

基于任意骨架的隐式曲面造型技术*

方向¹ 鲍虎军¹ 王平安² 彭群生¹

¹(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

²(香港中文大学计算机科学与工程系 香港)

E-mail: xfang@cad.zju.edu.cn

摘要 给出了一个新的基于任意多面体网格骨架的构造性自由曲面造型算法。算法首先由每个给定骨架构造出一个距离场,然后利用隐函数光滑过渡技术和 CSG(constructive solid geometry)表示技术将所构造的隐式曲面自由地两两粘合成一张光滑曲面。隐式曲面的多边形化算法则用来生成最终曲面网格。以任意骨架作为基本体素,突破了传统隐式曲面以点为基本骨架的限制。而且,距离曲面很好地逼近了原骨架形状,使用户可直观地对复杂曲面进行交互设计,而形变函数的引入,则极大地丰富了此方法的造型能力。实验结果表明,基于该算法的原型系统能够方便、直观地构造复杂的自由曲面。

关键词 距离曲面,隐式曲面,自由曲面,CSG(constructive solid geometry)树,曲面造型。

中图法分类号 TP391

由于直观的可控性,参数曲面造型技术是多数曲面造型系统的基础。但以 NURBS 曲面为代表的参数曲面造型技术却因其规则的四边拓扑控制网和分片性质而难以方便地构造各种复杂形状的自由曲面^[1]。特别是在构造光滑的封闭曲面时要解决 N 边洞问题,这在三维计算机动画系统中表现得尤为明显。于是,从 70 年代末开始,出现了一大批新的曲面造型技术来弥补 NURBS 曲面造型技术的不足,其代表技术有:一般拓扑控制网的 B 样条曲面^[2]、三角域上的 B 样条曲面^[3]和隐式曲面造型技术^[4]。

与参数曲面相比,隐式曲面具有鲜明的优缺点,它不易控制,难以直观显示,但用户可以方便地判定空间点与隐式曲面的相对位置,而且其光滑性非常高。可以说,参数曲面和隐式曲面两者具有很好的互补性。目前,隐式曲面造型技术主要有两类,一类是定义在三角域上的代数曲面造型技术^[5],另一类则是通过抽取所生成标量场的等值面来生成最终曲面^[4]。特别是,后者给基于隐式曲面的交互设计带来了一场革命性的变革,用户可通过交互修改各个 metaball 或 blobby 元素来局部修改隐式曲面,进而生成复杂形状的光滑曲面。本质上,metaball 曲面是一张由一些 metaball 基本元素所定义的标量场的等值面。但由于 metaball 元素的单一性,metaball 系统构造一张复杂形状曲面需要大量基本体素,且用户对此难以有效地控制,这给交互设计带来了极大的困难。

注意到 metaball 方法实际上采用点作为骨架来构造距离场,有些研究者提出了采用线、面等元素作为骨架的隐式曲面构造方法^[6]。但这些方法通常计算量极大,从而影响了其应用。针对这一问题,本文提出了一种基于任意骨架的隐式曲面造型方法。这里的任意骨架是指任意的二维定向流形多边形网格。因为骨架的拓扑结构不受限制,而骨架的形状又较好地控制了最终结果,所以用户能够方便而直观地利用各种骨架进行曲面设计。

对于给定骨架,可定义唯一确定的有号距离场,从而获得一个隐函数。考虑到在实际距离曲面造型过程中,

* 本文研究得到国家杰出青年基金(No. 69925204)、香港研究资助局(RGC)合作研究中心项目基金和高等学校骨干教师基金资助。作者方向,1973年生,博士生,主要研究领域为隐式曲面,曲面造型技术,CAD/CAM。鲍虎军,1966年生,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为计算机图形学,计算机辅助几何设计,实时图形绘制技术。王平安,1961年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为医学中的虚拟现实技术,科学可视化,3D医学图像,造型及动画技术。彭群生,1947年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机图形学,虚拟现实技术,真实感图形,CAD。

本文通讯联系人:方向,杭州 310027,浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室

本文 2000-02-28 收到原稿,2000-04-12 收到修改稿

我们并没有必要精确计算空间点到骨架的有向距离,故本文采用变分插值技术来近似表达一个多面体骨架的距离场,从而解析表达了距离场,并加速了距离计算.最后,通过引入场的融合技术和 CSG(constructive solid geometry)树造型技术,实现了各个骨架距离曲面的光滑过渡和布尔操作.

