

## 基于广义元球的一般约束变形<sup>\*</sup>

金小刚 彭群生

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

**摘要** 在计算机动画和形状设计中,变形是一个非常重要的工具.基于广义元球所具有的特殊势函数分布,提出了一个新的包含点、线、面和体约束的一般变形模型.用户定义一系列约束、每个约束的影响半径和偏移量,变形模型根据每个约束和其影响半径产生该约束的广义元球,广义元球确定了一个以约束点集为中心的势函数,该势函数在约束点集处为1,在影响半径处渐变为0.模型直接对整个空间进行变形,而与物体的表示无关,并且变形可由偏移量和广义元球的参数来细微调整.实验表明,该一般约束变形模型不仅有效,而且使传统方法难以做到的线、面、体约束变形成为可能.

**关键词** 计算机动画,一般约束变形,广义元球,线约束,面约束,体约束.

**中图法分类号** TP391

在计算机动画和几何造型中,一个很重要的研究课题是怎样调整物体的形状.空间变形是改变物体形状的重要操作,动画中的许多新奇效果往往是通过物体的变形来实现的.最简单、最直观的变形方法是通过移动物体的顶点或控制顶点,但是,若我们要对物体进行某种整体变形或者需移动的顶点非常多时,该方法就显得相当费时和繁琐.近10多年来,与物体表示无关的变形方法越来越成为人们研究的课题.

与物体表示无关的变形可分为以下几类:(1)调整变换参数的变形方法. Barr 提出的整体和局部变形是与物体表示无关的变形中最早的工作.<sup>[1]</sup>他的创新性在于,在变换作用于物体的各部分时不断修改变换矩阵,变换矩阵成为位置的函数. Watt 等人拓展了 Barr 的 factor 曲线的定义范围<sup>[2]</sup>,使得 factor 曲线不仅包含空间域,还包含时间域,因此, factor 曲线成了随空间和时间变化的函数.通过把 factor 曲线分类和作为可变参数,我们提出了一种统一、有效的整体变形控制方法.<sup>[3]</sup>(2)基于嵌入空间变形的物体整体变形方法. Sederberg 和 Parry 提出的 FFD(free from deformation)自由变形方法是空间变形最有效的方法之一.<sup>[4]</sup>FFD 方法不对物体直接进行变形,而是对物体所嵌入的空间进行变形. FFD 方法中 Bézier 参数体的形状为平行六面体,这在一定程度上限制了它的应用. Coquillart 提出拓展的自由变形方法 EFFD(extended free from deformation),允许初始的 Bézier 体为棱柱和圆柱等形状<sup>[5]</sup>,从而扩大了 FFD 的适用范围. Macracken 提出了任意拓扑的 FFD 方法.<sup>[6]</sup>Hsu 等人提出了一种通过物体上点的偏移来反求三变量 Bézier 体控制顶点,从而达到直接操纵物体变形的办法.<sup>[7]</sup>如果待变形的物体由一骨架线所控制,则需要另外一种不同的控制方法. Lazarus 等所提出的基于轴的变形方法 AxDi(axial deformation)提供了一种直观的轴变形控制技术,该方法的优点在于把物体的变形转化为轴线的变形,而对轴线设置动画是比较容易的.<sup>[8]</sup>我们提出的基于弧长参数和弧长保持不变的轴曲线动画设置方法使轴变形方法更加方便和实用.<sup>[9]</sup>(3)基于约束的变形方法.在基于类 FFD 的方法中,用户必须先待变形区域的周围定义控制顶点,然后操纵这些控制顶点,这在某些时候很不自然. Borrel 和 Bechmann 提出了通过点约束的变形控制方法<sup>[10]</sup>,通过用户定义的一系列点偏移约束,系统计算一满足所有约束的变形解.该方法的优点是直观,缺点是物体变形后的形状与约束并非强烈相连,因为它是一种整体变形方法. Borrel 和 Rappoport 提出的简单约束变形法采用了另外一种变形控制方法,该方法通过由用户定义的约束点、所需的偏移量和影响半径来控制变形<sup>[11]</sup>;我们则基于元球系统讨论了点约束变形问题.<sup>[12]</sup>这两种方法的优点是一个约束点的变形影响范围为一个局部空间.

