

# 一个新的高阶双向联想记忆模型及其性能估计\*

陈松灿<sup>1</sup> 朱梧楹<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(南京航空航天大学计算机系 南京 210016)

<sup>2</sup>(南京大学计算机软件新技术国家重点实验室 南京 210093)

**摘要** 提出了一个新的高阶双向联想记忆模型,它推广了由 Tai 及 Jeng 所提出的高阶双向联想记忆模型 HOBAM (higher-order bidirectional associative memory) 及修正的具有内连接的双向联想记忆模型 MIBAM (modified intraconnected bidirectional associative memory), 通过定义能量函数, 证明了新模型在同步与异步更新方式下的稳定性, 从而能够保证所有被训练模式对成为该模型的渐近稳定点, 借助统计分析原理, 估计了所提模型的存储容量. 计算机模拟证实此模型不仅具有较高的存储容量, 而且还具有较好的纠错能力.

**关键词** (双向)联想记忆, 神经网络, 高阶非线性, 存储容量.

**中图法分类号** TP18

由 Kosko<sup>[1]</sup>提出的双向联想记忆模型 BAM (bidirectional associative memory) 作为一种内容寻址存储器推广了 Hopfield 模型<sup>[2]</sup>, 从结构上看, 它是一个二层网络. BAM 的一个重要特性是能够通过带噪或部分输入检索出一个已有的完整模式. 与其他联想记忆模型相比, BAM 具有两个优点和两点不足. 两个优点是: BAM 具有无条件稳定性, 即对任何连接权矩阵, BAM 都是双向稳定的, 其次, BAM 能以同步(即并行)方式收敛到一个稳定点. 而 Hopfield 模型会产生振荡或极限环. 同步性适合于并行实现, 从而可应用于实时信息处理场合. 两点不足是补码问题 (Complement Encoding Problem) 和连续性假设. 这两点制约了 BAM 的存储容量和纠错能力的提高. 而连续性假设也不符合实际应用, 因此, 为了改进 BAM, 首先必须解决上述两点不足. 尽管 Simpson<sup>[3]</sup>提出了一个内连接的 BAM (IBAM) (即在 BAM 的二层结构中, 除了保留原有的层间连接外, 在每一层内部也进行了互连), 解决了补码问题, 但仍未放宽对连续性假定的要求. 同时, 在 Simpson 的模型中, 状态的更新与层内是串行运行的, 其存储容量和纠错性能与 BAM 相差不多. Jeng<sup>[4]</sup>则实现了层内、层间的同时更新, 从而使 IBAM 完全同步化, 不仅解决了补码问题, 而且还放宽了对连续性假设的要求. 然而作为一阶模型, Jeng 的 MIBAM (modified intraconnected bidirectional associative memory) 的存储容量和纠错能力受制于一阶学习规则, 对于非线性处理的能力极为有限. Tai 则从提高 BAM 的非线性处理能力上着手, 将高阶非线性项引入到 BAM 的学习规则中, 以代替其一阶回忆规则, 获得了较高的存储容量和纠错性能. 尽管它部分地放宽了连续性假设, 但仍存在补码问题.

本文的目的是在 Tai 的 HOBAM (higher-order bidirectional associative memory) 基础上, 借助 MIBAM 的思想, 实现两者的结合, 从而推广上述两个模型, 同时仍兼具两者的优点, 即一方面通过内连接解决了补码问题, 放宽了对连续性假定的要求; 另一方面由于引入高阶项具备了非线性处理能力, 获得了更高的存储容量和纠错性能.

## 1 NHOMIBAM 及稳定性证明

一个联想记忆神经网络最关键的部分便是建立回忆更新规则. 从而可以将一批给定模式存入所建立的模型之中. 现设有  $M$  个要记忆(或存储)的模式对  $(X_i, Y_i)$ ,  $X_i \in \{-1, 1\}^n$ ,  $Y_i \in \{-1, 1\}^p$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ . 结合 HOBAM 与 MIBAM 的回忆规则, 导出如下 NHOMIBAM 的回忆规则.

$$Y' = \text{sgn} \left( \sum_{i=1}^M Y_i [(X_i, X) + (Y_i, Y)] \right), \quad (1a)$$

\* 本文研究得到国家自然科学基金资助. 作者陈松灿, 1962年生, 博士, 教授, 主要研究领域为模式识别, 图象处理, 神经网络. 朱梧楹, 1935年生, 教授, 博导, 主要研究领域为数学, 思维科学, 逻辑.

