

评价函数驱动的抖动模式的研究*

郭茂祖 陈彬 王晓龙

(哈尔滨工业大学计算机科学与工程系 哈尔滨 150006)

E-mail: mzguo@mlg.hit.edu.cn

摘要 图象处理中的抖动模式问题是彩色图象打印输出的一个关键问题。提出由评价函数驱动的模式抖动方式,并利用模拟退火算法加以实现,在此基础上,提出了几种影响抖动模式的评价函数。实验结果表明该方法优于 Jarvis 抖动处理。

关键词 抖动,抖动模式,评价函数,模拟退火,误差扩散。

中图法分类号 TP391

抖动(Dithering)处理是计算机图象处理中的关键技术。目前,人们对抖动处理的研究有模式抖动(Pattern Dithering)与误差扩散(Error Diffusion)两种方式。误差扩散效果很好,但因处理速度很慢而降低了其商业价值;而模式抖动速度较快,能够满足用户要求,因而成为抖动处理研究的热点。模式抖动常用的有 Jarvis 抖动处理法。Jarvis 处理矩阵采用递归生成,只有一种固定模式,因而没有进一步改进的余地。本文提出一种由评价函数驱动的模式抖动方式,利用模拟退火算法加以实现,并提出了几种改进的评价函数。实验结果表明该方法既保持了模式抖动速度快的特性,效果上又超过 Jarvis 抖动处理,而接近误差扩散。

本文首先介绍抖动处理的有关概念及现有方法的缺陷,然后提出由评价函数驱动的模式抖动方式,并利用模拟退火算法加以实现,在此基础上,提出了几种影响抖动模式的评价函数,并讨论了它们各自的优缺点,最后对实验结果进行分析。

1 抖动处理概述

本节首先阐述抖动处理的必要性,然后简述两种已有的抖动处理方法,即 Jarvis 抖动处理和误差扩散方法。

1.1 问题的提出

在打印位图图象时,大多数有趣的图象都是彩色的,而我们的打印机大多数却是黑白的。打印彩色位图的设备中,高质量的非常昂贵,而低价的则效果很差。在能够处理彩色的打印机中,只有彩色 postscript 打印机和胶片录制机(Film Recorder)能够与 VGA 卡具有相同的色彩表示能力。但彩色 postscript 打印机和胶片录制机的价格是大多数程序员所负担不起的,而彩色喷墨打印机和其它价格比较便宜的彩色打印设备效果则很差。

除非由于技术进步降低彩色 postscript 打印机及胶片录制机的价格,人们目前只能改进价格比较便宜的彩色打印机,比如彩色喷墨打印机的打印效果。为此,需要对位图图象进行抖动处理。目前已有两种抖动处理方法,即模式抖动处理和误差扩散方法。Jarvis 抖动处理是一种模式抖动处理,速度快,但效果不好;误差扩散方法效果较好,但速度太慢。

定义. 为了将数字系统上的色调值做得更好,必须将像素按照一定的模式安排,建立这些模式的规则是特定的。模式的创建被称为抖动过程,一般的抖动机制被称为抖动,而特定的模式称为抖动模式。

我们通过一种评价函数来产生抖动模式,效果较好,而且速度也较快。

1.2 Jarvis 抖动处理

Jarvis 抖动处理是一种模式抖动处理方法。^[1]下面以把一幅彩色图象处理成为黑白图象为例介绍这种方法。Jarvis

* 本文研究得到哈尔滨工业大学校基金和哈尔滨工业大学与日本 Canotec 公司合作课题资金资助。作者郭茂祖,1966年生,博士,讲师,主要研究领域为机器学习,非数值并行算法,图象处理。陈彬,1968年生,博士,讲师,主要研究领域为机器学习,计算学习理论,图象处理。王晓龙,1955年生,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能,自然语言理解,智能人机接口。

本文通讯联系人:郭茂祖,哈尔滨 150006,哈尔滨工业大学计算机科学与工程系

本文1997-07-29收到原稿,1997-11-20收到修改稿

抖动处理将模式看作一个矩阵,定义一个 $2n \times 2n$ 矩阵如下.

$$[D_{2n}] = \begin{bmatrix} 4D_n & 4D_n + 2U_n \\ 4D_n + 3U_n & 4D_n + U_n \end{bmatrix} \quad \text{其中 } [D_1] = [0], [U_n] = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Jarvis 抖动处理的原理是,把源图象的灰度值与一个固定的抖动模式进行比较,图象的每一个块都与该模式进行比较,如果源图象的象素值大于矩阵中相对应的元素值,则这些象素被认为是白的,否则是黑的.

