23], 这是由于活动的执行速率和概率进程代数的概率实质上是一样的. 马尔科夫相似对活动的类型和时间提出了同等的要求, 即两个活动必须在功能和时间特性上都是一致的. 强马尔科夫相似蕴含了汇集等价, 满足汇集等价的两个状态可以压缩为一个宏状态. 根据这个定义, DG 中满足强马尔科夫相似的状态可以压缩为一个状态. 由此马尔科夫相似定理可以减小模型的状态空间. 在 CTMC 一级的状态之间的等价压缩来减少状态数, SPN 也实现了这种等价压缩方法.

(2) 弱马尔科夫相似(weak Markovian bisimulation): 记为 $P \sim_w Q$. 弱马尔科夫相似是在 PA 的弱相似等价基础上提出的. 弱马尔科夫相似的性质为消除内部瞬时活动提供了一种精确的等价方法. 它蕴含下面 3 条规则:

- 时间活动后再执行的内部瞬时活动对系统没有影响, 内部瞬时活动在模型简化中可以直接被消除;
- 内部的瞬时活动比时间活动有更高的优先级, 即最大进程定理(maximal process).
- 两个具有相同类型的非瞬时活动能够压缩并且活动类型不变, 速率相加, 这是汇集等价的性质.

弱马尔科夫相似不关心内部活动对合并等价类的影响. 用 SPA 方法描述系统时, 模型人员可以详细描述系统的行为, 然后利用隐藏操作符(hide)将系统不关心的活动或者是内部的活动隐藏为外部观察者看不到的内部活动 τ . 对于多个连续执行的内部活动, 通常的做法是将多个内部活动用一个内部活动 τ 代替, 这个内部活动的执行时间应该与原模型中的执行时间相等, 不改变系统的性质, 但是多个指数分布的时间和的并不是指数分布的. 因而这种替代只是近似的, 采用弱马尔科夫相似得到的简化模型是精确的. 弱马尔科夫相似对所有操作符(除了选择操作符)满足一致性规则. 由弱马尔科夫相似的性质可知: 对于两个状态经过一系列内部的瞬时活动后到达等价的状态, 则这两个状态在外部观察者看来是弱马尔科夫等价的, 可以压缩.

(3) 马尔科夫观察一致性(Markovian observational congruence)

满足马尔科夫观察一致性的符号记为 \approx_m^c ; 从弱马尔科夫定义看出若内部变迁没有相应的进程来匹配也可能满足弱马尔科夫相似, 这也是选择操作符不满足一致性的原因. 如果要对所有操作数保证一致性, 提出了马尔科夫观察一致性, 两者有一定的关系, 满足马尔科夫观察一致性的进程之间一定满足弱马尔科夫相似关系, 但反过来, 并不成立. 利用马尔科夫观察一致性消除内部瞬时变迁后不改变系统的外观特性.

2.2 解决状态空间爆炸的思想

无论是哪种数学模型都面临状态空间爆炸问题. 下面介绍 SPA 的解决状态空间爆炸问题的几种方法.

最简单的方法是通过逐步分解状态空间直到最小状态空间的方法称为分解精化(partition refinement). 将原模型的状态空间分解为一些不相交的子集, 同一个子集的状态之间是相互等价的. 最初的子集是包括所有状态的单个集合; 然后应用等价定理中的状态之间等价汇集性(lumpability), 将所有等价的状态组成一个子集; 同

一个子集里面的状态可以合并为一个宏状态.这样不断精化,最后达到一个固定点(fixed-point)即为状态数最小的状态空间.但精化求解方法前提是必须先产生模型的所有状态.这在系统比较复杂,状态空间庞大的情况下是不可行的.SPA 提出以下几种方法避免这种情况:

第 1 种方法是改写语义:运用 SPA 中的等价定理,找出模型的语义描述中的满足强等价和马尔科夫观察一致性的进程.比如:对于一个给定的系统(sys)语义模型,寻找其中的等价关系,直接改写 sys 语义模型,得到与原模型等价的最小模型 sys'.这种改写语义得到最小状态空间的算法已经在 TIPTool 中实现^[11].

第 2 种方法是分步计算的方法:

- (1) 用 SPA 语法规则对系统详尽描述;
- (2) 尽可能隐藏(hide)系统不关心的活动;
- (3) 求出低一层的所有的同步组件 $P||_LQ$ 的状态空间;
- (4) 利用等价关系在 $P||_LQ$ 的状态空间中找出所有等价类;
- (5) 由等价的汇集性质将得到的等价类压缩为一个状态;
- (6) 考虑模型的高一层组件,重复步骤(1)~(6),直到所有的组件被考虑^[24].

