1000-9825/2001/12(09)1312-06 ©2001 Journal of Software 软件学报 Vol.12, No.9

扩展强化非对称选择网的活性和有界性*

焦 莉, 陆维明

(中国科学院 数学与系统研究院 数学研究所,北京 100080)

E-mail: wmlu@math03.math.ac.cn

http://www.amss.ac.cn

摘要: 给出了一类非对称选择网(asymmetric choice net,简称 AC 网),扩展了强化非对称选择网结构活的充分必要条件,证明了扩展强化非对称选择网如果是结构活的,其标识的活性是可判定的.同时也证明了扩展强化非对称选择网活性的单调性,并给出其结构活和结构有界的充分必要条件.

关键词: 非对称选择网(AC 网);扩展强化 AC 网;活性;有界性;活性单调性;结构活;结构有界

中图法分类号: TP301 **文献标识码**: A

对于具有异步和并发特征的离散事件系统来说,Petri 网是一种合适的工具.当用 Petri 网来模拟一个实际系统时,人们主要关心的问题之一就是要确定这个 Petri 网模型是否具有所期望的一些特性,如活性、有界性等[1].这些特性刻画了系统的动态行为:活性反映了被描述系统的整体或局部无死锁,而有界性则反映了系统无溢出.

在可达图上进行活性判定非常困难,一般是 NP 问题.然而在合适的限制下,对某些 P/T 网子类的活性判定已找到了多项式算法.目前,对状态机、标识图和(扩展)自由选择网[2~7]的活性研究比较成熟,对非对称选择网(asymmetric choice net,简称 AC 网)的活性研究也取得了一些好的结果[8~11].

我们在文献[11]的基础上扩展了所研究的网类,得到了关于结构活的一个充分必要条件,并极大地简化了文献[11]的证明.我们证明了这些结构活的 AC 网活标识是可判定的,并证明了这类 AC 网的活性在限制标识的情况下满足单调性.最后,我们给出了这类 AC 网的一个结构活结构有界的充分必要条件,把 AC 网的研究工作又向前推进了一步.

本文第 1 节给出扩展强化 AC 网的定义,说明它与其他网类的关系,给出了扩展强化 AC 网结构活的充分必要条件,并证明结构活的扩展 AC 网标识的活性可判定.第 2 节证明了扩展强化 AC 网的活性在限制标识的情况下满足单调性.第 3 节讨论并证明了扩展强化 AC 网结构活和结构有界的充分必要条件,同时讨论了强化 AC 网不可能同时满足结构活与结构有界.第 4 节总结全文.

1 扩展强化自由选择网及其活性分析

定义 1. 令 $N=(P,T;F)$是一个 Petri 网.

(1) N 是自由选择网(free choice net,简称 FC 网) iff $\forall p\in P, |p^{\cdot}|>1\Rightarrow {}^{\cdot}(p^{\cdot})=\{p\}$;

(2) N 是扩展自由选择网(extended free choice net,简称 EFC 网) iff $\forall p_1,p_2\in P, p_1^{\cdot}\cap p_2^{\cdot}\neq$

* **收稿日期**: 1999-12-30; **修改日期**: 2000-04-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60073013);国家重点基础研究发展规划 973 资助项目(G1998030416)

作者简介: 焦莉(1964-),女,河南嵩县人,博士,副教授,主要研究领域为 Petri 网,算法设计与分析;陆维明(1941-),男,浙江宁波人,研究员,博士生导师,主要研究领域为 Petri 网,软件工程,算法设计与分析.

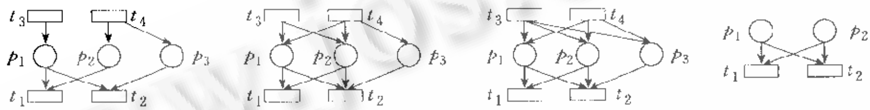
$\varnothing \Rightarrow p_1^\bullet = p_2^\bullet$;

(3) N 是非对称选择网 iff $\forall p_1, p_2 \in P, p_1^\bullet \cap p_2^\bullet \neq \varnothing \Rightarrow p_1^\bullet \subseteq p_2^\bullet$ 或者 $p_2^\bullet \subseteq p_1^\bullet$.