本文通讯联系人: 陈松灿, 南京 210016, 南京航空航天大学计算机系

本文 1997-08-12 收到原稿, 1997-10-17 收到修改稿

$$X' = \text{sgn} \left( \sum_{i=1}^M X_i [\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y \rangle]^s \right), \tag{1b}$$

其中  $(X, Y)$  和  $(X', Y')$  是当前状态及下一个回忆状态,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示内积运算,  $s$  为奇数.  $\text{sgn}(x) = 1$ , 若  $x \geq 0$ ; 否则,  $\text{sgn}(x) = -1$ . 在回忆规则(1)中, 若分别略去  $(Y_i, Y)$  和  $(X_i, X)$ , 则 NHOMIBAM 退化为 HOBAM; 而当  $s=1$  时, 它又退化为 MIBAM. 因此, 由回忆规则(1),  $M$  个训练模式对即被存入了 NHOMIBAM. 但作为联想记忆模型, 我们必须保证这些模式对成为 NHOMIBAM 的渐近稳定点或不动点. 为此, 必须证明由(1)作为回忆规则的 NHOMIBAM 在同步与异步更新方式下是渐近稳定的.

**定理 1.** 以回忆规则(1)进行联想的 NHOMIBAM, 在状态的同步与异步更新方式下是渐近稳定的.

证明: 由于同、异步方式的证明类似, 这里仅证明在同步更新方式下的稳定性. 首先, 对任意的状态  $X, Y$ , 定义如下能量函数

$$E(X, Y) = - \left[ \sum_{i=1}^M (\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y \rangle)^{s+1} \right]. \tag{2}$$

若能量  $E(X, Y)$  在状态的不断变化下逐渐减小, 那么, 从任一初态  $X(0)$  出发, 通过回忆规则(1)演化, 最后到达一个平衡点, 这就是渐近稳定. 现仅考虑  $X$  方向的能量变化. 设当前状态为  $(X, Y')$ , 下一个状态为  $(X', Y')$ , 那么, 它们之间的能量差为

$$\Delta E_X = E(X', Y') - E(X, Y') = - \left[ \sum_{i=1}^M (\langle X_i, X' \rangle + \langle Y_i, Y' \rangle)^{s+1} - \sum_{i=1}^M (\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y' \rangle)^{s+1} \right]. \tag{3}$$

为证  $\Delta E_X \leq 0$ , 我们先证明如下引理.

**引理 1.** 设  $f(x) = (x+c)^{r+1}$ ,  $r$  为奇数.  $c$  为任一常数, 则对任意的实数  $x, y$ , 有

$$f(x) - f(y) \geq (r+1)(y+c)^r(x-y).$$

证明: 由  $f(x)$  的定义及微分中值定理即可证得.

由引理 1, 式(3)可重写为

$$\Delta E_X \leq -(s+1) \left[ \sum_{i=1}^M (\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y' \rangle)^s \langle X_i, X' - X \rangle \right] = -(s+1) \sum_{k=1}^n \left[ \sum_{i=1}^M (\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y' \rangle)^s \right] (x'_k - x_k), \tag{4}$$

其中  $x_{ik}, x'_k$  和  $x_k$  分别是  $X_i, X'$  和  $X$  的第  $k$  个分量. 由回忆规则(1)知,  $x'_k$  与  $\sum_{i=1}^M x_{ik} (\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y' \rangle)^s$  符号相同, 故可设  $v_k = |v_k| x'_k$ , 同时,  $x'_k$  作为  $x_k$  的下一个状态, 可设  $x_k = r_k x'_k, r_k \in \{-1, 1\}, k=1, 2, \dots, n$ . 从而式(4)化简为

$$\Delta E_X \leq -(s+1) \sum_{k=1}^n |v_k| x'_k (1-r_k) x'_k = -(s+1) \sum_{k=1}^n |v_k| (1-r_k) \leq 0.$$

类似地, 可证明  $\Delta E_Y \leq 0$ . 从  $\Delta E = \Delta E_X - \Delta E_Y \leq 0$  及  $|E(X, Y)| \leq M(n+\rho)^{s+1}$  有界知, NHOMIBAM 是渐近稳定的, 从而严格保证了  $(X_s, Y_s)$  成为其不动点.

