

多变量模糊优化信息可视化研究*

赵永红 谭建荣 张树有 周广仁

(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 310027)

摘要 本文针对复杂工程系统的多变量模糊优化问题进行了可视化方法研究,提出了模糊子域的绘制与运算算法,并在此基础上,对多变量模糊优化问题进行了数学分析,直观显示出了模糊可行域在设计空间上的分布规律。

关键词 多变量,可视化,模糊,优化。

科学计算可视化和工程信息可视化是计算机图形学研究的一个重要研究方向.在工程设计中,随着产品设计过程的深入与展开,需要研究的变量越来越多,这些多变量间相互作用、相互制约的关系也越来越复杂.同时,由于工程设计方法本身的模糊性、设计过程中思维的模糊性以及复杂系统中有关参数与状态的模糊性渐变等原因,整个系统呈现出相当的不确定性.传统的设计方法采用以确定信息来近似模拟这些不确定信息的手段,忽略了其亦此亦彼的模糊性特点,以一定的阈值对其进行硬性的划分,其中蕴含了大量的简化、抽象、因素的提取等过程.越是复杂系统,对其进行精确化就越是困难,这就形成了传统方法的精确性与实际问题的复杂性间的尖锐矛盾.一方面,复杂性意味着因素众多,以致使人们无法真实地对全部因素去进行考察,只能抓住其中主要的进行研究.这样,在一个被压缩的低维因素空间上考虑问题时,即使本来是明确的概念,也可能变得模糊起来.另一方面,复杂性还意味着深度的延长.用传统方法分析一个大系统,有时可能需要解数千个微分方程,由于误差的积累,也可能使模糊性变得不可忽略.因而,在对工程复杂系统的研究中,多变量模糊性已成为一个不可忽视的重要性质,对于多变量模糊信息的可视化研究,成为科学计算可视化研究中一个十分重要的新课题。

分析目前数据场显示技术,都是针对确定信息的处理,经常采用的有以下2种方法:

(1)积分法:考虑各种物质的可见部分对显示结果的贡献,而由沿深度Z方向的颜色积分公式:

$$c = \int_a^b c(p)w(p)dp \quad (1)$$

* 本文研究得到国家杰出青年科学基金、国家自然科学基金和浙江省自然科学基金资助.作者赵永红,女,1974年生,硕士生,主要研究领域为计算机辅助设计与科学计算可视化等.谭建荣,1954年生,教授,博士导师,主要研究领域为工程图扫描图象整体识别,工程图离线参数化技术,工程曲线曲面的计算机辅助设计和工程信息可视化.张树有,1963年生,博士生,主要研究领域为计算机图形学,CAD参数化设计等.周广仁,1934年生,教授,主要研究领域为自主版权CAD支撑软件,CAD应用技术和计算机辅助设计绘图等。

本文通讯联系人:赵永红,杭州 310027,浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室

本文 1996-03-04 收到修改稿

来表示,其中 a, b 为物质属性的上下阈值, $c(p)$ 为任意点 p 处的颜色值, $w(p)$ 为权值函数,与物质属性有关.人们在计算此积分时采用了多种较有效的方法:①以图象空间为序的光线投射法:采用等距采样,在区间 $[a, b]$ 内计算采样点的颜色值,然后按一定顺序叠加各段光亮度.^[1,5]其优点是采样率的提高可以改进图形的质量,但由于相邻光线在处理过程中是独立进行的,没有利用图形空间连贯性,而容易产生走样现象.②以对象空间为序的投影法:主要从分析的角度来求解积分公式,讨论积分区间的分段以及在每一子空间内被积函数的简化.常见的有V-Buffer算法^[2]等.其优点是避免了光线与体元的求交计算,并充分利用了体元的空间连贯性,但积分公式的简化往往有一些较苛刻的前提条件,对于庞大数据场,区间分段的工作量又是极其昂贵的.