(4) N 是强化非对称选择网(strong asymmetric choice net,简称 SAC 网) iff N 是 AC 网,且若 $p,q \in P, p^\bullet \subset q^\bullet$,则有 ${}^\bullet p = {}^\bullet q$.

(5) N 是扩展强化非对称选择网(extended strong asymmetric choice net,简称 ESAC 网) iff N 是 AC 网,且若 $p,q \in P, p^\bullet \subset q^\bullet$,则有 ${}^\bullet p \subseteq {}^\bullet q$.

图 1 给出了几个图形以说明 ESAC 网与其他几种网类的关系. 图 1(a)是 AC 网,其中虽然有 $P_3^\bullet \subset P_1^\bullet = P_2^\bullet$,但 P_1, P_2, P_3 的前集不相互包含,所以 ESAC 网排除了这种情况. 在图 1(b)中,由于 $P_3^\bullet \subset P_1^\bullet = P_2^\bullet$, ${}^\bullet P_3 \subset {}^\bullet P_1 = {}^\bullet P_2$,所以此类网属于 ESAC 网. 图 1(c)是 SAC 网. 图 1(d)是 EFC 网. 容易看出,EFC 网$\subset$SAC 网$\subset$ESAC 网$\subset$AC 网. 所以,ESAC 网是较一般的网类,具有广泛的应用范围和实用领域.



(a) AC net (a) AC网 (b) ESAC net (b) ESAC网 (c) SAC net (c) SAC网 (d) EFC net (d) EFC网

Fig. 1 Four different subclasses of Petri net

图1 4种不同的网类

首先,我们列出一些对本文有用的已知结果.

定理 1.1[1]. FC(EFC)网系统(N,M_0)是活的,当且仅当 N 中每个非空(极小)死锁含有一个在 M_0 下标识的陷阱.

定理 1.2[1]. 如果 AC 网系统(N,M_0)中每个非空(极小)死锁含有标识的陷阱,那么(N,M_0)是活的.

定理 1.3[11]. SAC 网是结构活的,当且仅当它的每个非空(极小)死锁含有陷阱.

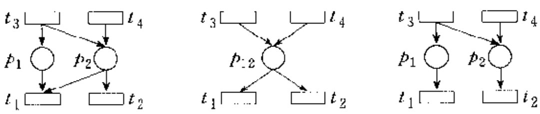
下面的定理是本节的贡献.

定理 1.4. ESAC 网是结构活的,当且仅当它的每个非空(极小)死锁含有陷阱.

证明:设 $N=(P,T;F)$是 ESAC 网.

充分性:由于 N 中每个非空极小死锁都含有陷阱,所以,一定存在标识 M 使得每个非空极小死锁含有在 M 下标识的陷阱,根据定理 1.2,(N,M)是活的,所以 N 是结构活的.

必要性:因为 N 是结构活的,所以存在标识 M 使(N,M)是活的. N 是 ESAC 网,N 中含有图 2(a)中的结构. 由于(N,M)是活的,所以 t_3,t_4 总要发生. 当 t_3 发生时,p_1,p_2 中各添加一个标识,这样,t_1 和 t_2 都可能发生;当 t_4 发生时,p_2 中添加一个标识,这时,t_2 有机会发生.



(a) (b) (c)

Fig. 2 Three different structures

图2 3种不同的结构

为了证明 N 中任一极小死锁含有陷阱,我们分两种情况加以讨论.

(1) N 中的极小死锁 H 不含有如图 2(a)所示的结构中的 p_1 和 p_2. 我们用如图 2(b)所示的中结构替代如图 2(a)所示的结构以后,得到相应的网 N',其相应标识为 M'. 容易看出,(N,M)的活

性保证了(N',M')的活性.由于N'是(E)FC并且(N',M')是活的,根据定理1.1,N'中每个非空极小死锁H'含有在M'下标识的陷阱.而H就是N'中的极小死锁,因此我们证明了N中的(极小)死锁H含有陷阱.