## 2 信噪比分析及存储容量估计

### 2.1 信噪比分析

考虑输入  $X_h$ , 期望输出为  $Y_h$ , 利用回忆规则(1)有

$$y'_k = \text{sgn} \left[ y_{hk}(n+\rho)^s + \sum_{i \neq h}^M y_{ik} (\langle X_i, X_h \rangle + \langle Y_i, Y_h \rangle)^s \right], \tag{5}$$

其中  $y_{hk}, y'_k$  分别是  $Y_h$  和  $Y'_k$  的第  $k$  个分量.

我们称式(5)中的  $y_{hk}(n+\rho)^s$  为信号项, 后一项为噪声项  $N$ , 而  $N$  是  $M-1$  个独立同分布的随机变量之和, 因此, 其方差是单个噪声项的  $M-1$  倍, 记  $v_i = y_{ij} [\langle X_i, X \rangle + \langle Y_i, Y \rangle]^s, i=1, 2, \dots, M$ . 因为所有  $v_i (i \neq h)$  具有相同的统计特性, 所以, 取  $v_1$  作为分析样本算出其概率分布.

$$\Pr \{v_1 = \pm [(n-2k-2) + (\rho-2l-2)]^s\} = C_{n-1}^k (1/2)^{n-1} C_{\rho-1}^l (1/2)^{\rho-1} \tag{6}$$

其中  $C_n^k$  是一组合数;  $k=H(X_i, X)$  及  $l=H(Y_i, Y)$  分别为  $X_i$  与  $X, Y_i$  与  $Y$  之间的 Hamming 距离. 由式(6)得  $v_1$  的均值为零, 而方差为

$$E(v_1^2) = 2 \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{\rho-1} [(n-2k-2) + (\rho-2l-2)]^{2s} C_{n-1}^k C_{\rho-1}^l (1/2)^{n+\rho-2}, \tag{7}$$

其中  $E(\cdot)$  表示期望算子.

对于  $E(x_i^s)$ , 当  $s$  大时, 很难求得闭合形式的解, 在本文中, 我们仅考虑  $s=3$  的特例. 为此, 引入函数  $f(x, y) =$

$$\sum_{k=0}^m x^k y^{m-k} C_m^k = (x+y)^m \text{ 和 } f_0(y) = f(y^{-1}, y)/y = \sum_{k=0}^m y^{m-2k-1} C_m^k. \text{ 设}$$

$$f_1(y) = y f_0'(y), f_2(y) = y f_1'(y), \dots, f_5(y) = y f_4'(y), f_6(y) = y f_5'(y),$$

且

$$f_j(y) = \sum_{k=0}^m (m-2k-1)^j y^{m-2k-1} C_m^k, j=0, 1, 2, \dots, 6, \tag{8}$$

通过对  $f_1(y) \sim f_6(y)$  的繁琐计算, 并令  $y=1$ , 我们最终有 NHOMIBAM 的信噪比为

$$SNR = \frac{(n+p)^6}{2(M-1)[Q_3(n, p)]}, \tag{9}$$

其中  $Q_3(n, p)$  是  $n$  和  $p$  的二元三次多项式.

同样的分析可获得 HOBAM, MIBAM 的信噪比为

$$SNR_{HOBAM} \approx \frac{\min(n^3, p^3)}{2(M-1) \times 15}, \tag{10}$$

$$SNR_{MIBAM} = \frac{(n+p)^2}{2(M-1)(n+p+2)} \approx \frac{n+p}{2(M-1)}. \tag{11}$$

从式(9)~(11)发现, HOBAM 的信噪比依赖于  $\min(n, p)$ , 而 NHOMIBAM (包括 MIBAM) 仅依赖于  $n+p$ . 因此, 若  $n$  或  $p$  越大, 那么, NHOMIBAM 的信噪比将越大, 而 HOBAM 却不然, 它受制于  $n, p$  中的小者. 其次, 我们可以证明 NHOMIBAM 的信噪比  $SNR > SNR_{HOBAM}$ , 这表明以信噪比来衡量, NHOMIBAM 优于 HOBAM, 同时也会获得较好的纠错性能. 下面, 我们进一步分析 NHOMIBAM 及 HOBAM 的存储容量.

### 2.2 存储容量估计

设  $(X_h, Y_h)$  是一对期望模式, 记  $EX_{hk}$  为如下事件

$$x_{hk} = \text{sgn}(\sum_{\mu=1}^M x_{\mu k} [(X_{\mu}, X_h) + (Y_{\mu}, Y_h)]^j), \tag{12}$$

$\overline{EX_{hk}}$  为其补事件.

