U-循环项与易项*

黄且圆 蒋 颖 赵希顺 王 驹

(中国科学院软件研究所 北京 100080)

摘要 本文引进了U-循环的概念,并证明了所有U-循环项都是易项.从而刻画了一类易项的归约性质,这对于研究停机问题具有相当意义.

关键词 U-循环项,易项,Jacopini定理.

1 主要定理

本文所用记号取自文献[1,2].

定义1. 设W为一闭λ-项,称W为一易项(Easy term),如果对任意闭λ-项M,都有$Con(\lambda\beta\eta+W=M)$,即$\lambda\beta\eta+(W=M)$是协调的.

Jacopini[2]在1975年首先引入了易项的概念,并用语法的方法证明了$\Omega\equiv(\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$是易项,之后与他人合作对易项做了进一步的研究.[3]文献[4]首次从语义的角度用力迫方法证明了Ω是相对于$\lambda\beta$的易项.文献[5]推广了文献[4]中的方法,得到了一个相对于$\lambda\beta$的易项类.文献[6]用力迫法证明了Ω是易项.

定义2. 设$W\in\Lambda^0$(Λ^0为闭λ-项的全体),令

$$F(W)=\{P:W\twoheadrightarrow_{\beta\eta}P\}.$$

称W是U-循环项,如果

(1)W是0阶的(即对任$P\in F(W)$,P不是形如λxM的项).

(2)对任$P\in F(W)$,$P\twoheadrightarrow_{\beta\eta}W$.

(3)对任$P\in F(W)$,记为$W\not\subset P$,W不是P的真子项.

容易看出,Ω是一个U-循环项.可以验证$(\lambda xy.xxy)(\lambda xy.xxy)(\lambda xy.xxy)$也是$U$-循环项.可以证明如果$W$是$U$-循环项,则$F(W)$中的项都是$U$-循环项.

定理1. 如果W是U-循环项,则W是易项.

推论1. 如果一个闭λ-项M能归约到一个U-循环项,则M是一个易项.

---

* 本文研究得到国家自然科学基金资助.作者黄且圆,女,1939年生,研究员,主要研究领域为模型论,机器证明等.蒋颖,女,1958年生,副研究员,主要研究领域为λ—演算,证明论.赵希顺,1961年生,副教授,主要研究领域为集合论,证明论.王驹,1950年生,副研究员,主要研究领域为数理逻辑及计算机理论.

本文通讯联系人:黄且圆,北京100080,中国科学院软件研究所

本文1995—03—17收到修改稿

2 U-循环项的性质

命题 1. 设 W 为一 U-循环项，则对任 $P,P'\in F(W)$，P' 不是 P 的真子项(同样 P 也不是 P' 的真子项).

证明：如果 P' 是 P 的真子项，则设 $P\equiv C[P']$，其中 $C[\ ]\not\equiv[\ ]$. 由于 $P'\twoheadrightarrow_{\beta\eta}W$，从而有 $P\twoheadrightarrow_{\beta\eta}C[W]$，则有 $W\twoheadrightarrow_{\beta\eta}C[W]$. 则 $C[W]\in F(W)$. 这与定义 1.2(3)矛盾.

引理 1. 设 W 为一 U-循环项，设 M 为一 λ-项. 则存在唯一的一个语境 context$C[\ ]$及 $F(W)$ 中的一组元素 $P_1,P_2,\cdots,P_n$(有穷多个)使得 $C[\ ]$中没有 $F(W)$ 中的项出现且 $M\equiv C[P_1,P_2,\cdots,P_n]$.

证明：施归纳于 M 的结构.

(1)如果 M 中没有 $F(W)$ 中的项出现时，则令 $C[\ ]\equiv M$ 即可.

(2)假设 $M\equiv P,P\in F(W)$. 根据命题 2.1，不存在 $P'\in F(W)$ 使得 P' 是 P 的真子项. 因此必有 $C[\ ]\equiv[\ ]$ 使得 $M\equiv C[P]$.