(2) N中的(极小)死锁H含有如图2(a)所示结构中的库所元素.由p_1,p_2的结构特点以及极小死锁的定义可知,p_1和p_2不可能同时属于一个极小死锁.因此,我们又分两种情况加以讨论:

(2.1) 如果H含有p_2,那么N'中的极小死锁H'一定含有p_{12}(p_{12}由N中的p_1与p_2合并而成).因为(N,M)是活的,所以(N',M')也是活的.由定理1.1可知,H'含有标识的陷阱,所以N中H也含有陷阱.

(2.2) 如果H含有p_1,那么用如图2(c)所示的结构替代如图2(a)所示的结构以后,原来的网系统(N,M)转化为网系统(N'',M''),容易看出,(N,M)的活性保证了(N'',M'')的活性,而N''是(E)FC.根据定理1.1,H''(与H相对应的N''中的极小死锁)含有M''下标识的陷阱,所以H中含有陷阱.

综上所述,我们证明了N中任意一个非空极小死锁H含有陷阱. □

利用定理1.4的证明方法可以大大简化文献[11]对定理1.3的证明,而且在文献[11]中并没有给出结构活的SAC网活标识的判定.下面,我们将证明结构活的ESAC网,其标识的活性是可判定的.

定理1.5. 设N是ESAC网,N是结构活的,则对任意一个标识M_0,(N,M_0)的活性是可判定的.

证明:因为N是结构活的,根据定理1.4,N中任意一个非空极小死锁H都含有陷阱.

(1) 如果每一个极小死锁H中都含有M_0下标识的陷阱,根据定理1.2,(N,M_0)是活的,即M_0是活标识.

(2) 如果存在一个极小死锁H,H中任何陷阱在M_0下均不被标识,那么要分以下3种情况加以讨论:

(2.1) 如果H中不含有结构图2(a)中的p_2,根据定理1.2,(N,M_0)是不活的,即M_0不是活标识.

(2.2) 如果H中含有上述结构的p_2,但p_2在M_0下没有被标识,根据定理1.2,(N,M_0)是不活的,即M_0不是活标识.

(2.3) 如果H中含有上述结构的p_2且p_2被M_0标识,那么由定理1.4的证明过程可知,p_2经t_2一定流入H所包含的一个陷阱中,于是,H中就会含有被标识的陷阱,所以(N,M_0)是活的,即M_0是活标识.

综上所述,对于结构活的ESAC网,其标识的活性是可判定的. □

2　ESAC网活性的单调性

定义2.1. 设(N,M)是Petri网系统,(N,M)是活的,如果对$\forall M'\geq M$,(N,M')也是活的,则称(N,M)的活性满足单调性.

对已知的一些网类,比如状态机、标识图,自由选择网系统的活性均具有单调性,而非对称自由选择网系统,虽然它包含了上述子网系统,是较大的网系统,但其活性不具有单调性.

引理2.1[11]. 令$\Sigma_0=(N,M_0)$是SAC网系统,满足:若$\exists\, t\in T$,$^{\cdot}t=\{p_1,\ldots,p_m\}$,$P_1^{\cdot}\subseteq P_2^{\cdot}\subseteq\ldots\subseteq P_{k-1}^{\cdot}\subset P_k^{\cdot}=\ldots=P_m^{\cdot}=\{t_1,\ldots,t_l\}$,则对于$p\in P$,且$P^{\cdot}\subset P_k^{\cdot}$,有$M_0(p)\geq\min(M_0(p_k),\ldots,$

$M_0(p_m))$,那么 $t_1,\ldots,t_l$ 在 $\forall M\in R(M_0)$ 下必同时可发生或同时不能发生.

从引理 2.1 可以直接得到引理 2.2.