由于 Jarvis 抖动模式固定,因而该处理的缺点是不能改进,效果不好.

1.3 误差扩散

在图象的抖动处理过程中,有一种最有效的方法是利用误差扩散^[2],这在理论上是很简单的.可以从单个象素的角度来理解这种误差扩散.假设有一个灰度比例的象素,通过将它与阈值相比较而转换成一个单色的象素.假设阈值介于黑与白的正中间,因为白色值为 255,黑色值为 0,所以阈值为 127.再假定该象素的灰度值为 150,那么它将被转换成白色的象素,不过却有 23 的误差.如果该误差被周围的象素分散了,那么在最终得到的图象上,该误差将不会太引人注目.考虑到每个象素都可能误差,经过这种误差扩散所得到的一系列的黑白点看上去很象与原灰度成比例的图象.不过这种方法也有许多潜在的难点:①速度较慢;②图象中不同灰度区域的边界问题;③对于包含有一些文本的图象,其效果也不太好;④由于误差扩散只是简单地把一行的误差转移到另一行,结果在图象的垂直方向引起了误差的堆积,因而有赝象出现.

Floyd-Steinberg filter 是一种最通用的误差扩散方法,是由 Floyd 和 Steinberg 在 1975 年提出的.^[3]Floyd-Steinberg filter 的误差扩散的简图如下.

$$\begin{matrix} X & 7 \\ & 3 & 5 & 1 \end{matrix}$$

在这个例子中,所有的数字加起来为 16.已知象素 X 与阈值之间的误差为 error,那么将有 7/16 的误差加到 X 右边的象素,3/16 的误差加到 X 左下方的象素,...当象素被处理完之后,将重复这个过程,处理源图象的下一个象素.

2 评价函数驱动的抖动模式的确定

2.1 评价函数

从理论角度看,抖动模式实际上是与一个 $N \times N$ 方阵一一对应的,如图 1 所示.一个抖动模式上灰度级分布越不均匀,即取值邻近的灰度级越分开,则该模式越好.

0	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

图 1 8×8 模式

抖动模式中元素的不同排列方式对应不同的模式,我们可以选择如下的评价函数来区分不同的抖动模式.

$$E = \sum_i \sum_{p_i, q_i} \frac{1}{r(p_i, q_i)^2} \tag{1}$$

其中 E_i : 评价函数; i : 模式中某位置的取值; p_i : 某模式中其值小于 i 的位置; q_i : 某模式中其值也小于 i 的位置; $r(p_i, q_i)^2$: 位置 p_i 与 q_i 之间欧几里德距离的平方.

显然, E 值不同,则对应不同的抖动模式.我们试图找到对应最小 E 值的某个抖动模式.

选择 E 值作为评价函数的几何意义在于, $r(p_i, q_i)$ 对应于小于灰度级 i 的两个灰度级在模式中的位置 p_i 与 q_i 之间的距离.从总体上看,位置 p_i 与 q_i 上的灰度级应是接近的(因为都小于 i),所以,按照抖动模式分布越不均匀越好的原则, p_i 与 q_i 应尽量分开,即 $r(p_i, q_i)$ 越大越好,相应地, E 值越小越好.

对于一个 $N \times N$ 方阵,它所对应的可能模式的个数为 $N^2!$.例如,当 $N=8$ 时,模式个数为 $8^2! = 64! \approx 1.27 \times 10^{89}$.可见,确定一个最优模式的时间复杂性是随 N 值增大而呈指数增长的,因而,当 N 较大时,不存在一个实际的精

确算法.

2.2 模拟退火算法求解抖动模式

由前面的分析,虽然没有证明,但我们猜测寻找最优的抖动模式是 NP 问题,所有 NP 问题都没有多项式算法,因而,为了寻求最优抖动模式,求其有效的近似解法是必由之路.