最后得到的每个等价类对应 CTMC 的一个节点,从而得到模型的 CTMC.这种方法的好处在于不需要产生原系统的所有的状态空间,直接得到状态压缩后的 CTMC.对比直接压缩状态空间的方法,合并求解方法避免了复杂系统模型庞大的状态空间计算和存储的问题.对于庞大的冗余状态可被压缩的模型,这种合并计算的方法显得尤为重要.这也是其他的模型方法(如 SPN 等)难以体现的特性.

第 3 种方法为 SPA 的操作符定义了一套具体的转换速率产生矩阵的规则 TIP^{MS},每个操作符直接产生 CTMC 对应的转换矩阵 Q 而不是产生 DG 的状态.按照这种方法,系统的每一步模型化都直接产生对应最小 CTMC 的速率转换矩阵 Q ,直至最后得到最小的 Q .这种方法能一定程度上解决空间爆炸问题,但这种方法存在一些限制,例如,对于并行操作 $A||_S B$,它要求 $A \neq B$ 等.这种方法还需要进一步的完善^[25].

2.3 性能分析中其他有效算法

传统的方法直接计算CTMC,计算量大而且存储要求很高,如果能发现模型的某些特殊性,采用相应的更为有效的算法,也是解决状态空间爆炸的一个研究方向.对特殊模型求解的有效方法有精确求解和近似求解:精确求解包括乘积形式解(product form solution,简称PFS)和频谱扩展(spectral expansion)求解.近似求解包括时间数量级分解(time scale decomposition,简称TSD)和响应时间近似变换(response time approximation,简称RTA).

CTMC求解中现有的算法决定了所求CTMC中对应的状态空间必须是有限的,对于无限状态空间的情况下,文献[26]提出了有精确解的频谱扩展算法,可以解决一维参数 m 无限取值的CTMC的求解^[26,27].文献[28]提出了这类模型的求解算法.

另一种精确解是乘积形式解.对于满足条件的系统,将它们的子系统分别计算,然后它们的乘积形式解即为原系统的解,称为乘积形式解^[29,30].这和SPN提出的乘积形式解是类似的,乘积形式解是排队网络的一个重要求解方法.比如:对一个马尔科夫进程,它的状态空间 S 有 $S=S1 * S2$ 的关系,也就是 $s=(s1, s2)$, $s1$ 和 $s2$ 是描述现在状态的两个不同的独立方面,则它们的状态概率有乘积的关系 $\pi(s)=\pi1(s1)*\pi2(s2)$.SPA中最简单的模型 $C=P||Q$,存在PFS解 $\pi(Ci)=P(P_j)*Q(Q_k)$.但这是最简单的情况, P, Q 是独立执行的进程,本来就可以分开求解,不会带来状态空间爆炸的问题.因此应该找到那一类存在一定交互模型的乘积形式解,这种方法才实用^[31].下面介绍两种乘积形式解:

- (1) 基于路由进程(routing process)的乘积形式解^[29,32,33].

SPN模型的求解中已经提出路由进程的概念,满足这种特殊结构的SPN的变迁直接对应着CTMC的状态,由得到的CTMC可以对模型定量求解.Sereno将这种技术用于SPA,满足这种结构的SPA模型的活动也对应着CTMC的状态.而且为SPA中的活动定义了类似SPN中变迁定义的前集(pre-sets)和后集(post-sets).这种方法的细节可以参考文献[34].

- (2) 基于准可逆性(quasi-reversibility)的乘积形式解.

准可逆性描述SPA模型的进程间交互满足的关系.排队网络中有一类排队网络可以用有效的PFS求解.Harrison和Hillston从排队网络中的求解发现SPA中组件之间满足一定交互条件的模型可以用乘积形式求解^[34,35].

除了上述的精确求解方法外,下面介绍两种基于分解(decomposition)的近似求解方法:

(1) 时间数量级分解.SPA模型求解进程中,除了状态空间爆炸问题外,还会遇到稳定性(stiffness)问题.稳定性问题是由于快速变迁速率和慢速变迁的执行速率存在数量级上的差异导致微分等式求解的困难造成的.TSD方法用于求解满足Courtois提出的接近完全分解(near complete decomposition)性质的模型^[1],首先在语义一级识别模型是否满足这种性质,对于满足这种性质的模型求解,不必建立和存储模型全部的状态空间.按照某个阈值将所有的组件按照给定的阈值分为快速变迁和慢速变迁,然后对得到的语义模型处理^[10].这种求解方法处理仅仅实施快速变迁,或者慢速变迁的组件.后来Mertsiotakis提出的混合性组件(hybrid components)既能实施快速变迁也能实施慢速变迁来消去这个限制,具体求解方法可以参考文献^[36].