我们注意到,现有的约束模型只能处理点约束,而线约束、面约束和体约束模型则从未涉及. Borrel 和 Rappoport 提到了线约束和面约束的问题<sup>[11]</sup>,并指出他们的点约束方法不能推广到线约束和面约束.受元球造型的启发,基于广

\* 本文研究得到国家自然科学基金和浙江省自然科学基金资助.作者金小刚,1969年生,博士,副研究员,主要研究领域为计算机动画,真实感图形.彭群生,1947年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机动画,真实感图形,虚拟现实,工程图纸扫描输入.

本文通讯联系人:金小刚,杭州 310027,浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室

本文 1998-02-28 收到原稿,1998-04-20 收到修改稿

义元球所具有的特殊势函数分布,我们提出了一个新的包含点、线、面和体约束的一般变形模型.在该模型中,用户定义一系列约束以及每个约束的影响半径和偏移量,变形模型根据每个约束和其影响半径产生该约束的广义元球.广义元球确定了一个以约束点集为中心的势函数,该势函数在约束点集处为 1,在影响半径处渐变为 0.该变形模型是一种与物体表示无关的方法,变形的影响区域是局部的,并且变形可由偏移量和广义元球的参数来细微调整.

### 1 基于广义元球的一般约束变形模型

元球造型是自 80 年代开始出现的一种隐函数曲面造型技术,该方法通过采用具有等势场值的点集来定义和表示曲面.<sup>[13-16]</sup>一个元球为具有势函数的球,一个元球系统的势函数为其中所有元球势函数之和,所对应的面实际上是一张等势面.元球具有相互靠近到一定距离时产生变形,再进一步靠近时融合成光滑曲面的特性,因而非常适合模拟无弹力物体的分离和熔接过程,例如,两滴水融合成一滴水.从另一个角度看,Nishimura 最早提出的元球可看成基于点骨架的具有势函数的距离曲面.若把点骨架推广为线、面和体骨架,同样可得到一距离曲面.<sup>[17,18]</sup>设  $r(P, C_i)$  为空间任一点  $P(x, y, z)$  到骨架  $C_i$  的某种距离,  $f(r, R_i)$  为定义于距离空间  $r$  上的势函数,其中  $R_i$  为一指定的距离.

$$f(r, R_i) = 0, \text{ 当 } r > R_i.$$

距离曲面  $S = \{P(x, y, z) \in S \mid r(P) = R_i\}$ , 二元组  $M = \langle S, f(r, R_i) \rangle$ , 则我们称  $M$  为定义于相应骨架上的广义元球.

假设  $P = (x, y, z)$  为  $\mathbb{R}^3$  中的一个点,  $\text{Deform}(P): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  为一变形函数,它把点  $P$  变换到  $\text{Deform}(P)$ ,  $\Delta P$  为  $P$  点的偏移量.  $C_i$  为某个约束,它可以是点、线、面、体约束中的一种,  $\Delta D_i$  为约束  $C_i$  的偏移量,  $R_i$  为约束  $C_i$  的影响半径,则由单个约束  $C_i$  引起的变形函数定义为

$$\text{Deform}(P) = P + \Delta P = P + \Delta D_i f(r(P, C_i), R_i), \tag{1}$$

其中  $r(P, C_i)$  为点  $P$  到约束  $C_i$  的距离,它定义为

$$r(P, C_i) = \inf_{Q \in C_i} \|P - Q\|.$$

记  $S_i = \{P(x, y, z) \in S \mid r(P, C_i) = R_i\}$ , 我们称  $M_i = \langle S_i, f(r(P, C_i), R_i) \rangle$  为一个定义于骨架  $C_i$  上的广义元球.  $f(r, R_i)$  为元球的势函数,常用的势函数有 Blinn 的幂函数、Nishimura 的分段二次多项式、Murakami 的四次多项式、Wyvill 的六次多项式等.<sup>[15]</sup>我们所采用的势函数为 Wyvill 的六次多项式

$$f(r, R_i) = \begin{cases} -\frac{4}{9}(\frac{r}{R_i})^6 - \frac{17}{9}(\frac{r}{R_i})^4 - \frac{22}{9}(\frac{r}{R_i})^2 + 1, & 0 \leq r \leq R_i \\ 0, & r > R_i \end{cases} \tag{2}$$

之所以采用该六次多项式是因为此函数具有以下良好的性质:  $f(0, R_i) = 1, f'(0, R_i) = 0, f(R_i, R_i) = 0, f'(R_i, R_i) = 0, f_i(R_i/2, R_i) = 1/2$ ; 并且它可表示为  $r^2$  的函数,这在许多情形可避免开方运算.