(3)假设 $M\equiv M_1M_2$，且设结论对 M_1,M_2 成立. 对每个 $M_i(i=1,2)$，令 $C_i[\ ]$是唯一的 context $P_1^i,P_2^i,\cdots,P_n^i$ 是 $F(W)$ 中一组元素使得 $C_i[\ ]$中无 $F(W)$ 中的项出现，且 $M_i=C_i[P_1^i,P_2^i,\cdots,P_n^i]$. 令 $C[\ ]\equiv C_1[\ ]C_2[\ ]$，$P_1,P_2,\cdots,P_n$ 为 $P_1^1,P_2^1,\cdots,P_n^1$ 和 $P_1^2,P_2^2,\cdots,P_n^2$ 的并. 显然 $C[\ ]$中无 $F(W)$ 中的元素出现，且 $M\equiv C[P_1,P_2,\cdots,P_n]$. 而 $C_1[\ ]$，$C_2[\ ]$的唯一性确定了 $C[\ ]$的唯一性.

(4)假设 $M\equiv\lambda xM_1$，且设结论对 M_1 成立. 令 $C_1[\ ]$为唯一的 context，$P_1,P_2,\cdots,P_n$ 为 $F(W)$ 中的一组项使得 $C_1[\ ]$中无 $F(W)$ 中的项出现且 $M_1\equiv C_1[P_1,P_2,\cdots,P_n]$. 令 $C[\ ]\equiv\lambda xC_1[\ ]$. 显然 $C[\ ]$中没有 $F(W)$ 中的项出现且 $M\equiv C[P_1,P_2,\cdots,P_n]$. 而 $C_1[\ ]$的唯一性确定了 $C[\ ]$的唯一性.

3 Jacopini 定理

本文的推理均是在 $\lambda\beta\eta$ 系统中进行. 设 M,N 为 λ-项，当我们写 $M=N$ 时，意指 $\lambda\beta\eta\vdash M=N$.

定义 3. 设 $X,Y,U,V\in\Lambda^0$，则 $X\overset{UV}{\longleftrightarrow}Y$ 当且仅当存在 $Q\in\Lambda^0$ 使得 $QUV=X,QVU=Y$.

引理 2. 对任 $X,Y,X',Y'\in\Lambda^0$，有

(1)$X\overset{UV}{\longleftrightarrow}X$.

(2)若 $X\overset{UV}{\longleftrightarrow}Y$，则 $Y\overset{UV}{\longleftrightarrow}X$.

(3)若 $X\overset{UV}{\longleftrightarrow}Y,X'\overset{UV}{\longleftrightarrow}Y'$，则 $XX'\overset{UV}{\longleftrightarrow}YY'$.

(4)$U\overset{UV}{\longleftrightarrow}V$.

证明：(1)$K(KX)UV=KXV=KXU=K(KX)VU$.

(2)如果 $QUV=X,QVU=Y$，则$(\lambda xyz.\,xzy)QUV=QVU=Y$，$(\lambda xyz.\,xzy)QVU=QUV=X$.

(3)如果 $QUV=X,QVU=Y,Q'UV=X',Q'VU=Y'$，则$(\lambda xy.\,Qxy(Q'xy))UV=QUV(Q'UV)=XX'$，$(\lambda xy.\,Qxy(Q'xy))VU=QVU(Q'VU)=YY'$.

(4)容易.

定义 4. (1)用$\overset{UV}{\sim}$表示$\overset{UV}{\longleftrightarrow}$的传递闭包. 于是,$X\overset{UV}{\sim}Y$当且仅当存在$Z_1,\cdots,Z_n\in\Lambda^0$使得

$$X\overset{UV}{\longleftrightarrow}Z_1\overset{UV}{\longleftrightarrow}Z_2\overset{UV}{\longleftrightarrow}\cdots\overset{UV}{\longleftrightarrow}Z_n\overset{UV}{\longleftrightarrow}Y.$$

(2)$lth(X\overset{UV}{\sim}Y)=n$,如果在(1)中$n$是最小的. 如果$lth(X\overset{UV}{\sim}Y)=n$,则记作$X\overset{UV}{\underset{n}{\sim}}Y$.

引理 3. 对任$X,Y,Z,X',Y'\in\Lambda^0$,有

(1)$X\overset{UV}{\sim}X$.

(2)若$X\overset{UV}{\sim}Y$,则$Y\overset{UV}{\sim}X$.

(3)若$X\overset{UV}{\sim}Y$,$Y\overset{UV}{\sim}Z$,则$X\overset{UV}{\sim}Z$.

(4)若$X\overset{UV}{\sim}Y$,$X'\overset{UV}{\sim}Y'$,则$XX'\overset{UV}{\sim}YY'$.

(5)若$X\overset{UV}{\sim}Y$,则$\lambda xX\overset{UV}{\sim}\lambda xY$.

(6)$U\overset{UV}{\sim}V$.

证明:参见文献[2].