(2) 响应时间近似变换.它在语义一级处理系统的语义描述,通过改写系统的语义描述而不是对模型的CTMC一级进行处理.因此也不需要产生原模型的全部的状态空间.它将原系统分为两个子系统,其中一个子系统由一个变迁代替.这个变迁近似地和原模型的子系统拥有相同的驻留时间.这种模型近似的简化以后,系统的状态空间复杂度数量级的下降.RTA方法的主要限制是它只对一类特殊的系统DFP(decision free processes)(不包括选择操作的模型)有效^[37].

2.4 工具TIPPTool和PEPA Workbench的实现

TIPPTool和PEPA Workbench是TIPP和PEPA的实现工具.TIPPTool和PEPA Workbench都是由SML(standard ML)和C语言来实现,并提供图形用户界面.TIPPTool不仅支持稳定状态概率分析而且支持瞬时分析,但是TIPPTool一般处理不超过100K的状态空间的模型.

有关TIPPTool的更多内容可以参考<http://www7.informatik.uni-erlangen.de/tipp/tool.html>.

PEPA方法用于模型分布式计算机通信系统,柔性制造系统(FMS)如机器人工作单元的模型语言.PEPA Workbench检查模型的语法和语义,查出系统的错误如死锁或者同步的活动中不存在主动的活动(active actions)等,然后产生模型的DG并产生对应着CTMC的转换速率矩阵 Q 的数据文件.用户可以直接调用已存在的数学软件包Maple对转换矩阵 Q 处理.更为详细的内容可以从<http://www.dcs.ed.ac.uk/pepa/tools.html>得到PEPA Workbench工具及使用手册^[38].

3 SPA和SPN的联系与区别

我们从以下几个方面比较SPA和SPN的差异:

(1) SPA模型方法是代数文本的描述形式,而SPN是用图的形式来描述系统.并且SPN为有效地解决对称模型带来的状态空间爆炸问题提出了着色标记和随机高级Petri网.

(2) SPN能够清楚的描述系统的并发和冲突的情况.模型的状态就是模型当前标记的分布状况.SPA描述系统的模型和状态是一致的.从系统模型的观点上说,SPN表现的是系统的状态,而SPA表现的是活动.比如如为表达同一个状态“系统是空闲的”,SPN中由标识直观地表示.但是SPA中具有类型标识“begin_serchie”活动的实施说明系统是空闲的^[39].

(3) 时间抽象在SPN模型方法中表现为执行时间为零的瞬时变迁;SPA中时间抽象表现为引入的瞬时变迁,目前已经实现了在TIPP中引入瞬时变迁^[35,40].功能抽象表现为用hide操作符将某些活动隐藏为内部活动.SPA方法利用这一抽象机制来减小状态空间,但抽象在SPN中表现得不突出.

(4) SPN对模型的表达是扁平(flat)的表达方式,没有体现模型的层次结构.SPA的表达式体现组件之间的层次关系,将结构关系表述得很清楚.

(5) 存在很多工具来支持SPN方法的模型分析.但是目前对支持SPA模型方法的工具只有TIPPTOOL,PEPA-Workbench和TWOTOWERS^[41].

4 SPA 和 SPN 的结合

4.1 为SPA提出SPN语义

有很多工具支持 SPN 模型方法的分析,而支持 SPA 的工具很有限. 因此将 SPA 语义转换为 SPN 语义后可以有效的利用 SPN 的理论和工具是这种转换的出发点.

SPN 采用的结构分析方法,可以直接从模型网络结构上定性分析系统的性质,这也是 SPN 方法独有的特性,如 P-不变量(即表示模型标识总数一定)和 T-不变量(模型的状态是可回归的)的性质.这些分析是由关联矩阵计算出来的.SPA 中没有变迁图的模型,无法得到关联矩阵.为了利用这种结构分析方法,Ribaudó 将 SPA 每个操作符映射成 SPN 语义来进行分析.这是近年来对性能模型评价的一种新方法.但这种语义转换不能改变系统的时间和功能特性.从以下 3 个标准来评价这种方法的有效性:并行性、功能一致性和描述时间特性的马尔科夫等价性^[42].