记  $EY_{hk}$  为如下事件

$$y_{hk} = \text{sgn}(\sum_{\mu=1}^M y_{\mu k} [(X_{\mu}, X_h) + (Y_{\mu}, Y_h)]^j), \tag{13}$$

$\overline{EY_{hk}}$  为其补事件.

**定理 2.** 对于 NHOMIBAM, 若所存的模式对个数  $M$  满足

$$M \leq \frac{(n+p)^2}{8f(s)\log(n+p)}, \tag{14}$$

那么, 当  $n \rightarrow \infty$  或  $p \rightarrow \infty$  时, 每一个被存模式对成为 NHOMIBAM 的渐近稳定点的概率为 1. 式(14)中,  $f(s) = (2s)! / (2^s s!)$ . 为证明定理 2, 我们将首先证明如下若干个引理.

**引理 2.** 设  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  是  $n$  个独立同分布的随机变量, 且  $\Pr(x_i=1) = \Pr(x_i=-1) = 1/2$ , 那么, 有

$$E\left[\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^{2g}\right] \leq \frac{(2g)!}{2^g g!} n^g = f(g)n^g, \tag{15}$$

其中  $g$  为整数.

证明: 设  $Z$  是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的正态分布, 则  $Z$  的  $k$  阶矩为

$$E[Z^k] = \begin{cases} 0, & k=2q+1 \\ 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k-1)\sigma^q, & k=2q \end{cases}, \tag{16}$$

其中  $k$  为正整数,  $q$  为整数, 又设  $z_i (i=1, 2, \dots, n)$  是独立的标准正态分布的随机变量, 则

$$E[z_i^k] = \begin{cases} 0, & k=2q+1 \\ 1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k-1), & k=2q \end{cases}. \tag{17}$$

注意到  $\sum_{i=1}^n z_i$  具有均值为零、方差为  $n$  的正态随机变量, 显然对于任意的  $k$ ,

$$E[x_i^k] \leq E[z_i^k]. \tag{18}$$

因此

$$E\left[\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{2g}\right] \leq E\left[\left(\sum_{i=1}^n z_i\right)^{2g}\right] = 1 \cdot 3 \dots (2g-1)n^g = f(g)n^g. \tag{19}$$

引理 3. 对于  $h=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, p, \overline{EY}_{hj}$  的概率  $\Pr(\overline{EY}_{hj})$  满足

$$\Pr(\overline{EY}_{hj}) < Q\left(\frac{(n+p)^g}{\sqrt{2(M-1)f(s)(n+p)^g}}\right), \tag{20}$$

其中  $Q(z)$  定义如下:

$$Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz, \tag{21}$$

为严格单调下降函数.

证明: 由 NHOMIBAM 的回忆规则(9), 我们定义

$$w_{hj} = \sum_{\mu=1}^M y_{\mu j} [\langle X_{\mu}, X_h \rangle + \langle Y_{\mu}, Y_h \rangle]^2, \tag{22}$$

则  $w_{hj}$  可分解为

$$w_{hj} = y_{hj}(n+p)^2 + \sum_{\mu \neq h} y_{\mu j} [\langle X_{\mu}, X_h \rangle + \langle Y_{\mu}, Y_h \rangle]^2 = s_{hj} + n_{hj}. \tag{23}$$

显然,  $n_{hj}$  是  $M-1$  个独立分布的随机变量之和, 且  $E(s_{hj}) = 0, E(n_{hj}) = 0$ , 而

$$E[y_{\mu j}^2 (\langle X_{\mu}, X_h \rangle + \langle Y_{\mu}, Y_h \rangle)^2] = E[(\langle X_{\mu}, X_h \rangle + \langle Y_{\mu}, Y_h \rangle)^2], \tag{24}$$

由引理 2 得

$$E(n_{hj}^2) \leq 2(M-1)f(s)(n+p)^2. \tag{25}$$

由中心极限定理可得, 当  $M$  充分大时,  $n_{hj}/\sqrt{E(n_{hj}^2)}$  趋于标准正态分布, 因此, 若  $y_{hj}=1$  而  $w_{hj} < 0$ , 则  $\overline{EY}_{hj}$  发生, 且概率正好为  $Q\left(\frac{(n+p)^g}{\sqrt{E(n_{hj}^2)}}\right)$ . 从而有

$$\Pr(\overline{EY}_{hj}) = Q\left(\frac{(n+p)^g}{\sqrt{E(n_{hj}^2)}}\right) < Q\left(\sqrt{\frac{(n+p)^g}{2(M-1)f(s)}}\right), j=1, 2, \dots, p; h=1, 2, \dots, M. \tag{26}$$

类似地, 我们可证得:

引理 4. 对于  $h=1, 2, \dots, M, k=1, 2, \dots, n$ , 概率  $\Pr(\overline{EX}_{hk})$  满足

$$\Pr(\overline{EX}_{hk}) < Q\left(\sqrt{\frac{(n+p)^g}{2(M-1)f(s)}}\right). \tag{27}$$

该引理的证明与引理 3 的证明完全相同, 故从略.