模拟退火算法 SA(simulated annealing)^[4,5]是解决组合优化问题的启发式方法,在求解如神经网络、集成电路设计等优化组合问题中非常有效.为此,可将 SA 应用于寻求最优抖动模式.

确定抖动模式可以不受模拟退火算法运行时间较长这一限制(当然要在可忍受程度之内),因为该问题实时性不强,一旦找到一个好的模式,就可以一直利用它来输出图象.

下面将 SA 应用于抖动模式问题.随着 N 值的增大,公式(1)使得初始评价函数值、函数增量等的计算量增加很大,所以应尽量简化这些计算.下面重点就这几个问题进行讨论.

2.2.1 初始状态确定及其评价函数计算

既然初始模式可以从解空间中任取一个,我们可选择最简单的一个模式作为初始模式,例如图 1 所示的模式.

为了计算初始模式的评价函数 E_0 ,将公式(1)分析如下.

表 1 计算模式的评价函数 E_0 图示分析($N=8$)

i	(p, q)	$r(p, q)$ 个数
2	(0, 1)	$C(2, 2)$
3	(0, 1) (0, 2) (1, 2)	$C(3, 2)$
4	(0, 1) (0, 2) (1, 2) (0, 3) (1, 3) (2, 3)	$C(4, 2)$
\vdots	\vdots	\vdots
63	(0, 1) \dots (61, 62)	$C(63, 2)$

(1) 对表 1 横向分析

如果对表 1 进行横向分析,根据公式(1), E_0 可计算如下.

$$E_0 = \sum_{k=1}^{62} \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^{i-1} \frac{1}{r_{j,i}^2}$$

相应地,计算量(以计算距离的个数度量)为

$$\sum_{i=2}^{62-1} C(i, 2) = \frac{8^2(8^2-1)(8^2-2)}{6} = O(8^6).$$

一般地,计算量为

$$\sum_{i=2}^{N^2-1} C(i, 2) = \frac{N^2(N^2-1)(N^2-2)}{6} = O(N^6).$$

(2) 对表 1 纵向分析

如果对表 1 进行纵向分析,根据公式(1), E_0 可计算如下.

$$E_0 = \sum_{i=1}^{62} (63-i) \sum_{j=0}^{i-1} \frac{1}{r_{j,i}^2} \quad (2)$$

相应地,计算量(以计算距离的个数度量)为

$$\sum (1+2+\dots+62) = C(63, 2) = O(8^4).$$

一般地,计算量为

$$\sum [1+2+\dots+(N^2-2)] = C(N^2-1, 2) = O(N^4). \quad (3)$$

这样,如果按第(2)种方式求 E_0 ,计算量就会降低许多,尤其是当 N 较大(例如 $N=16$)时.

2.2.2 新解产生及相应的函数增量计算

通过交换上一模式中随机选择的两个点(假定对应的灰度级分别为 v_1, v_2),得到一个新的模式,作为产生的新解.例如对图 2 所示的模式 P_1 ,假定选择 5 与 13 进行交换.

						5	
			13				

图2 抖动模式 P1

从 SA 算法描述可以看出,如果说初始模式评价函数仅仅计算一次的话,那么新旧模式评价函数之间的差值 ΔE 计算次数要多得多,因为 ΔE 处于算法循环体的最内层.现在考虑 ΔE 的计算.

(1)直接利用公式(2),计算模式 P1 与 P2 的评价函数 E_{p1}, E_{p2},进而得 ΔE = E_{p2} - E_{p1},由公式(3)知,这时计算量为

$$2C(N^2-1, 2) = O(N^4)$$

(2)既然是求解 ΔE,那么公式(1)中与交换的两点(例 5 与 13)无关的距离可以不考虑,而只考虑与该两点有关的部分.

考察公式(1)中不同的 i 值,则上述有关的 (p, q) 值列举见表 2.