变形函数(1)具有局部性.当  $P \in C_i$  时,有

$$\text{Deform}(P) = P + \Delta D_i f(0, R_i) = P + \Delta D_i.$$

当  $P$  与  $C_i$  的距离为  $R_i$  时,

$$\text{Deform}(P) = P + \Delta D_i f(R_i, R_i) = P.$$

因此,变形函数  $\text{Deform}(P)$  使空间中的点在  $C_i$  处满足约束,使离约束  $C_i$  影响半径  $R_i$  以外处的点没有受到影响.可以看出,对于某一约束  $C_i$ ,对应的距离曲面定义了一个局部空间,约束  $C_i$  只对局部空间内的点有影响,而对位于局部空间外的点没有影响.显然,当约束  $C_i$  为一个点时,所对应的广义元球即为普通的元球.

当存在  $n$  个约束  $C_i$  时,变形函数定义为

$$\text{Deform}(P) = P + \sum_{i=1}^n \Delta D_i f(r(P, C_i), R_i). \tag{3}$$

通过调整约束和其影响半径,可使物体的变形满足要求.由于广义元球所具有的光滑过渡性质,位于不同约束之间物体点的变形过渡也是光滑的.

从表达式(1)可以看出,计算变形函数的关键在于如何求得距离函数  $r(P, C_i)$ .当  $C_i$  为点约束时,  $r(P, C_i)$  为点  $P$  与  $C_i$  之间的距离,即  $r(P, C_i) = \|P - C_i\|$ .当  $C_i$  为线约束、面约束和体约束时,其距离函数也可相应计算.下面仅举几例.

线段约束,假设约束  $C_i$  为一由点  $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$  和点  $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$  所决定的线段,其长度  $\|P_0, P_1\|$  为  $l$ .我们可通过坐标变换  $T$  将该线段变换到  $x$  轴上的线段  $\bar{P}_0 \bar{P}_1$ ,其中  $\bar{P}_0 = (0, 0, 0), \bar{P}_1 = (l, 0, 0)$ .对于空间中的任一点  $P$ ,经过作用相同的变换  $T$  后得到  $\bar{P} = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ .因为距离函数的值与坐标系无关,可知

$$r(P, C_i; P_0P_1) = r(\tilde{P}, \tilde{P}_0\tilde{P}_1),$$

即点  $P$  与约束  $C_i$  的距离为  $\tilde{P}$  与  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  的距离, 该距离可表达为

$$r(\tilde{P}, \tilde{P}_0\tilde{P}_1) = \begin{cases} \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}, & \tilde{x} < 0 \\ \sqrt{\tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}, & 0 \leq \tilde{x} \leq l \\ \sqrt{(\tilde{x}-l)^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}, & \tilde{x} > l \end{cases} \quad (4)$$

为了节省计算量,  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  和变换  $T$  可预先算好. 因为势函数  $f$  是  $r^2$  的函数, 表达式 (4) 中的开方运算可用计算  $r^2(\tilde{P}, \tilde{P}_0\tilde{P}_1)$  来避免. 线段约束所对应的广义元球为一两头为半球 (其半径为影响半径  $R_i$ ) 的圆柱.

$n$  次 Bézier 曲线约束: 假设约束  $C_i$  为一  $n$  次 Bézier 曲线  $R(u)$ , 则空间任一点  $P$  离它的最近点要么位于其端点处, 要么位于满足方程  $(P-R(u)) \cdot R_u(u) = 0$  的点上. 该方程可以转化为一条  $2n-1$  次 Bézier 曲线, 然后采用 Bézier Clipping 求得其根.<sup>[16,19]</sup> 取其中的最小值即为距离函数的值. 由 Bézier 曲线约束得到的广义元球类似于两头为半球的广义圆柱.

平面多边形约束: 假设约束  $C_i$  为一平面多边形  $P_0P_1P_2 \dots P_nP_0$ , 其所在的平面方程为  $Ax + By + Cz + D = 0$ , 则空间任一点  $P = (x, y, z)$  到该平面的距离  $r_1$  为

$$r_1 = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

若  $P$  的垂点落于该平面多边形内, 则  $r(P, C_i) = r_1$ ; 否则, 用与线段约束相同的原理求得  $P$  与折线  $P_0P_1P_2 \dots P_nP_0$  的距离  $r_2$ , 取  $r(P, C_i) = \min(r_1, r_2)$ .