引理 2.2. 令 $\Sigma_0=(N,M_0)$ 是 ESAC 网系统,满足:若 $\exists t\in T$, ${}^\cdot t=\{p_1,p_2,\ldots,p_m\}$, $p_1^\cdot\subseteq p_2^\cdot\subset\ldots\subset p_{k-1}^\cdot\subset p_k^\cdot=\ldots=p_m^\cdot=\{t_1,t_2,\ldots,t_l\}$,则对于 $p\in P$,且 $p^\cdot\subset p_k^\cdot$,有 $M_0(p)\geq\min(M_0(p_k),\ldots,M_0(p_m))$,那么 $t_1,\ldots,t_l$ 在 $\forall M\in R(M_0)$ 下必同时可发生或同时不能发生.

定理 2.1. 令 $\Sigma_0=(N,M_0)$ 是 ESAC 网系统,若满足引理 2.2 的条件,则 Σ_0 的活性具有单调性.

证明:若 Σ_0 是活的,根据定理 1.4,N 中的每一个非空极小死锁含有陷阱.又因为 Σ_0 满足引理 2.2的条件且由定理 1.5 的证明过程可知,N 中的每一个非空极小死锁含有 M_0 下标识的陷阱.对 $\forall M_i>M_0$,N 中的每一个非空极小死锁当然也含有 M_i 下标识的陷阱.根据定理 1.2,$\Sigma_i=(N,M_i)$ 是活的,即 Σ_0 的活性满足单调性. □

3 ESAC 网的结构活与结构有界性

有界性是 Petri 网的主要行为特征之一,特别是,在实际应用中用户比较关心.因此,这里有必要对 ESAC 网的有界性进行讨论.

首先对于 SAC 网,可以得到下面的定理.

定理 3.1. 结构活的 SAC 网(不是 EFC 网)不是结构有界的.

证明:因为在 SAC 网(不是 EFC 网)中含有如图 1(c)所示的结构,如果这样的 SAC 网 N 是活的,那么一定存在标识 M_0,(N,M_0)是活的,所以,图 1(c)中的 t_3 总要发生.t_3 的发生使 p_1 和 p_2 中各增加一个标识,因而 t_1 和 t_2 都有机会发生.但如果 t_2 发生,p_1 中的标识仍滞留其中,由于活性,t_2 和 t_3 可无限次地发生,因此 p_1 中托肯的数目就会无限增加,所以(N,M_0)是无界的.即含有图 1(c)中结构的 SAC 网不是结构有界的. □

为了证明 ESAC 网结构活和结构有界的充分必要条件,我们先证明以下 3 个命题.

引理 3.1[11]. 设 N 是一个 AC 网,$H\subseteq P$ 是 N 的一个死锁.H 是极小死锁,当且仅当以下两个条件成立:(1) $\forall t\in H^\cdot$,$|{}^\cdot t\cap H|=1$;(2) H 是 P 连通的.

命题 1. 如果 ESAC 网 N 是结构活和结构有界的,那么 N 中的每个非空极小死锁一定是一个陷阱.

证明:因为 N 是结构活的,所以存在标识 M_0,(N,M_0)是活的.设 H 是 N 的任意一个极小死锁,根据定理 1.4,H 一定包含一个陷阱 S.根据引理 3.1,对 $\forall t\in H^\cdot$ 有 $|{}^\cdot t\cap H|=1$,而 $S\subseteq H$,所以 $\forall t\in S^\cdot$,$|{}^\cdot t\cap S|=1$.

由陷阱的定义可知,$\forall t\in S^\cdot$,$|t^\cdot\cap S|\geq 1$.因此,执行 N 中任一变迁都不会减少 S 的标识.如果 $H\neq S$,则一定存在一个变迁 $t\in{}^\cdot S$,但 $t\notin S^\cdot$.由于(N,M_0)是活的,并从极小死锁的 1-输入性可知,执行 $S^\cdot$ 中的任意一个变迁都不会减少 S 中的标识.再由(N,M_0)的活性可知,变迁 t 能够不断地执行,而 t 的执行将单调增加 S 中的标识,这与(N,M_0)的有界性矛盾.所以,$H=S$,即 N 中每个非空极小死锁一定是一个陷阱. □

命题 2. 如果 ESAC 网 $N=(P,T;F)$是结构活和结构有界的,那么 N 中的任何一个极小死锁 H 满足:$\forall t\in H^\cdot$,有 $|{}^\cdot t\cap H|=|t^\cdot\cap H|=1$.

