

交互三维形状过渡技术*

王章野^{1,2} 鲍虎军¹ 彭群生¹

¹(浙江大学CAD&CG国家重点实验室 杭州 310027)

²(温州师范学院计算机系 温州 325003)

摘要 给出了一个新的有相同亏格多面体之间的三维形状过渡算法。算法首先交互地将两个给定的多面体剖分为相同数目的多边形网格区域,同时建立起网格区域的匹配。然后,利用调和映射将每对对应区域进行参数化和重新采样,最终建立起每个给定多面体的特征多面体。利用特征多面体作为桥梁,通过复合3个连续的变换来实现两个给定多面体之间的形状过渡。实验结果表明,本算法稳定可靠,且能处理一般的情形。

关键词 计算机动画,形状过渡技术,调和映射,同构映射,亏格。

中图法分类号 TP391

近年来,三维形状过渡技术已广泛应用于CAD和计算机动画系统中,成功地模拟了许多影视特技效果。形状过渡技术可以在二维或三维空间中实现。二维变形可实现一幅图象到另一幅图象的光滑过渡。该技术首先通过交互确定一些相应的特征点对或线段对来建立两幅图象像素之间的对应关系(变形函数),中间画面则经插值对应像素对的颜色和位置而得到。二维变形技术的研究主要集中在如何建立映射函数上。基于网格的变形技术和场变形技术是目前最成功的方法。^[1,2]由于不涉及三维几何信息,二维变形技术生成的中间画面往往不够真实。尽管View morphing技术^[3]通过引入摄像机变换到传统二维变形技术来解决这一问题,但该方法仍无法完全克服这一缺点,最彻底的解决方法是采用三维变形技术。与二维变形技术相比,在两个具有不同拓扑结构的景物之间建立自然的形状过渡是非常困难的,已有许多学者对这一问题展开了研究。^[4-7]Kent^[4]等人提出了一种零亏格多面体间的形状过渡算法,该算法通过将原始模型同时投影到一中间球面上,来实现其拓扑合并,进而得到两个具有与原模型相同形状但有不同顶点数的中间模型。因为产生的中间模型有相同的拓扑结构,所以它们之间的映射关系很容易得到。由于其呈状投影模式,这一算法不能处理一般情形,如非零亏格情形。基于原模型的体素表示,Payne等人^[5]通过插值相应体素对来产生其中间模型的等值面。Galin^[6]等人用Minkowski和算子及Metaball技术来解决三维形状过渡。而Lerios^[7]等人则将二维场变形算法扩展为三维形状过渡算法。

本文给出了一个相同亏格多面体间的三维形状过渡算法。为建立两个给定多面体之间的顶点对应关系,我们首先对每一多面体局部参数化,然后根据给定模型的拓扑结构来构造其相应的、具有相同顶点数的特征多面体。原多面体间的形状过渡可通过组合以下3个映射而得到。首先,映射第1个多面体到其特征多面体,然后,映射第1个特征多面体到第2个特征多面体,最后,映射第2个特征多面体到第2个多面体。中间多面体可通过插值,由上述映射定义的相应顶点对面得到。

1 数学背景

众所周知,一个有效的多面体必须满足欧拉公式

$$V - E + F = 2G,$$

式中 V, E, F 分别为多面体的顶点数、边数和面数, G 为亏格。数学上,若两个物体或流形之间存在连续可逆的一一映射,则称它们是同构的或拓扑等价的,该映射称为同构映射。一般说来,多面体间同构映射的构造是非常困难的。如果

* 本文研究得到浙江省自然科学基金和霍英东青年教育研究基金资助。作者王章野,1965年生,讲师,主要研究领域为计算机动画,红外图形。鲍虎军,1966年生,博士,研究员,主要研究领域为光照明模型,真实感图形算法,计算机动画,可视化技术。彭群生,1947年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形,计算机动画,三维几何造型,红外图形,工程图纸扫描识别。

本文通讯联系人:王章野,杭州 310027,浙江大学CAD&CG国家重点实验室

本文1998-02-28收到原稿,1998-04-20收到修改稿

已知两多面体间的同构映射,则从一个多面体到另一个多面体的形状过渡可方便地由插值多面体表面相应点对而得到.因而,三维形状过渡问题可分解为点对应和插值两个子问题.