并行性要求:SPA 具有交织语义(interleaving semantics)的特点,基于一个观察者的角度,即使是并行的活动在 SPA 描述看来也是序列化的,可能会失去模型真正的因果性(causality information).没有真正体现不确定性选择活动和完全并行活动的差别.将 SPA 方法语义映射成 SPN 语义,可以避免这种情况.SPA 方法对应的 SPN 模型语义是非交叉语义模型,能够描述过程之间真正的并发性.

功能一致性:SPA 语义模型的 DG 和相应的 SPN 语义模型的 RG 是强相似的.RG 和 DG 之间的强相似意味着 DG 中组件 P 实施活动 $a=(\alpha, \lambda)$,则在 RG 中必存在相应的组件实施变迁 $t=(\alpha, \lambda)$.满足功能一致性意味着在 SPA 里面的任何活动一定和 SPN 里的某一变迁对应,两个模型方法在功能上是等价的.

马尔科夫等价性:SPA 的时间活动和对应的 SPN 模型中的时间变迁满足汇集等价关系.这种等价是指两种模型汇集的等价块的速率应有一一对应关系.满足强相似性的模型之间并不能推断它们之间存在汇集等价的关系.但是满足汇集等价的模型并不能说明两种语义模型下存在全等的关系.因为在有些情况下,尽管两种模型的功能特性上是一致的,但两种模型的活动的同步速率可能是不一样的.为了解决这个速率不一致的矛盾,可以定义和标识相关的速率统一这两种模型方法.但这种定义与标识相关的活动速率的方法要求模型分析人员必须动态考虑模型的所有行为.

另一种将 SPA 语义转化为 SPN 语义的方法是直接将 SPA 的 DG 中的节点对应于 SPN 的位置, DG 中的弧对应于 SPN 的位置之间的弧.显然这种方法不会改变系统的行为特征,因此这种转化后,两种模型在功能特性和时间特性上都是一致的.但我们并不希望从状态空间的角度来转化 SPA 语义,而是从语法的角度来转化.从状态空间角度转化成 SPN 语义模型,转化后的 SPN 中标记只有一个,这样转换后的 SPN 图中很难反映出组件之间的并行性.

为 SPA 模型方法映射 SPN 语义为同一模型提供了两种不同的描述方法,可以利用两种模型方法各自的优势对系统分析,如 SPA 方法的基于等价关系的压缩简化技术和 SPN 方法的结构分析技术.这也是将 SPA 方法映射为 SPN 语义的出发点.

目前,除了为 PEPA 定义了转化成 SPN 语义的方法,Ribaudó 为 MTIPP 定义了 SPN 语义^[42].Bernardo 为 MPA 定义了 SPN 语义^[43].

4.2 把SPA成果应用于SPN

SPN方法能够直观的描述系统,这是SPN方法的特点.但是SPN不适合描述复杂系统尤其存在多个不同变迁的同步的系统.SPA模型减小状态空间的核心思想是提供了两个操作符隐藏(hide)和并行合并(parallel composition).等价关系对于这两个操作符满足可替代性.因此这种方法允许将复杂系统分解为子系统,对每个子系统独立求解后,然后逐步合并得到原系统的解.SPA的合并求解特点应用于SPN可以解决复杂系统模型的问题.

Buchholz在文献[44]中为SPN在CTMC一级定义等价关系.这种等价实质上 and 汇集等价是一致的.将这种等价关系应用于SPN模型的RG中,汇集等价的状态之间可以压缩.但是在模型状态空间很大时,求出所有的状态空

间也会导致爆炸的问题^[39,45,46].在SPN中引入隐藏和合并操作符和瞬时变迁的SPN称为CN(compositional generalized stochastic Petri nets).SPN采用和SPA中一样的合并求解的方法.由于等价关系满足一致性,等价的组件是可替换的,不改变系统的整体特性.这样复杂的实际系统的求解可以转换为子系统独立求解,然后合并求解直至得到最小的状态空间.

但是这种在CN中引入等价的方法有一点限制:瞬时变迁之间没有限定优先级或者权值来消除不确定性问题,这个限制的消除还有待研究.SPA中的不确定性问题的讨论见文献[47,48].