引理 4. 对任$X,Y,U,V\in\Lambda^0$,有$X\overset{UV}{\sim}Y$当且仅当$\lambda\beta\eta+U=V\vdash X=Y$.

证明:归纳证明.

定义 5. 设$U,V\in\Lambda^0$. 如果$T\overset{UV}{\sim}F$,则称U与V是可分离的,记作$U\mathrm{sep}V$. $T\equiv\lambda xy.x$,$F\equiv\lambda xy.y$.

定理 2(Jacopini **定理**). 对任$M,N\in\Lambda^0$,有$M\mathrm{sep}N$当且仅当$\neg Con(\lambda\beta\eta+M=N)$.

证明:$M\mathrm{sep}N$当且仅当$T\overset{MN}{\sim}F$当且仅当$\lambda\beta\eta+M=N\vdash T=F$当且仅当$\neg Con(\lambda\beta\eta+M=N)$.

4　主要定理的证明

设W为任一固定的U-循环项. 对任$P\in F(W)$,取一特殊的符号$\underline{P}$. 记$\underline{F(W)}=\{\underline{P}:P\in F(W)\}$

定义 6. (1)$\underline{\Lambda}$中的项是由下列符号组成的符号串:$x_0,x_1,\cdots$;λ,(,);$\underline{P}$($\underline{P}\in\underline{F(W)}$).

(2)$\underline{\Lambda}$中的项归纳定义为

$x_i\in\underline{\Lambda},i\in\omega$;

$\underline{P}\in\underline{\Lambda},\underline{P}\in\underline{F(W)}$;

如果$M,N\in\underline{\Lambda}$,则$MN\in\underline{\Lambda}$;

如果$M\in\underline{\Lambda}$,则$\lambda xM\in\underline{\Lambda}$.

(3)$M\underset{\beta\eta}{\longrightarrow}N$如果有下列之一成立:

(Ⅰ)$M\equiv C[(\lambda xX)Y]$且$N\equiv C[X[x:=Y]]$;

(Ⅱ)$M\equiv C[\lambda xXx]$且$N\equiv C[X]$,$x\notin FV(X)$;

(Ⅲ)$M\equiv C[\underline{P}]$且$N\equiv C[\underline{P'}]$,其中$P,P'\in F(W)$,$P\underset{\beta\eta}{\longrightarrow}P'$.

定义$\underset{\beta\eta}{\twoheadrightarrow}$为$\underset{\beta\eta}{\longrightarrow}$的传递自反闭包.

(4)设M为$\underline{\Lambda}$中的项,$|M|$是把M中的下划线都去掉后的λ-项. $M\simeq M'$当且仅当$|M|$

$\equiv|M'|$.

(5)设 $M\in\underline{\Lambda}$，取 $x\notin FV(M)$，定义 $\varphi_x:\underline{\Lambda}\to\Lambda$ 如下：

若 $M\equiv x_i$，则 $\varphi_x(x_i)\equiv x_i$，

若 $M\equiv\underline{P}$，则 $\varphi_x(\underline{P})\equiv x$，

若 $M\equiv XY$，则 $\varphi_x(XY)\equiv\varphi_x(X)\varphi_x(Y)$，

若 $M\equiv\lambda x_iX$，则 $\varphi_x(X)\equiv\lambda x_i\varphi_x(X)$.

引理 5. 设 $M,N\in\Lambda$，$M'\in\underline{\Lambda}$，且设 $M\simeq M'$，$M\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N$. 则存在 $N'\in\underline{\Lambda}$使得 $M'\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N'$.

证明：仅需证 $M\rightarrow_{\beta\eta}N$ 的情形. 注意到 M 中没有形如 PY 的归约元使得 $P\in F(W)$，这是因为 W 是 0 阶的项. 从而 M 中的归约元与 M' 中的归约元相对应. 相应地激化 M' 中的归约元即可得 N'.

引理 6. 设 $M,N\in\underline{\Lambda}$且 $M\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N$，则 $\varphi_x(M)\twoheadrightarrow_{\beta\eta}\varphi_x(N)$，其中 $x\notin FV(MN)$.

证明：在从 M 到 N 的归约过程中，把$\underline{F(W)}$中的项都换为 x 即可.

引理 7. 设 $G\in\Lambda$，$P\in F(W)$. 如果 $GP\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N$ 且 N 是$\beta\eta$—范式，则对任 $M\in\Lambda$ 都有 $GM\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N$.