实际上,如果两多面体具有相同数目的顶点,对应关系就很容易建立.一旦建立了顶点对应关系,适当的插值模式便可用来生成中间多面体.插值问题的难点在于,如何避免形状过渡中多面体的自交问题.本文将关注多面体顶点对应关系的建立,而不去构造它们之间的同构映射.事实上,这仅是该问题的充分条件,但对形状过渡来说,这已足够.

2 算法概要

由于给定的多面体通常具有不同的顶点数,因而建立它们之间的顶点对应关系是非常困难的.Kent 等人^[4]通过将两多面体投影到一同心球面上来建立这种对应关系.由于其星形投影模式,该算法不能实现非零亏格多面体之间的三维形状过渡.

Kent 算法本质上是采用一球体作为重新采样原多面体的一个媒体.类似地,本算法的基本思想是,对每一给定的多面体引入一个多面体作为桥梁来建立两给定多面体之间的顶点对应关系.为避免混淆,我们称引入的多面体为特征多面体.

设 A 和 B 是两个给定的具有相同亏格的多面体, A' 和 B' 是它们的特征多面体.这样, A 和 B 之间的顶点对应关系可以表述为下面 3 个映射的组合.

$$X_{A \rightarrow B} = X_{B' \rightarrow B} \circ X_{A' \rightarrow B'} \circ X_{A \rightarrow A'}$$

这里, $X_{P \rightarrow Q}$ 代表多面体 P 和 Q 之间的顶点对应关系.同样,从 A 到 B 的形状过渡可分为 3 步:将 A 变形到 A' , A' 变形到 B' , B' 变形到 B ,实际上第 1 步和第 3 步是一对互逆的过程.容易发现,本方法的关键是构造特征多面体.为此,我们首先采用调和映射对每一给定的多面体进行参数化,然后重新采样给定的多面体来构造其特征多面体,最后建立起上述 3 个映射.下面给出本算法的细节描述.

3 多面体的参数化

Kent 的投影过程其实是多面体的一种参数化.这个事实表明,我们可通过匹配它们在参数空间中的投影来建立顶点对应关系.本节将讨论多面体的参数化.

3.1 局部参数化

为建立多面体的 LOD(level of detail)模型,Eck 等人^[8]采用调和映射来实现同构于圆盘的多边形网格的参数化,且该映射保证上述参数化的扭曲能量达到最小.设 $D \subset R^3$ 为一同构于圆盘的多边形网格, $P \subset R^2$ 为一平面凸多边形区域(如图 1 所示),如果从 $\partial D(D$ 的边界)到 $\partial P(P$ 的边界)的映射 g 是一个同构映射,那么,在 D 和 P 之间存在唯一的调和映射.

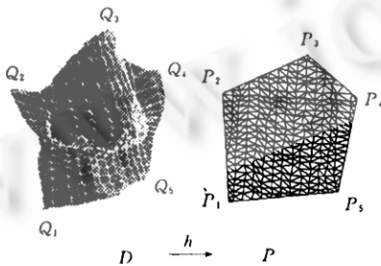


图 1 D 到 P 的参数化构造, g 将 D 的角点 Q_i 映射为 P 的顶点 P_i

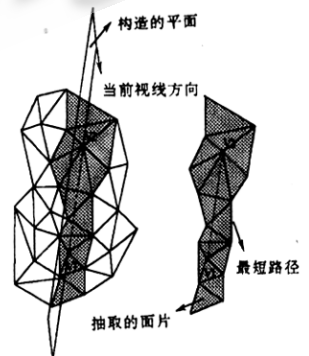


图 2 确定多边形网格的边界线的步骤

为了构造 D 的参数化,Eck 等人利用分段线性逼近技术来构造 D 到 P 的近似调和映射.它可用下面方法实现.