4.3 SHLPN成果用于SPA

随机高级Petri网(stochastic high-level Petri nets,简称SHLPN)是在高级Petri网的基础上增加了随机的时间特性提出来的.根据SHLPN中彩色标记的定义,如果模型中存在多个相同行为的子网,网模型中只表示一个子网的结构,并在初始标记中定义彩色标记,不同颜色的标记代表不同子网的行为.这种直观的网结构能够压缩模型的状态空间^[49].利用SHLPN的特点,为SPA提出的SHLPN语义能一定程度解决重复结构的子网带来冗余状态空间的问题.和对称合并方法不同的是它利用SHLPN的成果,为组件定义的颜色集来表示子网的重复性,但SPA方法里面没有彩色组件的概念.Ribaudo提出了将PEPA映射成SHLPN语义的方法.如SPA两个相同过程的同步操作 $P1||_sP1, P1=(\dots)$. $P2$ 对应产生的SRG不需要重复子网结构,只需要改变初始状态 $P1$ 的颜色集和变迁弧联系的同步函数.

SHLPN语义模型的状态空间汇集压缩后产生标识可达图(symbolic reachability graph,简称SRG).SPA产生的压缩的状态空间图LDG.DG利用汇集等价的性质来压缩状态空间得到LDG.压缩方法包括水平压缩(horizontal aggregation)和垂直压缩(vertical aggregation).目前已经提出了关于PEPA的水平压缩具体的算法,这个算法的优势在于不需要产生全部的状态空间就可以获得水平压缩后的状态空间.多数情况下,SPA等价合并得到最小的状态空间LDG和由转换后的SHLPN语义得到的SRG是同构的,状态空间数目相等.但是有一些情况可以证明:SPA等价合并比SHLPN能压缩更多的状态空间^[50].但是SHLPN方法的优势在于能够直观的体现状态空间的对称性.求解状态空间时不需要对压缩过程中的中间状态的存储.而在SPA中在状态空间的等价类上的计算和存储要比SHLPN花费更多的时间和空间.

SHLPN语义方法可以由SPA语义得到SHLPN模型,但随着模型中组件增多,颜色集和弧函数的数量也会增长.Chiola和Franceschinis在1991年提出了利用减少颜色集技术(decolourisation)来减少颜色集和功能函数的存储.定义一套完整的语法和语义规则让操作符有选择的包括颜色集或不包括颜色集来减少存储量.

转换成SHLPN语义方法还有很多值得研究的领域,如SHLPN方法并不能发现所有的等价类,以及为SHLPN定义其他操作符如递归等.

5 总结与展望

本文对SPA模型方法的作了整体的概述,SPA方法是一种很好的形式化的数学模型方法,可对资源共享系统模型化并进行定性和定量分析.但SPA方法仍有很多值得研究和探讨的领域,归纳起来有3个方向:

- (1) SPA理论的扩展和完善.
- (2) 完善SPA模型的性能分析技术(包括实现工具予以支持).
- (3) 将SPA的模型化和分析技术应用于更为复杂的实际系统.

SPA理论的扩展包括对于有特殊结构的一类系统模型,如何从理论上发现它们的特殊性和得到更为简单的求解方法,以及对理论上的求解方法在实现工具上予以支持.实现工具自动发现模型的可简化求解特性,为没有经验的分析人员提供自动检测的支持.实现工具的进一步研究和开发是将来的工作方向.

从上文的讨论中可以看出,活动实施的马尔科夫特性是模型定量分析的前提.但是有些实际系统不严格满足这种理想特性.文献[51]为近似理想的系统模型定义了类似强马尔科夫等价的“近似汇集性等价”.实际复杂系统的模型采用这种“近似等价”对原模型分解后的子系统进行压缩近似求解.对于更为普遍的系统,活动实施时间是任意分布的(非马尔科夫过程),基于非马尔科夫过程代数的等价概念的建立和性能评价是将来的研究工

作要解决的一个难点问题.不同的数学模型方法,如随机任务图(stochastic task graphs,简称 ST)语义、随机自动机模型(stochastic automata)之间的相互联系与相互应用也值得探讨和研究.

状态空间爆炸是模型实际系统中存在最主要的问题.SPA 已经提出了合并等价方法和其他有效的计算方法(如乘积形式解等)来解决这个问题.另外一种正处于研究中的方法 MTBDDs (multi-terminal binary decision diagrams)可以一定程度的解决状态空间爆炸问题^[52,53].