球体约束: 假设约束  $C_i$  为一半径为  $R_c$  的球体, 其中心为  $O(x_c, y_c, z_c)$ . 对空间任一点  $P = (x, y, z)$ , 若它位于球体内, 则  $r(P, C_i)$  等于 0; 否则,  $P$  到该球体的距离为:

$$r(P, C_i) = \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 + (z-z_c)^2} - R_c.$$

对于未在上面列出的约束, 可采用类似的方法求出距离函数的值. 在变形作用于物体时, 对于物体上的任一点, 上述方法都需计算其距离函数  $r(P, C_i)$  的值. 因此, 距离函数的计算效率决定了变形算法的效率. 我们注意到, 当某一点与约束的距离大于对应的有效半径时, 约束对该点没有影响. 因此, 我们可采用约束对应广义元球的包围盒或包围球来提高算法的效率. 当物体上的点位于广义元球包围盒或包围球之外时, 对应的约束对该点没有影响, 其距离函数就不必计算.

## 2 进一步的扩展

在前面的一般约束变形模型中, 我们所采用的势函数为 Wyvill 的六次多项式, 该多项式实际上是一个特殊的 Bézier 函数. 如果把势函数作推广, 使它由一 Bézier 函数来定义, 则可得到更多的控制. 势函数可扩展为

$$f(r, R_i) = \text{Bez}_i(t) = \sum_{j=0}^m g_j B_j^m(t), \quad t \in [0, 1],$$

其中  $g_0$  取为 1,  $g_m$  取为 0,  $t = r/R_i$ , 当  $r > R_i$  时,  $t = 1$ . 更进一步, 通过改变 Bézier 函数, 可使约束和离约束  $R_U$  内的所有点都作  $\Delta D_i$  的约束偏移量, 这时只需将 Bézier 函数改造为

$$f(r, R_i) = \begin{cases} 1, & r \leq R_U \\ \text{Bez}_i\left(\frac{r-R_U}{R_i-R_U}\right), & r > R_U \end{cases}$$

在定义点  $P$  到约束  $C_i$  的距离  $r(P, C_i)$  时, 前面所采用的是欧氏距离. 实际上, 该距离度量可以是其他距离空间.<sup>[20]</sup> 若采用  $p$  范数空间, 即

$$\|((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2))\|_p = (|x_2 - x_1|^p + |y_2 - y_1|^p + |z_2 - z_1|^p)^{1/p}.$$

则可以得到许多很有意思的效果. 当  $p=2$  时, 该度量即为欧氏距离, 此时点约束对应的元球为球. 当  $p=1$  时,

$$\|((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2))\|_1 = (|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|),$$

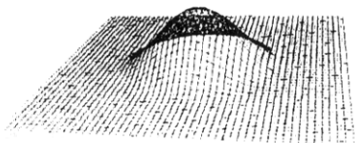
该度量即为曼哈顿距离, 此时, 点约束对应的元球为双正四棱锥; 当  $p=\infty$  时,

$$\|((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2))\|_\infty = \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|, |z_2 - z_1|),$$

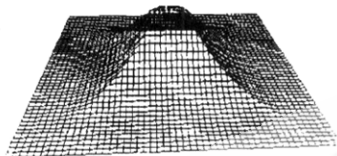
该度量即为城市距离, 此时, 点约束对应的元球为正方体. 因此, 根据不同的距离空间, 点约束所影响的区域可以是球、正方体和双四棱锥. 图 1 显示了不同距离空间点约束的势函数分布. 若把距离空间取为

$$(1-u) \| ((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)) \|_2 + u \| ((x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)) \|_\infty.$$

对  $u$  设置动画, 则当  $u$  从  $0 \rightarrow 1$  时, 影响区域从球变成正方体.



(a) 采用欧氏距离的点约束



(b) 采用城市距离的点约束

图 1 不同距离空间点约束的势函数分布

在前面的讨论中, 坐标轴的各个方向是对称处理的. 在点约束中, 若对每根轴的影响半径取不同的值, 我们可得到非对称的变形. 设  $x, y, z$  轴的影响半径分别为  $R_{ix}, R_{iy}, R_{iz}, C_i = (C_{ix}, C_{iy}, C_{iz}), P = (x, y, z)$ , 只需把势函数(2)中的  $r/R_i$

改为  $\sqrt{\frac{(x-C_{ix})^2}{R_{ix}^2} + \frac{(y-C_{iy})^2}{R_{iy}^2} + \frac{(z-C_{iz})^2}{R_{iz}^2}}$ , 即可满足要求.