1 任意骨架的距离场表示

尽管在数学上我们可以给出一个骨架的距离曲面的抽象描述,即 $f(X)=r$ (其中 r 为点 X 到骨架的最近有向距离),但最近距离 r 的计算并不是一件容易的事^[7,9].因而对于复杂的骨架,如何高效地建立给定骨架的距离场则是问题的关键.目前,常用的方法是建立一种包含骨架的三维均匀网格结构,计算每一网格点的场值(即距离 r),进而抽取等值面.但由于抽取等值面时,只涉及到少量网格,因而这一方法将导致大量的计算浪费.为此,Markosiam 等人^[8]从多面体骨架上的顶点(粒子)出发,逐次迭代,将这些粒子移向目标距离曲面.但该方法在新加入骨架改变了原模型的拓扑结构时会遇到困难,而且在迭代过程中会受到最近点计算不稳定的影响.

对于给定的一个定向、二维流形多边形网格 S ,它唯一定义了三维空间的距离场 $d(X,S)$,这里 d 表示空间点 X 到 S 的最近有向距离,有号是指能够区分点相对骨架的内外.这样,距离 S 为 $r(r \in R)$ 的距离曲面,可定义为 $d(X,S)=r$.

显然,这是一个高度复杂的非线性函数,难以给出其精确的解析表达式,而只能通过逼近技术来表示此距离函数.在本节中,我们将给出一种基于变分插值的近似距离场表示.

1.1 基于变分插值的近似解析距离场

在实际造型中,由于骨架本身并不光滑,所以无需精确地构造其距离场.因此,可以在由此骨架定义的距离场中选取一系列采样点来插值此距离场.首先可选择骨架的顶点 P_i 作为采样点,因为其距离场值可简单确定,即为 0.但因为仅有 0 采样点不能保证此插值问题存在有效解,所以要加入一些非 0 采样点.我们选择在每个顶点 P_i 处沿其法向 N_i 找到一个非 0 采样点,显然点 P_i+hN_i 处的距离场值为 h (若 S 的法向量指向体外,为防止出现点 P_i+hN_i 进入骨架 S 的内部这种情况,通常取 h 为一个较小的正值,如 0.01).这样,问题就转化为:给定顶点数为 m 的骨架 S ,求三维标量函数 $f(P)(P \in R^3)$,满足:

$$f(C_i)=h_i = \begin{cases} 0, & \text{当 } C_i=P_i \\ h, & \text{当 } C_i=P_i+hN_i \end{cases}, \quad i=1,2,\dots,m. \quad (1)$$

这是一个典型的多变量散乱数据插值问题.本文采用变分插值技术来求解 $f(P)$,并采用能量函数来衡量插值曲面 f 的质量,这本质上是一种带非线性约束的插值问题,其约束泛函就是使所含的能量达到最小.在二维情形下,通常采用如下薄板(thin-plate)能量泛函:

$$E = \int_{\Omega} f_{xx}^2(P) + 2f_{xy}^2(P) + f_{yy}^2(P), \quad (2)$$

其中 f_{xx} , f_{xy} 和 f_{yy} 表示函数 f 的二阶偏导数, Ω 为插值型值点所覆盖的区域.能量 E 本质上是函数 f 在 Ω 上的一种平方曲率的估计.由于当曲面出现皱折时,能量 E 将增大,故 E 的极小化使得曲面较为光滑.