References:

- [1] Bolognesi, T., Lucidi, F., Trigila, S. Converging towards a timed LOTOS standard. *Computer Standards and Interfaces*, 1994,16(2): 87~118.
- [2] Leonard, L., Leduc, G. An introduction to ET-LOTOS for the description of time sensitive systems. *Computer Networks and ISDN Systems*, 1997,29(3):271~292.
- [3] Schneider, S. An operational semantics for timed CSP. *Information & Computation*, 1995,116(2):193~213.
- [4] Moller, F., Tofts, C. A temporal calculus of communicating systems. In: Baeten, J.C.M., Klop, J-W., eds. *Proceedings of Concur'90: Theories of Concurrency-Unification and Extension*. LNCS 458, Amsterdam: Springer-Verlag, 1990. 401~415.
- [5] Wang, Y. Real-Time behaviour of asynchronous agents. In: Baeten, J.C.M., Klop, J-W., eds. *Concur'90: Theories of Concurrency-Unification and Extension*. LNCS 458, Amsterdam: Springer-Verlag, 1990. 502~520.
- [6] Herzog, U. Formal description, time and performance analysis: a framework. Technical Report 15/90. IMMD VII, Friedrich-Alexander-universitat, Erlangen-Nurnberg, Germany, 1990.
- [7] Gilmore, S., Hillston, J. The PEPA Workbench: a tool to support a process algebra-based approach to performance modeling. In: Haring, G., Kotsis, G., eds. *Proceedings of Modeling Techniques and Tools for Computer Performance Evaluation*. LNCS794, 1994.
- [8] Hermanns, H., Herzog, U., Mertsiotakis, V. Stochastic process algebras-between LOTOS and Markov chains. *Computer Networks and ISDN Systems*, 1998,30(9~10):901~924.
- [9] Hermanns, H., Ribaud, M. Exploiting symmetries in stochastic process algebras. In: *Proceedings of the European Simulation Multiconference ESM'98, SCS Europe*. 1998.763~770. <http://citeseer.nj.nec.com/context/552192/114690>.
- [10] Hillston, J., Mertsiotakis, V. A simple time scale decomposition technique for SPAs. *Computer Journal*, 1995,38(7):566~577.
- [11] Hermanns, H., Herzog, U., Hillston, J. Stochastic process algebras—a formal approach to performance modeling. In: Bagchi, K., Zobrist, G., eds. *Proceedings of Performance Tools'95/MMB'95*. Heidelberg, 1995. <http://www.home.cs.utwente.nl/~hermanns/mypapers.html>.
- [12] Hermanns, H., Herzog, U., Mertsiotakis, V. Stochastic process algebras as a tool for performance and dependability modeling. In: *Proceedings of International Computer Performance and Dependability Symposium (IPDS'95)*. IEEE CS Press, 1995. 102~113. <http://www7.informatik.uni-erlangen.de/tree/IMMD-VII/Persons/vsmertsi/papers/>
- [13] Hillston, J. A compositional approach to performance modeling [Ph.D. Thesis]. University of Edinburgh, 1994. CST-107-94. <http://www.dcs.ed.ac.uk/home/stg/PEPA/papers.html>.
- [14] Bernardo, M., Gorrieri, R. A tutorial on EMPA: a theory of concurrent processes with nondeterminism, priorities, probabilities and time. *The Computer Science*, Palma de Mallorca, Spain: Springer-Verlag, 1998,202(1~2):1~54.
- [15] Hermanns, H., Klehmet, U., Mertsiotakis, V., *et al.* Compositional performance modeling with the TIPPTOOL. In: Puigjaner, R., Savio, N.N., Serra, B., eds. *Computer Performance Evaluation*. LNCS 1469, 1998. 51~63.
- [16] Hermanns, H., Mertsiotakis, V., Rettelbach, M. A construction and analysis tool based on the stochastic process algebra TIPP. In: *Proceedings of the 2nd International Workshop on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems (TACAS'96)*. Lecture Notes in Computer Science Vol 1055, Berlin: Springer-Verlag, 1996. 427~430.
- [17] Clark, G., Gilmore, S., Hillston, J., *et al.* Experiences with the PEPA performance modeling tools. *IEEE Software*, 1999,146(1):11~19.