借助引理 2~4, 我们便可证得定理 2.

设所有的训练模式对成为 NHOMIBAM 的稳定点的概率为  $P_*$ , 则

$$\begin{aligned} P_* &= \Pr(\overline{EX}_{11} \cap \overline{EX}_{12} \cap \dots \cap \overline{EX}_{Mn} \cap \overline{EY}_{11} \cap \overline{EY}_{12} \cap \dots \cap \overline{EY}_{Mp}) \\ &= 1 - \Pr(\overline{EX}_{11} \cup \overline{EX}_{12} \cup \dots \cup \overline{EX}_{Mn} \cup \overline{EY}_{11} \cup \dots \cup \overline{EY}_{Mp}) \\ &\geq 1 - Mn \Pr(\overline{EX}_{11}) - Mp \Pr(\overline{EY}_{11}) = 1 - M(n+p) \Pr(\overline{EX}_{11}), \end{aligned} \tag{28}$$

故由引理 3, 4 得

$$P_* \geq 1 - M(n+p)Q\left(\sqrt{\frac{(n+p)^g}{2(M-1)f(s)}}\right). \tag{29}$$

为进一步证明定理 2, 将  $Q(z)$  展开, 当  $z > 3$  时,

$$Q(z) \approx \exp\left(-\frac{z^2}{2} - \log z - \log \sqrt{2\pi}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} z^{-1} e^{-\frac{z^2}{2}}. \tag{30}$$

因此, 代入式(28)的右边第 2 项, 即有

$$M(n+p)Q\left(\sqrt{\frac{(n+p)^g}{2(M-1)f(s)}}\right) \approx \exp\left[\log M - \log(n+p) - \frac{(n+p)^g}{4(M-1)f(s)} - (1/2)\log \frac{(n+p)^g}{2(M-1)f(s)} - \log \sqrt{2\pi}\right].$$

若取

$$M \leq \frac{(n+p)^s}{8f(s)\log(n+p)^s}$$

则当  $n \rightarrow \infty$  或  $p \rightarrow \infty$  时,  $P_s \rightarrow 1$ , 即得定理 2.

同理可证关于 HOBAM 的相应定理.

定理 3. 对于 HOBAM, 若所存模式满足

$$M \leq \frac{1}{8f(s)} \min\left(\frac{n^s}{\log n^s}, \frac{p^s}{\log p^s}\right), \tag{31}$$

则当  $n \rightarrow \infty$  和  $p \rightarrow \infty$  时, 每一个训练模式成为 HOBAM 的稳定点的概率为 1.

定理 3 表明, 必须当  $n$  和  $p$  同时趋于无穷大时, 定理才成立, 而对于 NHOMIBAM 则不然, 仅需  $n$  或  $p$  之一趋于无穷大时, 定理即成立. 因此, 就这一点而言, NHOMIBAM 亦优于 HOBAM. 为进一步说明 NHOMIBAM 的存储容量高于 HOBAM 的存储容量, 引入引理 5.

引理 5. 函数  $F(x) = \frac{x}{\ln x} (x > e)$  为严格单调上升函数.

分别令  $x = (n+p)^s$  和  $\min(n^s, p^s)$ , 由  $(n+p)^s > \min(n^s, p^s)$ , 即有 NHOMIBAM 的存储容量高于 HOBAM 的存储容量. 而当  $n-p > \min(n^s, p^s)$  时, 有 MIBAM 的存储容量优于 HOBAM 的存储容量, 但这一情形仅当  $s=1$  时成立. 当  $s \geq 2$  时, HOBAM 的存储容量优于 MIBAM.

仅证明联想记忆的存储容量高是不够的, 关键还需给出纠错性分析. 对于高阶模型而言, 这一点难以给出, 但我们可通过计算机模拟来完成, 以验证模型的合理性和优越性.