证明：显然 $G\,\underline{P}\simeq GP$. 根据引理 5，存在 $N'\in\underline{\Lambda}$使得 $G\,\underline{P}\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N'$且 $N'\simeq N$. 因为 N 为$\beta\eta$—范式，故 $P\not\subset N$. 于是 $N\equiv N'$，从而 $N'\equiv\varphi_x(N')$. 再根据引理 6 知，$\varphi_x(G\,\underline{P})\twoheadrightarrow_{\beta\eta}\varphi_x(N')$，即有 $Gx\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N$，$x\notin FV(G)$. 于是对任 $M\in\Lambda$ 有 $GM\twoheadrightarrow_{\beta\eta}N$.

引理 8. 设 $M\in\underline{\Lambda}$，则存在唯一的语境 $C[\,]$，及 $F(W)\cup\underline{F(W)}$中的一组元素 $X_1,X_2,\cdots$使得 $C[\,]$中没有 $F(W)\cup\underline{F(W)}$中的项出现且 $M\equiv C[X_1,X_2,\cdots]$.

证明：令 $M'\equiv|M|$. 注意，M 与 M' 的差别仅在于：若 $\underline{P}$ 在 M 中出现，则其在 M' 的相应位置为 P. 因此，根据引理 2.2 知，本引理成立.

引理 9. 设 $M,N\in\underline{\Lambda}$. 若 $M\simeq N$，则有一语境 $C[\,]$及 $F(W)\cup\underline{F(W)}$中的 2 组元素 X_1，$X_2,\cdots$和 $Y_1,Y_2,\cdots$使得 $C[\,]$中无 $F(W)\cup\underline{F(W)}$中的项出现，$M\equiv C[X_1,X_2,\cdots]$，$N\equiv C[Y_1,Y_2,\cdots]$，且 $X_i\simeq Y_i(i=1,2\cdots)$.

证明：根据引理 4.8，设 $M\equiv C_1[X_1,X_2,\cdots]$，$N\equiv C[Y_1,Y_2,\cdots]$.
由于 $M\simeq N$，从而有 $C_1[|X_1|,|X_2|,\cdots]\equiv|M|\equiv|N|\equiv C[|Y_1|,|Y_2|,\cdots]$.
根据引理 2.2 知 $C_1[\,]\equiv C[\,]$，且 $|X_i|\equiv|Y_i|$.

引理 10. 设 $M,N\in\underline{\Lambda}$，$M\simeq N$. 则存在 $C(x_0,x_1,x_2)$ $(x_0,x_1,x_2\in FV(C))$使得

$$\varphi_x(M)\twoheadrightarrow_{\beta\eta}C[x_0:=x,x_1:=x,x_2:=W],\varphi_x(M)\twoheadrightarrow_{\beta\eta}C[x_0:=x,x_1:=W,x_2:=x],$$

证明：根据引理 4.9，取一语境 $C'[\,]$及 $F(W)\cup\underline{F(W)}$中的 2 组元素 $X_1,X_2,\cdots$和 Y_1,Y_2，$\cdots$使得 $C'[\,]$中无 $F(W)\cup\underline{F(W)}$中的项出现且

$$M\equiv C'[X_1,X_2,\cdots],\quad N\equiv C'[Y_1,Y_2,\cdots],\quad X_i\simeq Y_i,i=1,2,\cdots.$$

从而有　$\varphi_x(M)\equiv C'[\varphi_x(X_1),\varphi_x(X_2),\cdots]$，　$\varphi_x(N)\equiv C'[\varphi_x(Y_1),\varphi_x(Y_2),\cdots]$.

对任 i，定义 e_i 如下：分 4 种情况讨论.

(1)$X_i\equiv Y_i\in\underline{F(W)}$. 则有 $\varphi_x(X_i)\equiv\varphi_x(Y_i)\equiv x$. 这时令 $e_i\equiv x_0$.

(2)$X_i\in\underline{F(W)}$，$Y_i\in F(W)$，则有 $\varphi_x(X_i)\equiv x$，$\varphi_x(Y_i)\equiv Y_i$. 这时令 $e_i\equiv x_1$.

(3)$X_i\in F(W)$，$Y_i\in\underline{F(W)}$. 则有 $\varphi_x(X_i)\equiv X_i$，$\varphi_x(Y_i)\equiv x$. 这时令 $e_i\equiv x_2$.

(4) $X_i \equiv Y_i \in F(W)$，这时 $\varphi_x(X_i) \equiv \varphi_x(Y_i) \equiv X_i$. 这时令 $e_i \equiv W$.