上述能量泛函可方便地推广到高维情形^[10],且其解为由 radial 基函数 $\varphi(X)$ 的线性组合及一个线性项 $Q(X)$ 组成,其一般表达式为

$$f(X) = \sum_{j=1}^M d_j \varphi(X-C_j) + Q(X). \quad (3)$$

其中 $M=2m$, d_j 为组合系数, $Q(x) = q \cdot X^T + q_0$, q_0 为常系数, q 为与 X 维数相同的向量.其中基函数 φ 的选择有多种, Duchon 等人^[11]详细研究了各种变分插值问题,常用的二维和三维情况下的基函数分别为 $\varphi(X) = |X|^2 \log |X|$ 和 $\varphi(X) = |X|^3$.因而,函数 f 的求解转化为求解如下的线性方程组:

$$h_i = \sum_{j=1}^M d_j \varphi(C_i-C_j) + Q(C_i), \quad i=1,2,\dots,M.$$

在三维情形下,若记 $\varphi_i = \varphi(C_i-C_j)$, 线性项未知系数 q 为 $[q_x, q_y, q_z, q_0]$, 则上述线性方程组可表达为

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1M} & P_{1x} & P_{1y} & P_{1z} & 1 \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2M} & P_{2x} & P_{2y} & P_{2z} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{M1} & \varphi_{M2} & \dots & \varphi_{MM} & P_{Mx} & P_{My} & P_{Mz} & 1 \\ P_{1x} & P_{2x} & \dots & P_{Mx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{1y} & P_{2y} & \dots & P_{My} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P_{1z} & P_{2z} & \dots & P_{Mz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_M \\ q_x \\ q_y \\ q_z \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

此方程的系数矩阵是对称半正定的,因而有唯一的解 d 和 q_x, q_y, q_z, q_0 , 可直接通过数值求解得到.

利用上述变分插值技术, 我们可方便地构造出由骨架 S 定义的近似距离场 $f(X)=r(r \in R)$. 这是一个典型的隐式曲面. 一旦给定参数 r , 我们就可以得到一张等值面的解析函数. 并且因为骨架本身是定向的, 即若骨架顶点的法向都指向骨架外, 则插值的距离场值在骨架外为正, 在内部为负.

1.2 距离曲面的显示

对隐式曲面的显示技术有两种, 一种是多边形化技术, 另一种是光线跟踪技术. 后者由于需要直接计算光线与隐式曲面的最近交点, 且为视点依赖的, 因而难以快速显示隐式曲面, 使它无法在交互造型系统中得到应用. 目前, 隐式曲面的交互设计主要采用多边形化显示技术.

Marching-cube 方法是最常用的隐式曲面多边形化技术^[12]. 但该技术 在抽取等值面时会盲目地计算大量无关节点的距离值, 算法效率较低. Bloomenthal 给出了一种优化采样策略^[8]. 该算法首先从曲面的一种子点出发, 并依次在前面访问过的采样点附近生成新的采样点. 由于这一算法只需计算这些采样点处的函数值(距离)且利用了曲面的空间连贯性向外扩张, 因而算法效率较高. 本文即采用 Bloomenthal 算法来抽取距离曲面, 与传统的 Marching-cube 算法不同, 我们无需冗长的预处理, 算法效率较高.

2 复杂曲面的构造

一般来说, 抽取的距离曲面的形状是对骨架 S 的一个光滑逼近曲面. 尽管目前有很多造型技术可构造出复杂的骨架, 进而抽出所需曲面, 但这将对距离场的构造及其等值面抽取带来巨大的计算耗费, 而且需要用户一次就构造出逼近结果的骨架网格也不方便交互修改. 为此, 本算法首先用一些简单的骨架 S_i 来分别构造距离场 f_i , 进而由各种操作将距离场函数 f_i 融合成一个复杂的距离场 f , 最后抽取距离场 f 的等值面即得最终曲面. 下面将给出用于距离场间融合的造型函数.

2.1 距离曲面间的光滑过渡

隐式曲面间的光滑过渡是直接的. 若记 f_A 和 f_B 分别是骨架 A, B 所定义的两个距离场, 则它们的光滑融合可简单地将它们相加而得, 即所生成的新距离场 $f_{A \cdot B}$ 为 $f_{A \cdot B} = f_A + f_B$. 更进一步地, 将新融合的距离场定义为^[1] $f_{A \cdot B} = (f_A^n + f_B^n)^{1/n}, n \in R$. 参数 n 可有效地控制两距离场间的过渡方式.