首先在 D 的边界 ∂D 上选取 n 个角点,并取 P 为凸 n 边形区域.为了使度量扭曲能量最小,多边形 P 的顶点将被定位在圆上,并使 P 的每边所对应的圆心角大小正比于 D 上对应边界线段的弧长.通过映射 D 的角点到 P 的顶点,映射 g 可方便地定义为分段线性函数.设 $h: D \rightarrow P$ 为从 D 到 P 的分片线性映射,它遵循边界条件: $h|_{\partial D} = g$,则 D 的参

数化问题可转化为映射 h 的构造。Eck 等人引入如下的扭曲能量来构造映射 h 。

$$E(h) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \in Ed_{gr}(D)} k_{ij} \|h(i) - h(j)\|^2.$$

这里,每个弹性系数 k_{ij} 定义为 D 中邻边长度的简单函数,由于调和映射 h 是使上述扭曲能量最小的函数,因而它可以通过求解最小二乘问题而得到。

因为调和映射 $h: D \rightarrow P$ 是一种嵌入,其逆映射 h^{-1} 存在,且是 D 到 P 的一个参数化。

3.2 交互拓扑分解

由于给定的多面体可能具有不同数目的顶点,它们之间的顶点对应关系变得非常复杂,一个自然的选择是重新采样给定的多面体,使得它们具有相同的拓扑结构。为此,本算法首先交互地将每一多面体剖分为一定数目、同构于圆盘的四边多边形网格,并在交互过程中建立起区域的对应关系。每一网格区域通过交互地确定边界线而得到,其中每条边界线由多面体上的一系列边连结而成(如图 2 所示)。边界线按下面方法计算:用户首先在每一多面体的二维投影上用鼠标选取两个顶点,然后根据最短路径原理^[9]确定两点间位于多面体上的最短路径。该最短路径就作为一条边界线。为便于区域匹配,我们对每一边界线都赋予唯一标号。位于边界线上的多面体顶点称为边界顶点,并同时赋予边界线的标号。图 2 说明了确定边界线的步骤。

为了快速确定最短路径,本算法首先利用两选取的顶点和当前视线方向来构造一平面,然后从多面体上抽取一多边形网格,该网格由多面体上所有与该平面相交的三角面片构成。通过搜索该多边形网格的边集就可得到两顶点间的最短路径。由于抽出的多边形网格边集的复杂度比原多面体低得多,因而本算法能为用户提供快速直观的反馈。当然,在交互过程中要求用户不断调节视线方向以便构造适当的平面,从而找出所需的最短路径。

确定了边界线后,我们需要逐一抽取由 4 条边界线所包围的多边形网格。我们采用一个迭代步骤来依次建立多边形网格区域。在每一步,算法首先随机选取多面体上尚未处理过的一个面片作为当前网格的种子面片,然后通过逐一添加相邻面片到当前多边形网格区域,直到达到边界线。每一个添加到网格区域的面片均被标识为处理面片,这样,每一迭代步骤均可抽出一多边形网格。利用多面体的拓扑信息,我们可方便地实现相邻面片的添加。当所有面片都处理完毕时,整个迭代终止。

一旦一个多边形网格区域从多面体上抽取出来,它的 4 个边界线的标号便可方便地根据边界顶点的标号而确定。利用前面描述的调和映射,就可实现该网格区域的参数化。显然,利用 4 条边界线的标号,我们就可建立起给定多面体之间的区域匹配。实际执行时,我们通常根据多面体的形状,尽量少地选取剖分产生的多边形网格数。

4 特征匹配

实际上,多边形网格区域对应关系只提供了两个给定多面体之间的粗匹配,它们间的细匹配可根据区域对应关系建立起来。在本节中,我们通过重新采样每对对应区域来保证它们具有相同的采样点,并称这些点为特征顶点。幸运的是,特征点之间的对应关系可由参数域间的仿射变换而得到。