- [18] Bernardo, M., Cleaveland, R., Sims, S., *et al.* TWOTOWERS: a tool integrating functional and performance analysis of concurrent systems. In: Budkowski, S., Cavali, A., Najm, E., eds. Proceedings of the FORTE/PSTV'98. Paris: Kluwer, 1998. 457~467.
- [19] Hermanns, H., Lohrey, M., Priority and maximal progress are completely axiomatisable. In: Sangiorgi, D., de Simone, R., eds. Proceedings of the CONCUR'98 Concurrency Theory. Lecture Notes in Computer Science, Berlin: Springer-Verlag, 1998,1446: 237~252.
- [20] Hillston, J., Hermanns, H., Herzog, U. Stochastic process algebras: integrating qualitative and quantitative modeling. <http://www7.informatik.uni-erlangen.de/tipp/papers.html>.
- [21] Hermanns, H., Herzog, U., Mertsiotakis, V., *et al.* Stochastic process algebra—foundations and relations with SPN. In: PERFORMANCE TOOLS'97/PNPM'97 ; Saint Malo, 1997. <http://wwwhome.cs.utwente.nl/~hermanns/mypapers.html>.
- [22] Hillston, J., Ribaud, M. Stochastic process algebras: a new approach to performance modeling. In: Bagchi, K., Zobrist, G., eds. Modeling and Simulation of Advanced Computer Systems. Gordon Breach, 1998. <http://www.dcs.ed.ac.uk/home/stg/PEPA/papers.html>.
- [23] Larsen, K.G., Skou, A. Bisimulation through probabilistic testing. Information and Computation, 1991,94(1):1~28.
- [24] Hillston, J. Compositional markovian modeling using a process algebra. In: Stewart, W., ed. Proceedings of the 2nd International Workshop on Numerical Solution of Markov Chains: Computations with Markov Chains. Raleigh: Kluwer Academic Press, 1995. 177~196.
- [25] Rettelbach, M., Siegle, M. Compositional minimal semantics for the stochastic process algebra: TIPP. In: Herzog, U., Rettelbach, M., eds. Regensburg/Erlangen, July Arbeits-berichte des IMMD. Universitat Erlangen-Nurnberg. 1994. 89~106. <http://citeseer.nj.nec.com/rettelbach94compositional.html>.
- [26] Mitrani, I., Ost, A., Rettelbach, M. Tipp and the spectral expansion method. In: Bacceli, F., Mitrani, I., eds. Quantitative Modeling in Parallel Systems. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 99~113.
- [27] Courtois, P.J. Decomposability, Queueing and Computer System Applications. ACM Monograph Series, 1977.
- [28] Mitrani, I., Ost, A., Rettelbach, M. Quantitative modeling in parallel systems, chapter TIPP and the spectral expansion method. Berlin: Springer, 1995. <http://www7.informatik.uni-erlangen.de/tree/IMMD-VII/Persons/vsmertsi/papers/>.
- [29] Harrison, P., Hillston, J. Exploiting quasi-reversible structures in Markovian process algebra models. The Computer Journal, 1995,38(7):510~520.
- [30] Sereno, M. Towards a product form solution for stochastic process algebra. The Computer Journal, 1995,38(7):622~632.
- [31] Hillston, J., Thomas, N. Product form solution for a class of PEPA models. Performance Evaluation, 1999,35(3~4):171~192.
- [32] Mitrani, I., Mitra, D.. A spectral expansion method for random walks on semi-Infinite strips. In: Beauwens, R., de Groen, P., eds. Iterative Methods in Linear Algebra. North-Holland: Elsevier, 1992. 141~149.
- [33] Sereno, M. Towards a product form solution for stochastic process algebras. Computer Journal, 1995,38(7):622~632.
- [34] Hillston, J. Exploiting structure in solution: decomposing composed models. <http://www.dcs.ed.ac.uk/home/stg/PEPA/>.
- [35] Iienderson, W., Taylor, P.G. Embedded processes in stochastic petri nets. IEEE Transactions on Software Engineering, 1991,17(2): 108~116.
- [36] Mertsiotakis, V. Approximate analysis methods for stochastic process algebras [Ph.D. Thesis]. Erlangen: Universitat Erlangen-Nurnberg, 1994. <http://citeseer.nj.nec.com/context/300986/0>.
- [37] Mertsiotakis, V., Silva, M. Throughput approximation of decision free processes using decomposition. In: Proceedings of the 7th International Workshop on Petri Nets and Performance Models. Los Alamitos, CA: IEEE CS-Press. 1997. 174~182. http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/pnbib/m/mertsiotakis_v1.html.
- [38] Clark, G., Gimore, S., Hillston, J., *et al.* Experience with the PEPA performance modeling tools. In: Pooley, R., Thomas, N., eds. IEEE Software, 1999,146(1):11~19.
- [39] Donatelli, S., Ribaud, M., Hillston, J. A comparison of performance evaluation process algebra and generalized stochastic Petri nets. In: Proceedings of the 6th International Workshop on Petri Nets and Performance Models. Los Alamitos, CA: IEEE Press, 1995. 158~168. <http://citeseer.nj.nec.com/context/179345/120786>.
- [40] Rettelbach, M. Towards a theory of GSPA. In: Gilmore, S., Hillston, J., eds. Proceedings of the 3rd Process Algebra and Performance Modeling Workshop. Edinburgh, 1995.