显然, 上述两种过渡方式是全局的, 即 A 的距离场对 B 的距离场中的每点均产生影响, 反之亦然. 而且这种全局影响是与骨架间的相互距离成正比的, 从而严重改变新等值面的形状, 并使得用户难以对融合曲面形状实行有效的控制. 为此, 我们通过引入势函数 g 使骨架的影响随距离值衰减, 并对每个骨架均定义一个影响距离, 以控制其影响范围, 则新的距离场表示为

$$E_S(P) = \begin{cases} g(f_S(P)), & d(P, S) < d, \\ 0, & d(P, S) \geq d. \end{cases}$$

上式中, d 为用户确定的影响距离, $f_S(P)$ 为定义在骨架 S 上的距离场, 势函数 g 的选择有许多种. 目前, 我们采用了指数函数, 即 $g(t) = e^{-t}$. 这样, 对给定的两个距离场 f_A 和 f_B , 我们就可方便地构造局部化场函数 E_A 和 E_B , 进而得到新的融合场函数 $E_{A \cdot B}$:

$$E_{A \cdot B} = (E_A^n + E_B^n)^{1/n}. \quad (5)$$

抽取 $E_{A \cdot B}$ 的等值面即得两距离场的融合曲面. 图 1 显示了取不同影响距离 d_i 和指数 n 值时两球形骨架融合后的等值面. 这些参数使得用户能方便地控制两曲面间过渡区域的形状. 注意, 当影响距离取得太小时(如图 1 中 $n=2, d_i=0.2$ 时), 过渡区可能由于影响区的截断作用而不光滑.

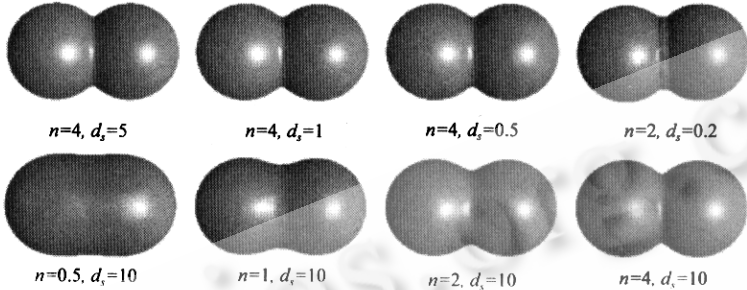


Fig. 1 Blend and its controlling parameters

图 1 Blend 及其控制参数

2.2 距离场的 CSG 表示

构造几何法(CSG)是三维立体造型技术中的一种基本方法. 该技术通过布尔运算(交、并、差)将基本体素以一定的顺序构造出复杂的形体. 整个造型过程则简单地表示为一棵二叉树, 我们称之为 CSG 树. 该树的叶结点表示参与构造的一些基本体素, 中间结点表示布尔运算, 根结点即为所构造的物体.

类似地, 我们亦可引进距离场的 CSG 树表示, 其叶结点为一些基本骨架所定义的距离场, 中间结点表示距离场间的二元运算, 根结点就是最终生成的距离场. 整个 CSG 树通过用户交互建立.

距离场间的二元运算包括以下 5 种运算:

- 并运算(Union): $E_{A \cup B} = \max(E_A, E_B) - T$;
- 交运算(Intersecdtion): $E_{A \cap B} = \min(E_A, E_B) - T$;
- 差运算(HardSubtract): $E_{A-B} = \min(E_A - T, T - E_B)$;
- 差运算(SoftSubtract): $E'_{A-B} = E_A(-f_A(P)) + E_B - T$;
- 过渡运算(Blend): $E_{A \cdot B} = (E_A^n + E_B^n)^{1/n} - T$.

以上各式中 T 为要抽取的距离曲面的阈值. 同时, 为了丰富造型手段, 我们还对每个 CSG 树结点引入一个形变函数 Warp, 它是一元函数. 若记当前结点的场函数为 E , 则经形变操作 Warp 作用后, 该结点场值 E_{new} 为

$$E_{new}(P) = \text{Warp}(E(P)) = E(\omega(P)),$$

其中 $\omega(P)$ 为一个 $R^3 \rightarrow R^3$ 的形变函数. $\omega(P)$ 可以是传统 Barr 形变函数^[14]、自由变形(FFD)^[15]或用户交互给定的函数.