我们的采样模式首先在多边形网格区域的参数域中实施,然后利用逆调和映射计算出特征点的空间位置。通常,我们均匀地采样网格区域,其采样密度根据区域上的顶点数而定。虽然在许多应用场合均匀采样已满足需要,但有时我们需要在一对对应区域上指定一些特征点来建立对应关系。为此,本文采用 Wolberg^[1]提出的 B 样条网格匹配技术来实现网格区域内部的对应。设 D_1 和 D_2 为原多面体上的一对匹配区域, R_1 和 R_2 为它们的四边参数域。两个有较小分辨率(如 4×4)的均匀控制网格分别置于 R_1 和 R_2 上,它们定义了两张 B 样条(或 Bezier)表面。然后,用户可以同时通过移动、添加或删除两 B 样条网格顶点来编辑网格,以建立特征匹配。为了帮助用户观察三维空间的编辑结果,算法同时把正在编辑的网格映射到 D_1 和 D_2 上。最终, R_1 和 R_2 之间的点对应关系就可自动地由其参数值建立起来。最后,我们将两张 B 样条表面细分到一定密度,并通过逆调和映射,将采样点分别映射到 D_1 和 D_2 上,就可以得到 D_1 和 D_2 上的特征点。显然,特征点间对应关系已自然地建立起来。

由于每对匹配区域的采样密度是不同的,上述采样过程只在多边形网格区域内部进行。每对匹配边界线则根据其顶点数重新均匀采样。显然,这些采样步骤可保证给定的两多面体具有相同的特征顶点,并建立起特征点之间的对应关系。

5 特征多面体

本算法通过为每一给定的多面体构造一新的多面体来建立多面体之间的顶点对应关系。如上所述,重新采样两给

定的多面体后,它们具有相同的特征顶点,且特征点之间的对应关系已建立起来.由于没有涉及到拓扑信息,特征匹配尚不足以生成中间多面体.本节引入一对新的多面体来解决这一问题,并称引入的多面体为特征多面体.

一个多面体的特征多面体可视为该多面体的重构,它通过利用给定多面体的拓扑信息来重建特征顶点而得到.显然,通过插值对应特征顶点和利用其拓扑结构,两特征多面体之间的形状过渡就很容易得到.由于一个多面体和其特征多面体可能有不同的顶点数,它们的形状通常不同,因而我们需要一个有效的算法来实现它们之间的形状过渡.为此,本算法将原多面体顶点依附到特征顶点上,并根据最小距离原理来建立它们与特征顶点的对应关系.这里,我们用顶点聚类方法将原多面体的顶点分类.为了使给定的多面体在形状过渡中保持拓扑结构不变,我们在参数域上实施顶点聚类.设 p 为特征点, q 为多面体的顶点,对应于 p 的类(用符号 $cluster(p)$ 表示)可由下式决定.

$$cluster(p) = \{q \mid \|h(p) - h(q)\| = \min_{v \in V} \|h(p) - h(v)\|\}$$

这里 h 为调和映射, V 是多面体的顶点集.

当然,边界特征点需作多次处理,因为它们与多个多边形网格区域相关联.注意,上述聚类模式对某些特征顶点可能会产生空类.对这种特征顶点,我们用离它最近的非空特征顶点类作为它所对应的类.因而,我们的聚类规则定义了给定多面体顶点和其特征顶点之间的对应关系.利用给定多面体的拓扑结构,我们可方便地构造出其特征多面体.由于原多面体的一些顶点被合并为一点,一些三角形可能被退化为点或边,因而在特征多面体上存在一些退化的三角面片.虽然这些退化三角面片对造型和绘制不起任何作用,但提供了原多面体和特征多面体之间形状过渡的拓扑信息.

6 形状过渡

一旦给定多面体的特征多面体建好,我们就可讨论形状过渡算法.如第2节所讨论,从 A 到 B 的形状过渡可分为以下3步.