(2)等值面抽取法:视线穿过不同的物质分布区域,对希望显示的某一属性的物质,判断其存在区间,并假设其它物质是透明的,则将首先遇到的这种物质的颜色值作为对应象素的颜色值.此方法的优点在于图形连贯性得以很好地利用,不会产生走样,但其缺点是只显示了其中部分数据,仅考虑某种物质对屏幕的贡献,显然无法表达模糊图形中的复杂信息.这种方法主要用于高维数据集的面表示^[3,4],代表性算法有Marching Cubes算法等.

由于模糊信息完全不同于以往的确定型多变量信息,而分析目前的可视化技术,无论是积分法,还是等值面抽取法,都不能适用于模糊信息的图形处理,因此,必须针对多变量模糊信息的特点,研究出适用于多变量模糊图形的处理技术,以直观有效地反映信息的模糊程度及其对系统的作用效果.

产品设计的过程往往同时也是优化求解的过程,尤其在设计初期,设计变量、目标函数和约束条件都带有很大的模糊性;此外,当确定系统的结构变量值时,需要考虑的因素也是多方面的,不仅包括产品造价、使用期限、运行性能,还有结构重量、体积、承受应力、变形约束等等,这就形成了多个性能变量共同约束少数几个结构变量的普遍性问题,即压缩型多变量模糊问题.

对此类问题的求解是工程模糊优化设计领域中的一个重要的组成部分.其传统的算法是求解出一系列的 λ 水平截集,从而获得不同设防水平的最优方案,这种方法适于设计要求需不断调整与改变的情况,但它所引起的计算量是相当庞大的;为此,人们又提出了模糊综合评判的方法,来获得问题的最优 λ 水平值,它大大简化了求解的过程,计算量显著减少,但它的优点同时也就造成了它的不足之处.当设计要求发生改变时,它需要重新进行定义与运算,如果改变是在一段连续的范围,那么使用这种方法就更为不便了.以图形为工具进行模糊信息的处理,它不仅获得了直观性、形象性和可操作性,而且可以有效地避免运算求解的过程,因而本文把模糊信息的图形表示与操作技术和模糊优化相结合,对压缩型多变量模糊信息优化的图形处理进行了探讨.

1 多变量模糊优化算法

1.1 数学模型

对于压缩型模糊信息的优化问题,其中设计元素(如载荷、长度、截面积等)往往是确定的,而约束是模糊性的,此类工程优化设计问题通常被称为普通模糊约束.传统的工程模糊

域研究方法基于计算求解的思想,其数学模型通常可写为:

求 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, 使 $w(X) \rightarrow \min$, 并满足

$$g_i(X) \in G_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

式中约束函数 $g_i(X)$ 代表工程结构的响应(如应力、位移、速度等)和结构的某些物理量(如频率、截面的几何尺寸等), G_i 为 $g_i(X)$ 的模糊允许区间。

针对方程(2), 根据设计要求为各个约束函数定义各自相应的隶属函数, 在工程设计中通常称为物理量对该模糊约束的“满足度”。满足度越高, 则设计的要求也就越高(相当于传统设计中的安全系数越大)。模糊允许范围 G_i 在设计空间划出一个具有模糊边界的允许域。这样, 满足全部约束就在设计空间围成一个具有模糊边界的可用域, 即为“模糊可行域”, 用 Ω 表示, 为各个 G_i 的交。

$$\Omega = \bigcap_{i=1}^m G_i \quad (3)$$

根据集合运算的基本规则, 由式(3)可知, 任一设计点对模糊可行域 Ω 的隶属度为:

$$\mu_{\Omega}(X) = \min_{i=1}^m \mu_{G_i}(g_i(X)) \quad (4)$$

它是 X 对所有约束的满足度中的最小值。实际上, 在规定的上、下限及容许误差内, 只要 $\mu_{G_i}(g_i) > 0$, 即为所求 X , 最佳方案的选择即为针对于不同的设防水平来求解模糊变量值。由此可知, 压缩型多变量模糊信息的优化, 可归结为在低维设计空间上的求解。