形变函数的引入, 极大地丰富了本算法的造型手段. 图 2 给出了距离场经形变作用前后抽取的等值面.



Fig. 2 Warping operation

图 2 形变操作

3 执行结果

图 3 给出了两距离场经布尔操作后的等值面. 其中 SoftSubtract 为通过引入负体布尔减操作的效果, 与 HardSubtract 相比, 它不会生成尖锐的边角. 而并运算(Union)与过渡运算(Blend)的主要区别在于, Blend 在一起的两曲面间是光滑过渡的. 图 4 给出了人体胸部的整个 CSG 树造型过程, 其中“+”对应于并运算, “b”对应于过渡运算, 根结点即是最终的结果.

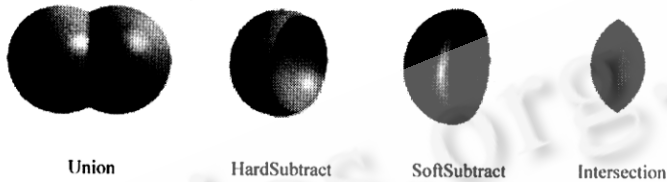


Fig. 3 The Boolean operations between two spherical skeletons

图 3 两球形骨架间的布尔操作

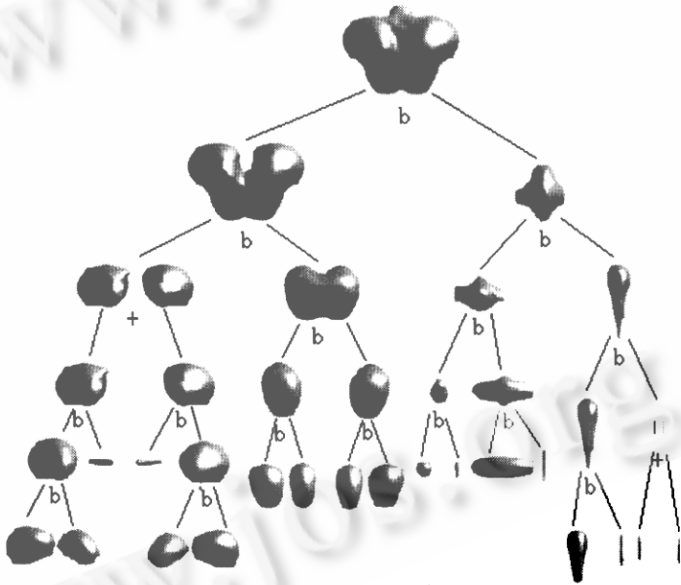


Fig. 4 Express the modeling process as a CSG tree

图 4 造型过程的 CSG 树表示

应用距离场曲面造型方法, 我们还成功地构造了一个人腿模型, 如图 5 所示.

本文引入了距离场的解析表示方法, 使得生成的距离场曲面自然光滑. 对于由大量简单骨架定义的形体, 解析法能够获得更好的结果. 与 SKIN^[9]方法相比, 该方法的最终结果与用户的交互顺序无关, 且能够自动处理新加入骨架对整个形状拓扑的改变. 图 6 显示了一个含拓扑改变的茶杯模型.

4 结论

本文给出了一种基于任意骨架的隐式曲面造型方法, 因为可采用任意拓扑结构的多边形网格作为骨架, 使用户可以用较少的骨架构造出复杂的曲面模型, 避免了传统隐式曲面方法难以协调复杂情况下各 Metaball 球心位置和大小以及需要使用大量简单 Metaball 的问题. 实验结果表明, 该方法非常适合于构造具有光滑表面的

自然形状,如人体、动物、骨骼等。另外,此算法还可用于生成由大量散乱数据定义的复杂曲面的重建以及可视化环境中对较稀疏数据场的拟合。

本文所采用的变分插值方法,由于其基函数不具有局部性,使得造型过程中对骨架交互修改要进行距离场的重构。因此,找到一种适当的具有局部支撑区间的基函数是今后的研究目标之一。