证明:根据命题 1,N 中的每一个极小死锁是陷阱,所以对 $\forall t\in H^\cdot$,有 $|t^\cdot\cap H|\geq 1$,由引理 3.1 可知,$|{}^\cdot t\cap H|=1$.

如果$\exists t\in H^{\cdot}$，$|t^{\cdot}\cap H|>1$，因为N是结构活的，所以存在M_0，(N,M_0)是活的，t的执行将单调增加H的标识，这与网N的有界性矛盾.因此$|t^{\cdot}\cap H|=1$，所以$|{}^{\cdot}t\cap H|=|t^{\cdot}\cap H|=1$. □

引理 3.2[10]. AC网系统(N,M_0)是活的，当且仅当每个(极小)死锁H对于$\forall M\in R(M_0)$，$\exists p\in H$满足$M(p)\geq 1$. □

定义 3.1. (N,M_0)是Petri网系统，N中的死锁H称为可控制的，当且仅当$\forall M\in R(M_0)$，有$M(H)\geq 1$.

引理 3.3. (N,M_0)是一个Petri网系统，H是N中的一个死锁，如果在M_0下，H是可以控制的，则对$\forall M$，满足$M(p)=M_0(p)(p\in H)$且$M(p)\leq M_0(p)(p\notin H)$，有：$H$在$M$下也是可控制的.

证明：如果H在M下是不可控制的，那么一定存在$M'\in R(M)$和一个变迁序列σ满足：$M[\sigma>M'$且$M'(H)=0$.

因为$\forall p\in N,M(p)\leq M_0(p)$，所以变迁序列$\sigma$同样可以在$(N,M_0)$中执行，并产生一个新标识$M'_0(M_0[\sigma>M'_0)$.但是，执行$\sigma$将会导致$M'_0(H)=0$(因为$\forall p\in H,M(p)=M_0(p)$)，这与引理中的条件矛盾，故引理成立. □

命题 3. 如果$N=(P,T;F)$是结构活和结构有界的ESAC网，那么$\forall p\in P$一定被包含在一个极小死锁中.

证明：假设存在$p\in P$不被包含在任何极小死锁中，由于任何结构活和结构有界的Petri网都是强连通的，所以p至少有一个输入变迁.因为N是结构活的，所以一定存在一个活的标识M_0，又因为N是结构有界的，故存在$M'\in R(M_0)$且$M'(p)$为p的最大可达标识.

令$M''(p)=0,M''(q)=M'(q)(q\neq p)$.由于$(N,M')$是活的，根据引理3.2，$N$中每一个极小死锁在$M'$下是可控制的.再利用引理3.3和$p$不被包含在任何极小死锁中，则有$N$中的任何极小死锁在$M''$下是可控制的.根据引理3.2，$(N,M'')$是活的.因此，一定存在$M''_1\in R(M'')$使$M''_1(p)\neq 0$.

定义新标识M'''如下：$M'''(p)=M''_1(p)+M'(p)$，$M'''(q)=M''_1(q)(q\neq p)$，容易看出，$M'''\in R(M')$，而$M'\in R(M_0)$，故$M'''\in R(M_0)$.但是，$M'''(p)>M'(p)$，这与$M'(p)$是$p$的最大可达标识矛盾.故$\forall p\in P$一定属于$N$中的某一个极小死锁. □

定理 3.2. ESAC网$N=(P,T;F)$是结构活和结构有界的，当且仅当

(1) N中的任何一个非空极小死锁H是一个陷阱；

(2) $\forall t\in H^{\cdot}:|{}^{\cdot}t\cap H|=|t^{\cdot}\cap H|=1$；

(3) $\forall p\in P$一定被包含在一个极小死锁中.

证明：必要性.设ESAC网$N=(P,T;F)$是结构活和结构有界的.由命题1～3可分别推出上述(1)～(3)成立.