记 $C(x_0, x_1, x_2) \equiv C'[e_1, e_2, \cdots]$. 不难验证 C 即为所求.

引理 11. 如果 $C_0[P_1] = C_1[P_2]$，$P_1, P_2 \in F(W)$，则存在一语境 $C[\,]$ 使得

$$C_0[x] \twoheadrightarrow_{\beta\eta} C[x_0 := x, x_1 := x, x_2 := W], \quad C_1[x] \twoheadrightarrow_{\beta\eta} C[x_0 := x, x_1 := W, x_2 := x].$$

证明：根据 Church－Rosser 性质，存在 $Z \in \Lambda$ 使得 $C_0[P_1] \twoheadrightarrow_{\beta\eta} Z$，$C_1[P_2] \twoheadrightarrow_{\beta\eta} Z$.
再根据引理 4.5，有 M, N 使得 $C_0[P_1] \twoheadrightarrow_{\beta\eta} Z \qquad Z \twoheadleftarrow_{\beta\eta} C_1[P_2]$.

又根据引理 4.6 知 $C_0(\overset{\simeq}{\underline{P_1}}) \twoheadrightarrow_{\beta\eta} \overset{\simeq}{M} \quad \overset{\simeq}{N} \twoheadleftarrow_{\beta\eta} C_1[\overset{\simeq}{\underline{P_2}}]$

$$C_0[x] \equiv \varphi_x(C_0[P_1]) \twoheadrightarrow_{\beta\eta} \varphi_x(M), \quad C_1[x] \equiv \varphi_x(C_1[P_2]) \twoheadrightarrow_{\beta\eta} \varphi_x(\varphi_x[N]).$$

注意，$\simeq$ 为等价关系，从而 $M \simeq N$. 于是由引理 4.10 知本引理成立.

定义 7. 设 $X, Y, U, V \in \Lambda^0$. 如果存在 $Q \in \Lambda^0$ 使得 $QU = X$，$QV = Y$，则记作 $X \xrightarrow{UV} Y$ 或 $Y \xleftarrow{UV} X$.

引理 12. 对任 $U, Z \in \Lambda^0$，有

(1) 如果 $T \xleftarrow{UW} Z$，则 $T = Z$；(2) 如果 $Z \xrightarrow{UW} F$，则 $Z = F$.

证明：(2) 与 (1) 类似，故仅证 (1). 设 $T \xleftarrow{UW} Z$，则存在 Q 使 $QU = Z$，$QW = T$. 由 T 是 $\beta\eta$－范式，故有 $QW \twoheadrightarrow_{\beta\eta} T$. 根据引理 4.7，对任 $M \in \Lambda^0$ 都有 $QM \twoheadrightarrow_{\beta\eta} T$. 于是 $QU \twoheadrightarrow_{\beta\eta} T$. 从而 $T = Z$.

引理 13. 设 $X, Y, Z, U, V \in \Lambda^0$.

(1) 如果 $X \xleftrightarrow{UV} Y$，则存在 $Z \in \Lambda^0$，使得 $X \xleftarrow{UV} Z \xrightarrow{UV} Y$.

(2) 如果 $X \xrightarrow{UW} Z \xleftarrow{UW} Y$，则 $X \xleftrightarrow{UW} Y$.

证明：(1) 取 Q 使得 $QUV = X$，$QVU = Y$，令 $Z \equiv QUU$，$G \equiv QU$，$G' \equiv \lambda x QxU$. 从而 $GU \equiv QUU \equiv Z$，$GV \equiv QUV = X$，于是 $X \xleftarrow{UV} Z$. 同时 $G'U \equiv (\lambda x QxU)U = QUU \equiv Z$，$G'V \equiv (\lambda x QxU)V = QVU = Y$，于是 $Z \xrightarrow{UV} Y$.

(2) 设 G, G' 使得 $GU = X$，$GW = Z$，$G'U = Y$，$G'W = Z$. 于是 $GW = G'W$. 由引理 4.11 知存在 $C(x_0, x_1, x_2)$ 使得

$$Gx \twoheadrightarrow_{\beta\eta} C[x_0 := x, x_1 := x, x_2 := W], \quad G'x \twoheadrightarrow_{\beta\eta} C[x_0 := x, x_1 := W, x_2 := x].$$

于是有 $GU = C[x_0 := U, x_1 := U, x_2 := W]$，$G'U = C[x_0 := U, x_1 := W, x_2 := U]$.