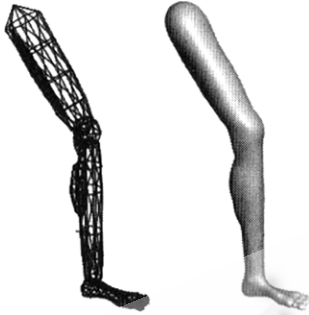


Fig. 5 A leg constructed by 19 simple skeletons

图 5 由 19 个基本骨架构造的人腿模型



Fig. 6 A cup model including topology change

图 6 含拓扑改变的茶杯模型

参考文献

- 1 Farin G. Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design. 4th ed. Boston: Academic Press, 1996
- 2 Catmull E, Clark J. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes. Computer Aided Design, 1978,10(6):350~355
- 3 Greiner G, Seidel H. Modeling with triangular B-splines. IEEE Computer Graphics and Applications, 1995,15(1):56~60
- 4 Bloomenthal J, Bajaj C, Blinn J *et al.* Introduction to Implicit Surfaces. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1997
- 5 Sederberg T. Piecewise algebraic surface patch. Computer-Aided Geometric Design, 1985,2(1):53~59
- 6 Bloomenthal J, Shoemake K. Convolution surfaces. Computer Graphics, 1991,25(4):251~256
- 7 Bradley P, Toga A. Distance field manipulation of surface models. IEEE Computer Graphics and Applications, 1992,12(1):65~71
- 8 Markosian L, Cohen J, Crulli T, Hughes J. Skin: a constructive approach to modeling free-form shapes. In: Rockwood A ed. SIGGRAPH'99 Conference Proceedings. Los Angeles: ACM Press, 1999. 393~400
- 9 Cohen-Or D, Levin D, Solomovici A. Three-dimensional distance field metamorphosis. ACM Transactions on Graphics, 1998,17(2):116~141
- 10 Turk G, O'Brien J. Shape transformation using variational implicit functions. In: Rockwood A ed. SIGGRAPH'99 Conference Proceedings. Los Angeles: ACM Press, 1999. 335~342
- 11 Duchon J. Splines minimizing rotation-invariant semi-norms in sobolev spaces. In: Dolb A, Eckmann B eds. Constructive Theory of Functions of Several Variables. Lecture Notes in Mathematics. New York: Springer-Verlag, 1977. 85~100
- 12 Lorensen W, Cline H. Marching cubes: a high resolution 3-D surface construction algorithm. Computer Graphics, 1987, 21(4):163~169
- 13 Bloomenthal J. An implicit Surface Polygonizer. In: Heckbert P ed. Graphics Gems IV. New York: Academic Press, 1994. 324~349
- 14 Barr A. Global and local deformations of solid primitives. Computer Graphics, 1984,18(3):21~30
- 15 Sederberg T W, Scott R P. Free-Form deformations of solid geometric models. Computer Graphics, 1986,20(4):151~160

Implicit Surface Modeling Based on General Skeletons

FANG Xiang¹ BAO Hu-jun¹ HENG Pheng-ann² PENG Qun-sheng¹

¹(State Key Laboratory of CAD & CG Zhejiang University Hangzhou 310027)

²(Department of Computer Science and Engineering Chinese University of Hong Kong Hong Kong)

Abstract A novel constructive algorithm is presented to model free-form surfaces based on general skeletons in this paper. Each skeleton is first used to construct a distance field, then a smooth implicit surface is generated by using the implicit function blending and CSG (constructive solid geometry) representation technique. The final surface mesh is achieved by polygonizing the implicit function. By using the general skeletons as primitives, the authors break the limitation of traditional implicit method which uses points as primitives. The distance surface fits the shape of the original skeleton well, which makes users be able to interactively design complex surfaces intuitively. Furthermore, the introduced warping function greatly enriches the modeling means. The experimental results demonstrate that the prototype system based on this algorithm can conveniently and intuitively construct complex free-form surfaces.

Key words Distance surface, implicit surface, free-form surface, CSG (constructive solid geometry) tree, surface modeling.