要得到在设计空间上的可行域图形, 必须对各个约束的隶属函数进行重建, 以将其在各个设计元素所张成的空间上进行表达。将函数 $g_i = g_i(X)$ 代入相应隶属函数表达式 $\mu_{G_i}(g_i)$, 从而得到隶属函数关于各个独立变量的表达式 $\mu_{G_i}(X)$ 。

本算法在此数学模型基础上, 绘制出每个约束所对应的模糊允许范围, 进而进行相互间的求交运算, 以得到模糊优化问题的最终可行域图形。此外, 工程设计中, 通常由设计人员根据设计要求定义一个设防水平 $\mu \in [0, 1]$, 满足条件 $\mu(g(X)) \geq \mu$ 的值组成一个确定可行域 G_{λ} (普通子集), 称为 λ 截集。而把截集族 $\{G_{\lambda} | \lambda \in [0, 1]\}$ 看作有可变边界的集合的集合, 用它来近似地代替模糊子集 G 。这样, 求解模糊设计问题就转化成求解一系列具有不同设防水平的传统的工程问题, 所求得的最优解也通常被称为“具有 λ 设防水平的优化设计”。本文利用图象处理技术, 从模糊可行域图形中提取出在要求的设防水平下的确定可行域图形。

1.2 模糊子可行域的绘制

在要求的低维设计空间上绘制模糊可行域, 主要需进行如下步骤:

Step1: 定义符合用户要求的系统调色板 由于模糊集合中隶属函数的连续性, 因而要求相应的系统色彩分布也必须具有一定的连续性, 并且必须使隶属函数为 0 时所对应的颜色值与系统规定的背景色完全相同。

Step2: 定义系统调色板与隶属函数大小之间的映射关系 在系统调色板中, 用不同的色彩表示隶属函数的大小, 以图形色彩的连续变化来表示模糊程度。例如, 以规定的颜色 m (当隶属度为 1 时) 填充 $Ker A$, 而图形外部 $Out A$ 由于隶属函数为 0, 实际上它不属于该模糊集合, 可以指定的背景色 n 填充, 在 $Peri A$ 部分, 图形由内向外完成从颜色 m 到背景色 n

的连续变化. 因此, 在两者之间的这种单一映射关系可用函数关系 $color=f(\mu_A(u))$ 表示.

Step3: 对于绘制区域中的每一个采样点, 计算出其对应的隶属函数值 将该点对应的各个设计变量值代入相应的隶属函数表达式, 即可求出其隶属函数.

Step4: 把采样区间映射到设备坐标系, 并绘制模糊集合的图形 对于不同的集合维数, 我们定义不同的映射方式与绘制方法:

· **一维模糊集合** 一维元素在计算机图形学中代表的是一维点, 因而, 用户所定义的一段绘制区域则对应于几何空间中一段线段. 这样, 当我们再把隶属函数映射到系统色彩分布, 并着色于此一维线段时, 显示结果将缺乏直观性, 难以识别. 在此, 我们将一维元素映射到显示区域内的一个圆上, 而用户所定义的一段绘制区域则对应于一组连续的同心圆, 其半径值由元素大小所决定. 因此, 在绘制过程中, 由隶属函数计算出欲绘制的颜色后, 以该颜色填充对应圆及其边界, 当我们在显示区域内依半径值由大到小的顺序进行绘制时, 最终结果即一维模糊集合的图象.

· **二维模糊集合** 由于我们把隶属函数看作是增加了一维变量, 在此可以利用各种现有的二维可视化技术^[6], 将二维变量的绘制区域映射到显示区域. 在此利用分层技术, 根据用户对设计精度的不同要求, 把隶属函数划分为几个层次. 设 $0=s_1<s_2<\dots<s_n=1$, 并且规定各层次的颜色系列 $c_1, c_2, \dots, c_n, c_i$ 是处于区间 s_i 和 s_{i+1} 之间的平面区域所使用的颜色. 若 $sub[s_i, s_{i+1})$, 则定义此时的采样点处于第 i 层, 进而求出这一层的相应颜色值 c_i , 实际上, 每一层次的图形即为在此水平上的可行域图形. 在规定的采样密度下, 为每个子区域按采样点所在的层次着色, 即可完成二维模糊集合的绘制.