今记 $Q \equiv \lambda xy C[x_0 := U, x_1 := x, x_2 := y]$. 则有 $QUW = GU = X$，$QWU = G'U = Y$. 于是 $X \xleftrightarrow{UW} Y$.

引理 14. 对任 $U \in \Lambda^0$，$\neg(T \overset{UW}{\sim} F)$.

证明：我们用归缪法施归纳于 n 证明 $\neg(T \underset{n}{\overset{UW}{\sim}} F)$.

(1) $n = 0$ 时. 则由引理 4.13(1) 知存在 $Z \in \Lambda^0$ 使得 $T \xleftarrow{UW} Z \xrightarrow{UW} F$. 再由引理 4.12 知 $T = Z = F$. 从而 $T = F$，矛盾. 故 $\neg(T \xleftrightarrow{UW} F)$.

(2) $n > 0$，且结论对 $n-1$ 成立. 如果 $T \underset{n}{\overset{UW}{\sim}} F$，则存在 $Z_1, \cdots, Z_n$ 使得

$$T \xleftrightarrow{UW} Z_1 \xleftrightarrow{UW} \cdots \xleftrightarrow{UW} Z_n \xleftrightarrow{UW} F$$

再由引理 4.13(1) 知存在 $V_1, V_2, \cdots, V_{n+1}$ 使得

$$T \xleftarrow{UW} V_1 \xrightarrow{UW} Z_1 \xleftarrow{UW} \cdots \xrightarrow{UW} Z_n \xleftarrow{UW} V_{n+1} \xrightarrow{UW} F.$$

根据引理 4.12 知 $T=V_1, V_{n+1}=F$. 于是

$$T \xrightarrow{UW} Z_1 \xleftarrow{UW} V_2 \xrightarrow{UW} \cdots \xleftarrow{UW} V_n \xrightarrow{UW} Z_n \xleftarrow{UW} F.$$

再由引理 4.13(2)知

$$T \xleftrightarrow{UW} V_2 \xleftrightarrow{UW} \cdots \xleftrightarrow{UW} V_n \xleftrightarrow{UW} F,$$

即 $T \overset{UW}{\underset{n-1}{\sim}} F$,这与归纳假设矛盾. 故$\neg(T \overset{UW}{\underset{n}{\sim}} F)$.

定理 3. 对任 $M\in\Lambda^0$, $Con(\lambda\beta\eta+W=M)$.

证明:根据 Jacopini 定理,只需证$\neg(M\mathrm{sep}W)$. 假设 $M\mathrm{sep}W$,则有 $T\overset{MW}{\sim}F$,而这与引理 4.14 矛盾. 故$\neg(M\mathrm{sep}W)$. 从而定理得证.

由定理 3 知,U-循环项 W 是易项. 由于 W 是任意选定的U-循环项,所以这就证明了本文的主要定理.

记 $W\equiv(\lambda xy.xx(yy))(\lambda xy.xx(yy))(\lambda xy.xx(yy))$. 不难看出 W 不是U-循环项,然而 W 是不是易项呢?即是否存在不是U-循环项的易项呢?我们将在另文讨论此问题.

参考文献

1 Barendregt H P. The lambda calculus: its syntax and semantics. North—Holland, Amsterdam, 1984.

2 Jacopini G. λ-calculus and computer science theory. Lecture Notes in Computer Science, 1975, **37**: 213～220.

3 Jacopini G. Easy terms in the λ-calculus. Annals Societatis, Mathematical Polonae. Series Ⅳ. Fundamenta Informatical, 1985, **2**.

4 Baeten J, Boerboom B. Ω can be anything it should not be. Indagationes Math. 1979, **41**: 111～120.

5 Zylberajch C. Syntax et semantique de la facilite en λ-calculus. Ph. D. Thesis, 1991.

6 Jiang Y. Consistency of a λ-theory with n-tuples and easy term, in Archive for Mathematical Logic, to be appeared.

U-CYCLICALTERM AND EASY TERM

Huang Qieyuan　Jiang Ying　Zhao Xishun　Wang Ju

(*Institute of Software　The Chinese Academy of Sciences　Beijing*　100080)

Abstract　The authors introduced the concept of U－cyclic in this paper, and it is proved that all U－cyclical terms are easy terms. So that the reductiveness on a class of easy teams is given. Moreover this property is important to researching halt problem.

Key words　U—cyclical term, easyterm, Jacopini's theorem.