充分性.由(1)可得，N中任何一个非空极小死锁H是一个陷阱，根据定理1.4，N是结构活的.

令M为N的一个标识，$H_1,\ldots,H_n$为N中的所有极小死锁，由(1)和(2)可知，执行T中任何变迁不会改变极小死锁$H_1,H_2,\ldots,H_n$中的标识.由(3)可推出，$\forall p\in P,M(p)\leq M(H_1)+M(H_2)+\ldots+M(H_n)$，因此，$(N,M)$是有界的.由$M$的任意性可知，$N$是结构有界的. □

4 结　论

本文定义了ESAC网，从其定义可以看出，ESAC网包含了(E)FC网，但其结构活仍可用极小

死锁的结构特性来刻画.由此可见,这类AC网更具一般性.本文扩展了活性满足单调性的网类,并对结构活和结构有界的ESAC网进行了深入的讨论.有关算法,特别是多项式时间算法,将是今后工作的重点.

References:

[1] Murata, T. Petri nets: properties, analysis and applications. Proceeding of IEEE, 1989,77(4):541~580.

[2] Commoner, F., Holt, A.W., Even, S., *et al*. Marked directed graphs. Journal of Computer System Science, 1971,5(5): 511~523.

[3] Hack, M. Analysis of production schemematа by petri nets [MS. Thesis]. Cambridge, MA: Department of Electromic Engineering, MIT, 1972.

[4] Esparza, J., Silva, M. A polynomial-time algorithm to decide livenessof bounded free-choice nets. Theoretical Computer Science, 1992,102:185~205.

[5] Barkaoui, K., Couvreut, J.M., Dutheillet, C. On liveness in extended nonself-controlling nets. Lecture Notes in Computer Science, 1995,935:25~44.

[6] Kemper, P., Bause, F. An efficient polynomial-time algorithm to decide liveness and boundedness of free choice nets. Lecture Notes in Computer Science, 1992,616:263~278.

[7] Zhen, Qiang, Lu, Wei-ming. On liveness and safeness for weighted extended free choice nets. Journal of Software, 2000, 11(3):308~314 (in Chinese).

[8] Lu, Wei-ming, Zhen, Qiang. The study of petri net system liveness. Journal of Computer Science, 1999,26(4):1~4 (in Chinese).

[9] Best, E. Structure theory of petri nets: the free choice hiatus. Lecture Notes in Computer Science, 1986,254:168~205.

[10] Barkaoui, K. Pradat-Peyre, J. On liveness and controlled siphons in petri nets. Lecture Notes in Computer Science, 1996, 1091:57~72.

[11] Zhen, Qiang, Lu, Wei-ming. On liveness of asymmetric choice nets. Journal of Software, 1998,9(5):354~359 (in Chinese).

附中文参考文献:

[7] 甄强,陆维明.论加权扩充自由选择网的活性与安全性.软件学报,2000,11(3):308~314.

[8] 陆维明,甄强.Petri网系统活性与研究.计算机科学,1999,26(4):1~4.

[11] 甄强,陆维明.论非对称选择网的活性.软件学报,1998,9(5):354~359.

Liveness and Boundedness of Extended Strong Asymmetric Choice Nets*

JIAO Li, LU Wei-ming

(*Institute of Mathematics, Mathematics and System Science Academy, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080, *China*)

E-mail: wmlu@math03.math.ac.cn

http://www.amss.ac.cn

Abstract: In this paper, the necessary and sufficient condition of structural liveness for a subclass of Asymmetric Choice nets, extended strong AC nets, is presented. Moreover, it is proved that the marking liveness of these structurally live extended strong AC nets can be judged in case they are structural live. Then the liveness monotonicity for extended strong AC nets is proved and a necessary and sufficient condition for structural liveness and structural boundedness of extended strong AC nets is given in the contribution.

Key words: AC net (asymmetric choice); extended strong AC net; liveness; boundedness; liveness monotonicity; structural liveness; structural boundedness

* Received December 30, 1999; accepted April 25, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 60073013; the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No. G1998030416