- [41] Donatell, S., Hermanns, H., Hillston, J., *et al.* GSPN and SPA compared in practice. In: Baccelli, Mitrani, eds. Quantitative Modeling in Parallel Systems. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 38~51.
- [42] Ribaudo, M. Stochastic Petri net semantics for process algebras. In: Proceedings of the 6th International Workshop on Petri Nets and Performance Models. Los Alamitos CA: IEEE Press, 1995. 148~157. <http://www.computer.org/proceedings/pnpm/7210/72100148abs.htm>.
- [43] Bernardo, M., Donatiello, L., Gorrieri, R. Giving a net semantics to markovian process. In: Proceedings of the 6th International Workshop on Petri Nets and Performance Models. Los Alamitos CA: IEEE Press, 1995. 169~178. <http://citeseer.nj.nec.com/contest/59121/129308>
- [44] Buchholz, P. A notion of equivalence for stochastic petri nets. In: de Michelis, G., Diaz, M., eds. Application and Theory of Petri Nets. LNCS 935, Springer, 1995. 161~180.
- [45] Buchholz, P. Markovian process algebra: composition and equivalence. In: Herzog, U., Rettelbach, M., eds. Proceedings of the 2nd Process Algebra and Performance Modeling Workshop. Erlangen, 1994. 11~30.
- [46] Hermanns, H., Rettelbach, M. Syntax, semantics, equivalence, and axioms for MTIPP. In: Proceedings of the 2nd Process Algebra and Performance Modeling Workshop. Erlangen, 1994. 71~87. <http://citeseer.nj.nec.com/hermanns94syntax.html>.
- [47] Rettelbach, M.. Stochastische prozebalgebren mit zeitlosen aktivitäten und probabilistischen verzweigungen[Ph.D. Thesis]. Universität Erlangen-Nürnberg, 1996.
- [48] Hermanns, H., Herzog, U., Mertsiotakis, V., *et al.* Exploiting stochastic process algebra achievements for generalized stochastic petri nets. Proceedings of the 7th International Workshop on Petri Nets and Performance Models, Saint Malo: IEEE CS Press, 1997. 183~192. <http://citeseer.nj.nec.com/context/377009/186791>.
- [49] Lin, C., Marinescu, D.C. Stochastic high-level Petri nets and applications. IEEE Transactions on Computers, 1988,37(7):815~825.
- [50] Ribaudo, M. On the aggregation techniques in stochastic petri nets and stochastic process algebras. The Computer Journal, 1995,38(7):600~611.
- [51] Buchholz, P. Lumpability and nearly-lumpability in hierarchical queueing networks. In: Computer Performance and Dependability Symposium. 1995. 82~91. <http://www.ieee.org>.
- [52] Brinksma, Ed. Stochastic process algebras: Linking process descriptions with performance. 1999 IFIP TC6/WG6.1 Joint International Conference (FORTE/PSTV'99) on Formal Description Techniques (FORTE XLL) for Distributed Systems and Communication Protocols, and Protocol Specification, Testing, and Verification (PSTV XIX). 1999.
- [53] Hachtel, G., Macii, E., Padro, A., *et al.* Markovian analysis of large finite-state machines. IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1996,15(12):1479~1493.

Stochastic Process Algebras and Stochastic Petri Nets*

LIN Chuang, WEI Ya-ya

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

E-mail: clin@csnet1.cs.tsinghua.edu.cn

<http://www.tsinghua.edu.cn>

Abstract: This is a review paper about the basic model approaches and model characteristics as well as the recent works on SPA. In this paper, the difference and similarities about SPA and SPN are compared and the approach of translating SPA into the SPN semantics and exploiting SPA achievements for SPN are discussed. At the end of this paper, some research directions and open problems are presented in this area.

Key words: stochastic process algebras; stochastic petri nets; equivalence; composition; lumpability

* Received May 25, 2001; accepted September 26, 2001

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.69873012; the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1999032707