(1) 将 A 变形为它的特征多面体 A' , 中间多面体的顶点集由下式决定.

$$\bigcup_{p \in V_{A'}} \{interp(q, p) \mid q \in cluster(p), q \in V_A\},$$

这里, $interp()$ 是对应顶点到位置之间的插值函数, V_A 和 $V_{A'}$ 分别是 A 和 A' 的顶点集.其拓扑结构与 A 一样.

(2) 将 A' 变形为 B 的特征多面体 B' . 这中间的多面体顶点集由下式决定.

$$\bigcup_{p \in V_{A'}} \{interp(q, p) \mid q \in V_B, (p, q) \text{ 是一一对应的特征点}\},$$

其拓扑结构与 A' 一致.

(3) 将 B' 变形为第2个多面体 B . 中间多面体的顶点集由下式计算.

$$\bigcup_{p \in V_{B'}} \{interp(q, p) \mid q \in cluster(p), q \in V_B, V_B \text{ 是 } B \text{ 的顶点集, 其拓扑结构与 } B \text{ 相同}\}.$$

显然,如果逆向执行上述过程,我们可以方便地实现从 B 到 A 的形状过渡.另外,我们也可以在形状过渡中插值给定多面体的材料和纹理.由于每个多面体均已局部参数化,这是很容易实现的.

7 实现和结果

本算法已在 SGI Indy R4000 工作站上得以实现.为了显示它的有效性,我们构造了两个具有不同亏格和不同复杂程度的例子.

图3显示了一人头逐渐变形为形状‘H’的多面体的过程.这两个多面体的亏格为0.这两个多面体被分解为6个面,所对应的特征多面体如图3(c)和图3(h)所示.人头模型的顶点数为6195.‘H’模型的顶点数为3127.头的鼻尖变换成‘H’的前端面的中心.特征多面体的顶点集大小为1648个.所有图象用Z-buffer算法绘制,绘制时没有考虑面片间的光滑过渡.

图4显示了一个包有一个洞(即亏格 $G=1$)的环之间的变形.它们交互地被分解为6个多面体区域.图4(c)和图4(h)显示了有2532个顶点的特征多面体.两原始多面体的顶点数分别为2673和1649.在这个例子中只实施了多边形网格区域匹配.与图3类似,绘制时亦没有考虑面片间的光滑过渡.

8 结论

我们已介绍了一个新的相同亏格多面体间的三维形状过渡算法.为了建立两多面体之间的顶点对应关系,本算法首先将给定的两多面体交互地剖分为具有相同数目的多边形网格区域,并在交互剖分过程中建立起区域匹配.然后,利用调和映射参数化每一多边形区域,从而建立起特征点间对应关系.最后,作为从一个多面体到另一多面体变形的

桥梁,引入了特征多面体.与传统的三维变形算法不同,我们的方法隐含地将原多面体展开成一个二维图结构,因此,它可以建立亏格大于1的多面体之间的形状过渡.实验结果表明,我们的算法稳定可靠且计算量适中,可以处理一般的情况.

本算法只考虑了三维形状过渡中顶点对应关系的建立问题,没有涉及到插值过渡问题,今后的研究应集中在如何避免插值产生的中间多面体的自交叉问题,并在变形过程中为用户提供更多的控制.

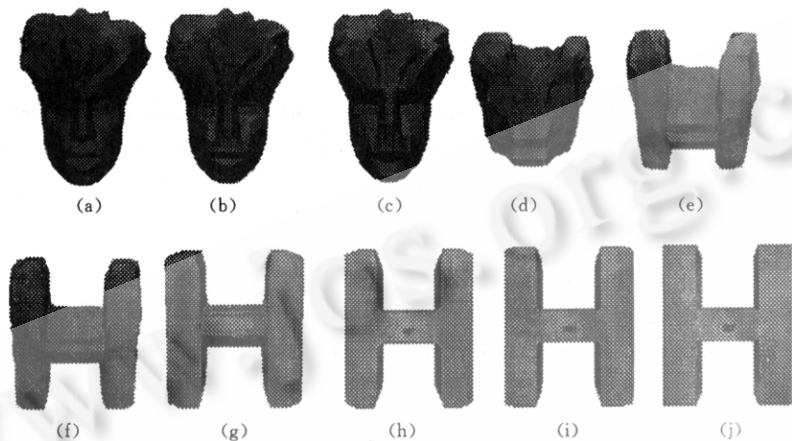


图3 一个人头和一个字符‘H’之间的形状过渡(亏格 $G=0$)