表2 图2中点5对 ΔE 影响分析(N=8)

i	(p, q)	r(p, q)个数
6	(0, 5) (1, 5) ... (4, 5)	5
7	(0, 5) (1, 5) ... (4, 5) (6, 5)	6
⋮	⋮	⋮
63	(0, 5) (1, 5) ... (4, 5) (6, 5) ... (62, 5)	62

表3 图2中点13对 ΔE 影响分析(N=8)

i	(p, q)	r(p, q)个数
14	(0, 13) (1, 13) ... (12, 13)	13
15	(0, 13) (1, 13) ... (12, 13) (14, 13)	14
⋮	⋮	⋮
63	(0, 13) ... (12, 13) (14, 13) ... (62, 13)	62

①对表 2、3 横向分析

如果对表 2、3 进行横向分析,某模式(例如图 2 中 P1)受某点 v1(例如 5 或 13)影响的评价函数部分可计算如下.

$$\sum_{i=v_1+1}^{N^2-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq v_1}}^{i-1} \frac{1}{r_{i,v_1}^2}$$

相应地, ΔE 总的计算量(以计算距离的个数度量)为

$$2[(v_1 + (v_1 + 1) + \dots + (N^2 - 2)) + (v_2 + (v_2 + 1) + \dots + (N^2 - 2))].$$

设 v = min{v1, v2}, 则上式不大于 4[v + (v + 1) + ... + (N^2 - 2)].

最坏的情况下,有 v = 0, 计算量为

$$4(0 + 1 + 2 + \dots + (N^2 - 2)) = 2(N^2 - 2) * (N^2 - 1) = O(N^4).$$

可见,与(1)相比,计算量复杂度并未得到改善.

②对表 2、3 纵向分析

如果对表 2、3 进行纵向分析,某模式(例如 P1)受某点 v1(例如 5 或 13)影响的评价函数部分可计算如下.

$$(N^2 - 1 - v_1) \sum_{i=0}^{v_1-1} \frac{1}{r_{i,v_1}^2} + \sum_{i=v_1+1}^{N^2-2} (N^2 - 1 - i) \frac{1}{r_{i,v_1}^2} \tag{4}$$

相应地, ΔE 计算量(以计算距离的个数度量)为

$$4(N^2-2)=O(N^2).$$

可见,这时计算量复杂度大为改善.因此,我们采用公式(4)来计算 ΔE .

3 评价函数及其改进

前面已经提到,一个抖动模式上的灰度级分布越不均匀,则该模式就越好.尽管按照该原则,我们选择了公式(1)作为评价函数,但运行结果不甚理想,如图3所示.

2	32	9	29	4	38	12	25
20	50	42	47	55	22	48	0
36	18	60	14	43	61	16	35
5	52	33	57	28	45	56	21
40	24	62	6	63	15	46	7
11	54	17	58	34	59	30	39
27	44	51	26	53	19	49	13
1	31	8	41	10	37	3	23

该模式评价函数值 $E: 5408.990234$ (初始评价函数 $E_0: 7843.581055$)

图3 对应公式(1)的抖动模式

分析图3发现:灰度级较小的数(例除6之外的从0~13)集中分布到模式的边缘地区.这是我们所不希望的,为此做如下改进.

3.1 评价函数改进一

既然在公式(1)中因以某一值为基准导致较小灰度级分布于边缘,那么我们可以取消该基准而引入权值作用,得到如下公式

$$E = \sum_{i \neq j} \frac{1}{|i-j| \times r(p_i, p_j)^2} \tag{5}$$

其中 p_i, p_j 为某模式中灰度级为 i, j 的位置.

据公式(5),得如下模式

28	10	61	5	36	23	1	48
54	39	20	31	16	58	41	18
2	15	46	12	43	8	29	52
25	59	34	0	55	33	60	4
49	6	27	50	22	47	26	38
14	37	63	9	40	17	62	13
56	19	45	24	3	57	7	30
42	32	11	53	35	44	21	51

最小评价函数 $E: 24.773996$ (初始评价函数 $E_0: 86.487328$)

图4 对应公式(5)的抖动模式

实验证明,该模式输出的图象效果较好.即使如此,如果仔细观察图象,会发现有的小的鳞状边缘变化出现,为此提出改进二.