### 3 计算机模拟

为了验证本文所提出的模型的性能, 我们采用常用的模拟比较方法, 设置如下模拟环境: 设输入输出模式维数  $n$

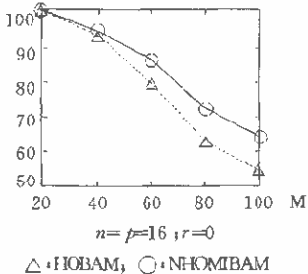


图1 存储容量比较

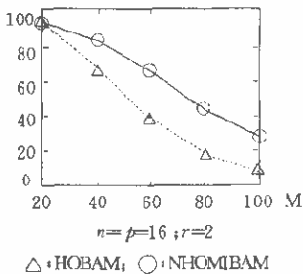


图2 纠错性能比较

$= p = 16$ , 取  $s = 3$ , 模式对个数  $M$  从 20 变化至 100.  $X$  和  $X_i$  随机地产生于  $\{-1, 1\}^n$ ;  $Y$  和  $Y_i$  随机地产生于  $\{-1, 1\}^p$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ . 存储量以回忆概率 (Recall Probability) 来衡量, 即将  $M$  个训练模式对存入模型后, 以  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) 作为输入, 去回忆出  $Y$ , 我们期望该  $Y$  为  $Y_i$ . 若  $X_i$  能回忆出  $Y_i$ , 则为正确回忆, 否则为不正确回忆. 这相当于后者是伪稳态点. 已正确回忆个数占  $M$  的比率即为回忆概率. 经过 20 次的重复产生、存储和回忆,

获得每一次的回忆概率, 取 20 次的平均值作为我们最后的回忆概率. 关于存储容量的比较如图 1 所示.

纠错能力考察: 为了考察纠错能力, 通过对每个  $X_i$  随机反转  $r$  位后作为输入进行回忆, 若能正确回忆  $Y_i$ , 则表示成功, 否则表示失败. 经过 20 次重复测试获得平均回忆概率如图 2 所示. 理论分析和模拟表明 NHOMIBAM 的存储容量和纠错能力大大优于 HOBAM. 到目前为止, 关于高阶双向联想记忆, 我们的模型是最优的, 至少现在还未发现有比我们更好的模型提出.

### 4 结论

通过在 MIBAM 中引入高阶项和 Tai 的 HOBAM 中引入自相关项, 获得了一个新的高阶内连式 BAM (NHOMIBAM). NHOMIBAM 不仅保留了前两者的优点, 克服了 BAM 的两点不足, 在存储容量和纠错能力上也获得了极大的提高. 通过信噪比分析和统计分析方法, 严格证明了 NHOMIBAM 优于 HOBAM. 计算机模拟证实了理论分析的合理性. 但由于高阶情形, 在纠错性能方面的分析较棘手, 这一点仍有待于进一步研究.

#### 参考文献

- 1 Kosko B. Bidirectional associative memory. IEEE Transactions on SMC, 1988, 18(1): 49~60
- 2 Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. In: Proceedings of National Academic Science, Vol 79. USA, 1982. 2554~2558
- 3 Simpson P K. Higher ordered and intraconnected bidirectional associative memories. IEEE Transactions on SMC, 1990, 20(3):

637~653

- 4 Jeng Y J, Yeh C C. Modified intraconnected bidirectional associative memory. *Electronics Letters*, 1991, 27(20):1818~1819
- 5 Tai H M, Wu C H, Jong T L. High-order bidirectional associative memory. *Electronics Letters*, 1989, 25(21):1424~1425
- 6 Chen S C, Zhu W J. Stability of the high-order BAM and its performance analysis. *Transaction of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 1997, 14(1):12~15

## A New Higher-Order Bidirectional Associative Memory Model and Its Performance Estimation

CHEN Song-can<sup>1</sup> ZHU Wu-jia<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(*Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016*)

<sup>2</sup>(*State Key Laboratory for Novel Software Technology Nanjing University Nanjing 210093*)

**Abstract** In this paper, a new higher-order bidirectional associative memory model is presented. It is an extension of Tai's HOBAM (higher-order bidirectional associative memory) and Jeng's MIBAM (modified intraconnected BAM). The stability of the new model, in synchronous and asynchronous updating modes, is proven by defining an energy function such that it can ensure all the training pattern pairs to become its asymptotically stable points. Using statistical analysis principle, the storage capacity of the proposed model is estimated. The computer simulations show that this model has not only higher storage capacity but also better error-correcting capability.

**Key words** BAM (bidirectional associative memories), neural networks, higher © 中国科学院软件研究所 <http://www.jos.org.cn>