### 3 实验结果

我们在 SGI Indy 工作站上实现了该算法. 图 2 显示了一头未变形牛的线框图. 图 3 显示了受一线段约束, 牛的变形效果, 该约束置于牛背部. 图 4(a)为一未变形的茶壶, 图 4(b)为采用两个平面约束变形后的茶壶, 一个约束置于茶壶的顶端, 另一个约束置于茶壶壶柄的左端. 图 5 显示了一头未变形牛的线框图和一平面约束, 该约束置于牛头的右侧, 与牛所在的  $xy$  平面呈  $45^\circ$  角, 图 7 为通过对平面约束的偏移量设置动画得到的动画序列. 从这两个例子可以看出, 平面约束可起到类似磁铁的作用, 把物体的顶点吸引过去. 图 6 显示了作用于牛的球体约束, 其中的小球为相应的球体约束, 该约束放于牛的头, 大球为影响半径所决定的球, 直线为偏移量, 图 8 中牛的三维 morphing 效果通过对球体约束的偏移量设置动画得到. 我们注意到, 该约束只对位于大球内的点有影响, 而对其余顶点没有影响.

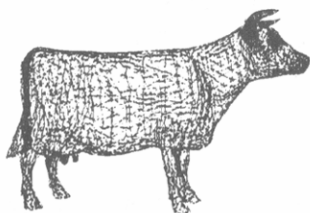


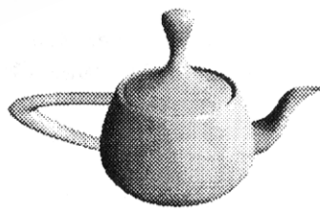
图 2 未变形牛的线框图



图 3 由直线约束变形而成的牛



(a) 变形前



(b) 采用两平面约束变形后

图 4 茶壶的变形

### 4 结论

基于广义元球所具有的特殊势函数分布, 我们提出了一个新的, 包含点、线、面和体约束的一般变形模型. 在该模型中, 用户定义一系列约束以及每个约束的影响半径和偏移量, 变形模型根据每个约束和其影响半径产生该约束的广义元球. 广义元球确定了一个以约束点集为中心的局部区域和势函数, 势函数在约束点集处为 1, 在影响半径处渐变

为 0. 我们给出了一些常用的约束模型,如点约束、线段约束、Bézier 曲线约束、球体约束等. 该一般约束变形模型与物体的表示无关,因而既可用于多面体,也可用于曲面物体. 对于一些常用的约束模型,由于其距离函数计算简单,算法具有很高的计算,在目前的工作站上能够做到交互设计. 与其他和物体表示无关的方法相比,该模型具有以下优点: (1) 一般性. 该方法不仅能处理点约束,而且能使传统方法难以做到的线、面、体约束变形成为可能. (2) 直观性. 对于特定的约束,用户很容易想像由该约束引起的变形效果. (3) 局部性. 每个约束只影响局部范围,便于局部调整. (4) 兼容性. 该模型很容易结合到现有的动画系统中.