3.2 评价函数改进二

在某种意义上,输出图象从微观看是模式与模式拼接而成,即一个模式周围有 N 个模式相邻接.因此,为了消除上述边缘变化,可以引入一种新的距离概念,记为 $r_n(p_i, p_j)$.

设某模式中两点坐标分别为 $p_1(x_1, y_1), p_2(x_2, y_2)$,分别定义它们的坐标差 $\Delta x, \Delta y$ 如下.

$$\Delta x = \begin{cases} |x_2 - x_1|, & \text{若 } |X_2 - X_1| \leq \frac{N}{2}; \\ N - |x_2 - x_1|, & \text{否则.} \end{cases} \quad \Delta y = \begin{cases} |y_2 - y_1|, & \text{若 } |y_2 - y_1| \leq \frac{N}{2}; \\ N - |y_2 - y_1|, & \text{否则.} \end{cases}$$

进而求得 $r_n(p_i, p_j)^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$.

这时,再利用公式(5),求得结果如下.

11	62	16	2	35	18	60	0
46	22	50	26	10	45	15	25
7	43	13	38	57	6	37	52
55	32	61	30	19	48	12	29
17	3	24	51	1	34	59	41
36	47	9	40	14	44	23	8
53	27	58	21	63	5	56	20
33	4	42	31	54	28	39	49

该模式评价函数值 $E: 33.037498$ (初始评价函数 $E_0: 95.539024$)

图 5 对应改进方案二的抖动模式

利用该模式输出的图象消除了边缘变化.

4 实验结果

在以上讨论基础上,分别应用 3.1 节与 3.2 节的结果得到不同的抖动结果,如图 6、图 7 所示,应用 Jarvis 抖动处理和误差扩散得到的结果如图 8、图 9 所示.