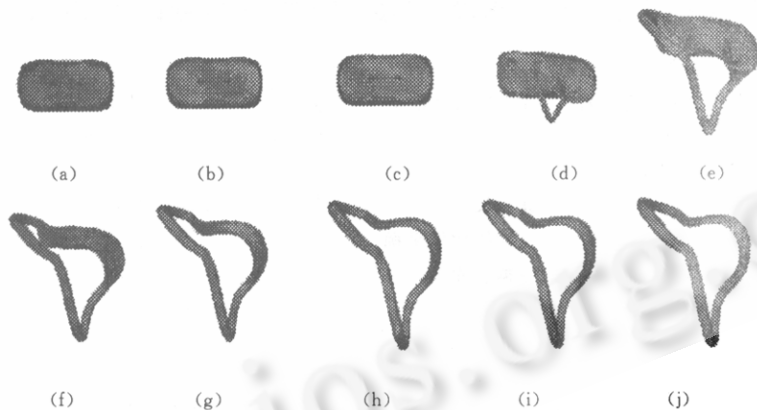


图4 一个包和一个环之间的形状过渡(亏格 $G=1$)

参考文献

- 1 Wolberg G. Digital Image Warping. IEEE Computer Society Press, 1990
- 2 Beier T, Neely S. Feature-based image metamorphing. Computer Graphics, 1992,26(2):35~42
- 3 Seitz S M, Dyer C R. View morphing. In: Holly Rushmeier ed. Computer Graphics, Annual Conference Series. Addison-Wesley Publishing Company, 1996. 31~42
- 4 Kent J R, Carlson W E, Parent R E. Shape transformation for polyhedral objects. Computer Graphics, 1992,26(2):47~54
- 5 Payne B, Toga A. Distance field manipulation of surface models. Computer Graphics and Applications, 1992,12(1):65~71
- 6 Galin E, Akkouche S. Blob metamorphosis based on Minkovski sums. In: Dieter W Fellner ed. Proceedings of Eurographics '96. Cambridge: The Eurographics Association, Aug. 1996. 143~154
- 7 Lerios A, Garfinkle C D, Levoy M. Feature-based volume metamorphosis. Computer Graphics, 1992,26(2):449~456
- 8 Eck M, DeRose T, Duchamp T. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. In: Robert Cook ed. Computer Graphics, Annual Conference Series. Addison-Wesley Publishing Company, 1995. 173~182
- 9 Chen J D, Han Y J. Shortest paths on a polyhedron. In: Proceedings of the 6th Annual ACM Symposium on Computational

Geometry, 1990. 360~369

Interactive 3D Metamorphosis

WANG Zhang-ye^{1,2} BAO Hu-jun¹ PENG Qun-sheng¹

¹(State Key Laboratory of CAD & CG Zhejiang University Hangzhou 310027)

²(Department of Computer Science Wenzhou Normal College Wenzhou 325003)

Abstract A new 3D morphing algorithm for polyhedral objects with the same genus is presented in this paper. The proposed algorithm first interactively partitions the two original polyhedra into the same number of polygonal patches, the patch correspondence is also established during partitioning. Then each pair of corresponding patches is parametrized and resampled by using the harmonic maps. A feature polyhedron is finally constructed for each original polyhedron. The shape transition between the original polyhedral models is accomplished by composing three successive transformations using their feature polyhedra as the bridges. Experimental results demonstrate that the algorithm is robust, and can deal with the general cases.

Key words Computer animation, metamorphosis, harmonic map, homeomorphic map, genus.