图 5 未变形的牛和平面约束

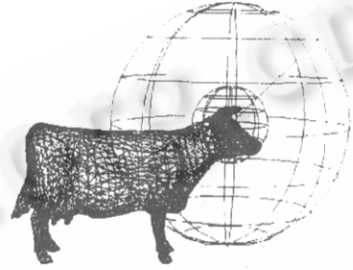


图 6 未变形的牛和相应的球体约束

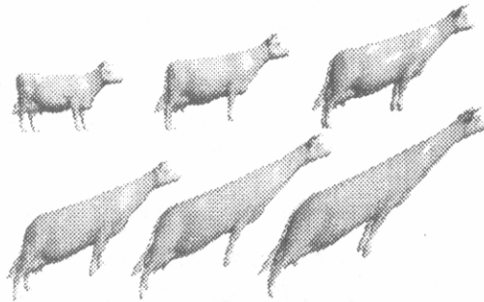


图 7 通过对平面约束的偏移量设置动画得到的动画序列

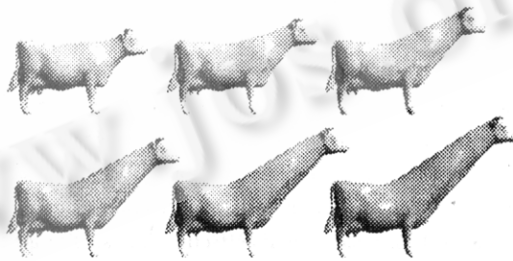


图 8 通过对球体约束的偏移量设置动画得到的牛的三维 morphing 效果

#### 参考文献

- 1 Barr A H. Global and local deformation of solid primitives. *Computer Graphics*, 1984,18(3):21~30
- 2 Watt A, Watt M. *Advanced animation and rendering techniques*. Addison-Wesley Publishing Company, 1992. 405~408
- 3 金小刚, 鲍虎军, 彭群生. 一种新的基于 factor curve 的变形控制方法. *软件学报*, 1996,7(9):537~541  
(Jin Xiao-gang, Bao Hu-jun, Peng Qun-sheng. A new deformation control method based on factor curves. *Journal of Software*, 1996,7(9):537~541)
- 4 Sederberg T W, Parry S R. Free-form deformation of solid geometric models. *Computer Graphics*, 1996,30(4):537~541

- 5 Coquillart S. Extended free-form deformation; a sculpturing tool for 3D geometric modeling. *Computer Graphics*, 1990, 24(4):187~193
- 6 MacCracken R, Joy K I. Free-form deformations with lattices of arbitrary topology. *Computer Graphics*, 1996, 30(3):181~188
- 7 Hsu W, Hughes J, Kaufmann H. Direct manipulations of free-form deformations. *Computer Graphics*, 1992, 26(2):177~184
- 8 Lazarus F, Coquillart S, Jancec P. Axial deformations; an intuitive deformation technique. *Computer Aided Design*, 1994, 26:507~513
- 9 Peng Qun-sheng, Jin Xiao-gang, Feng Jie-qing. Arc-length-based axial deformation and length preserving deformation. In: Thalmann N ed. *Proceedings of Computer Animation'97*. Geneva, IEEE Computer Society, 1997. 87~93
- 10 Borrel P, Bechmann D. Deformation of  $N$ -dimensional objects. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 1991, 1(4):427~453
- 11 Borrel P, Rappoport A. Simple constrained deformations for geometric modeling and interactive design. *ACM Transactions on Graphics*, 1994, 13(2):137~155
- 12 Bac Hu-jun, Jin Xiao-gang, Peng Qun-sheng. Point constrained deformations based on metaballs. In: Li Hua ed. *Proceedings of CAD/Graphics'97*. Shenzhen: International Academic Publishers, 1997. 327~331
- 13 Nishimura H, Hirai M, Kawai T. Object modeling by distribution function and a method of image generation. *Transactions on IECE*, 1985, 68-D(4):718~725
- 14 Wyvill G, McPheeters C, Wyvill B. Data structure for soft objects. *The Visual Computer*, 1986, 2:227~234
- 15 Wyvill B, Wyvill G. Field functions for implicit surfaces. *The Visual Computer*, 1989, 5:75~82
- 16 Nishita T, Nakamae E. A method for displaying metaballs by using Bézier clipping. *Computer Graphics Forum*, 1994, 13(3):271~280
- 17 Bloomenthal J, Wyvill B. Interactive techniques for implicit modeling. *Computer Graphics*, 1990, 24(2):109~116
- 18 Bloomenthal J, Shoemake K. Convolution surfaces. *Computer Graphics*, 1991, 25(4):251~256
- 19 Schneider P J. Solving the nearest-point-on-curve problem. In: Glassner A S ed. *Graphics Gems I*. Academic Press, 1990. 607~611
- 20 Hart J C. Sphere tracing; a geometric method for the antialiased ray tracing of implicit surfaces. *The Visual Computer*, 1996, 12:527~545

## General Constrained Deformations Based on Generalized Metaballs

JIN Xiao-gang PENG Qun-sheng

(State Key Laboratory of CAD & CG Zhejiang University Hangzhou 310027)

**Abstract** Space deformation is a very important tool in computer animation and shape design. In this paper, the authors propose a new general deformation model containing point, line, surface and volume constraints based on the special distribution of the potential function of a generalized metaball. The user specifies a series of constraints, the effective radius and displacement of each constraint, then the deformation model creates a generalized metaball for each constraint according to each specified constraint and its effective radius. The generalized metaball produces a potential function centered on the constraint, it drops from 1 on the constraint to 0 on the effective radius. This deformation model operates on the whole space and is independent of the underlining representation of the object to be deformed. The deformation can be finely controlled by adjusting the parameters of the generalized metaballs. Experiments show this general deformation model is efficient and can deal with line, surface and volume constraints which are difficult for the traditional deformation models.

**Key words** Computer animation, general constrained deformation, generalized metaball, line constraint, surface constraint, volume constraint.