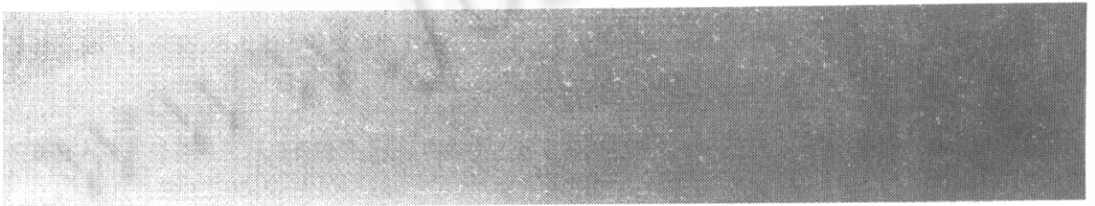


图 6 应用 3.1 节评价函数得到的抖动结果

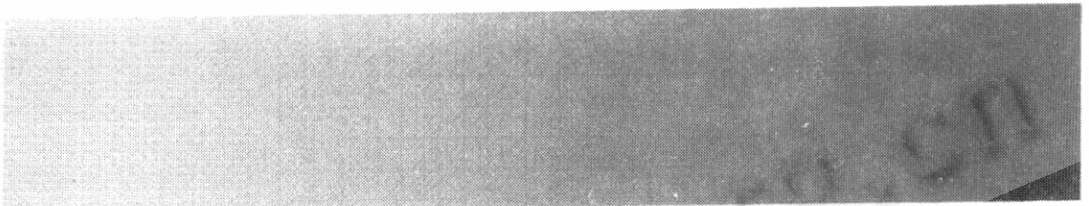


图 7 应用 3.2 节评价函数得到的抖动结果

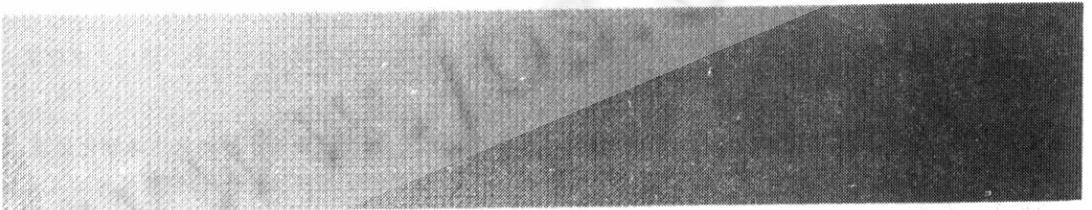


图 8 应用 Jarvis 抖动处理得到的抖动结果

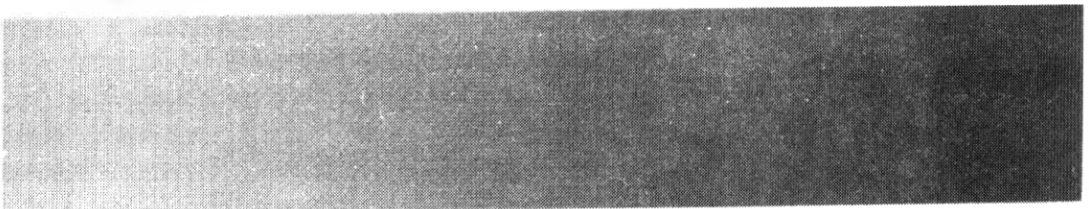


图 9 应用误差扩散得到的抖动结果

可以看出,采用评价函数驱动得到的结果优于 Jarvis 抖动处理的结果而接近误差扩散.一个原因是 Jarvis 抖动模

式固定;另外,它与 N 的取值呈固定递推关系,而评价函数驱动的抖动模式与 N 有关, N 越大,效果越好。

5 结 论

本文提出了评价函数驱动的抖动模式确定,并由模拟退火算法加以实现。该结果已被日本 Canotec 公司用于产品的开发、改进中。

我们进一步的工作:一是考虑采用某种填充方式实现较大的模式;二是改进四边形模式,尝试采用五边形,甚至七边形的情况。

参考文献

- 1 Jarvis J F *et al.* A survey of techniques for display of continuous tone picture on bilevel displays. *Computer Graphics and Image Processing*, 1970;5:13~40
- 2 董士海,郑全战,徐曦等. 图象格式编程指南. 北京:清华大学出版社,1995
(Dong Shi-hai, Zheng Quan-zhan, Xu Xi *et al.* A programming guide book about image format. Beijing: Tsinghua University Press, 1995)
- 3 Floyd R W, Steinberg L. An adaptive algorithm for spatial gray scale. In: *International Symposium Digest of Technical Papers*, vol 1975
- 4 Kirkpatrick S, Gelatt C D, Jr Vecchi M P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983,220:671~680
- 5 唐立山,谢云,尤允勇等. 非数值并行计算. 北京:科学出版社,1994
(Tang Li-shan, Xie Yun, You Shi-yong *et al.* Nonnumeric parallel computation. Beijing: Science Press, 1994)

Research on the Pattern Dithering Method Based on the Evaluating Function

GUO Mao-zu CHEN Bin WANG Xiao-long

(Department of Computer Science and Engineering Harbin Institute of Technology Harbin 150006)

Abstract The dither pattern in image processing is studied in this paper and it is crucial in color image printing output. First, one pattern dithering method based on the evaluating function is presented and it is implemented by applying simulated annealing algorithm. Then some improved evaluating functions are presented. The results show that this method is better than Jarvis Dithering.

Key words Dithering, dither pattern, evaluating functions, simulated annealing, error diffusion.

首届亚太地区万维网技术与应用国际会议(APWeb'98)

(1998年9月27~30日 中国北京)

<http://www.cm.deakin.edu.au/apweb98/>

通 知

由国家自然科学基金委员会等部门主办,中国科学院软件研究所、中国科学院计算机网络信息中心、澳大利亚 Deakin 大学负责承办,中国电子学会、IEEE 北京分会等单位提供支持的 APWeb'98(Asia-Pacific World Wide Web Conference 1998)将于 1998 年 9 月 27~30 日在北京举行。这是首次在中国举办的大型万维网技术与应用国际会议。会议将出版正式论文集。有关本次会议论文集的征文范围、征文要求、重要日期,请详见本刊 1998 年第 2 期第 155 页。

联系办法:

100080 北京 8718 信箱 中国科学院软件研究所 APWeb'98 程序委员会 李明树 博士

联系电话:(010)62635241 62561239 传真:(010)62562533

电子邮件:web98@ox.ios.ac.cn