· **高维模糊集合** 对于多变量可视化问题, 国内外已进行了大量研究工作, 提出了各种算法.^[7~9]我们可在这些算法基础上, 再加一维变量, 以色彩映射隶属函数, 利用已有的可视化方法完成绘制.

1.3 模糊子可行域间的运算

模糊优化问题的可行域为各个模糊约束的模糊子可行域进行求交运算的结果. 因此, 在获得了各模糊子可行域在设计空间上的分布图形后, 本文利用图象处理技术, 以图形运算代替各模糊约束间的运算, 直观地表达模糊子信息间的相互作用关系.

模糊集合运算, 实际上是一个根据子域的隶属函数来计算运算后的总的隶属函数的过程. 它不满足于互补律, 并且各模糊子集往往具有优先级关系, 因此, 模糊集合的图形运算不是简单的图形叠加, 而是反映不同模糊信息的相互作用过程.

除补集运算外, 其余几种运算都为二元运算, 涉及到集合中元素的已有隶属函数值和当前隶属函数值的获取, 我们把已绘制的子域图形移动到内存中, 而后, 利用图象识别技术取出相应点的隶属函数值, 从而有效并迅速地实现模糊信息的图形运算.

1.4 算法描述

综上所述, 多变量模糊优化信息的可视化算法可表述如下:

Step1: 建立模糊优化模型 选取各设计变量为独立变量, 确定模糊优化中的目标函数和约束函数, 明确各模糊约束的模糊允许范围; 建立优化数学模型.

Step2: 建立各模糊约束的隶属函数 选取符合设计要求并易于计算的隶属函数的分布形式, 在不同的设计空间上确定起隶属函数表达式.

Step3: 结构分析, 计算各约束变量 对工程系统的各个约束进行分析与求解, 得出由独立变量表示的算术表达式.

Step4: 对各隶属函数进行重建 将各约束相应的隶属函数进行计算与变形, 使表达成为由独立变量表示的形式.

Step5: 模糊子可行域的绘制 由以上所得到的隶属函数定义式, 运用模糊子域的图形绘制技术, 分别绘制出各约束相应的模糊分布图形, 它们表明了在设计空间上, 独立变量对各个约束的满足程度的分布情况.

Step6: 模糊子可行域间的运算 对于最终的模糊可行域, 要求其满足所有的模糊约束, 因此它必是各模糊子可行域的交集. 对各模糊子可行域的可视化图形进行求交运算.

Step7: 获得需要的 λ 水平值.

Step8: 利用图形变换绘制 λ 截集 当用户需要获得在某一水平下的可行域分布时, 算法中先获取 λ 水平值, 而后运用图象处理技术, 在绘制空间中的每个采样点处进行隶属函数值的判别, 并且仅绘制出其隶属函数值大于 λ 处的象素点, 并令其映射到规定的核心颜色, 由此可实现模糊图象向确定性图象的转化, 完成 λ 截集图形的绘制.

2 应用实例

三杆平面桁架问题是一个工程中典型的多变量模糊优化问题, 在此问题中, 结构变量的确定往往要同时考虑到多个工程模糊约束. 下面, 以此结构在模糊约束下的最轻重量设计为例, 来说明对压缩型多变量模糊信息可视化算法的建立与解法.

如图 1 所示的三杆平面桁架, 尺寸如图, $L=1$, 受载荷工况作用为: $P_1=20, P_2=0$, 要求各杆的拉应力不得超过 20 左右, 压应力不得小于 -15 左右, 横截面积不得小于 0.1 左右, 节点的竖直位移不得大于 $10/E$ 左右, E 为弹性模量, 材料比重 $\rho=1$. 现利用压缩型多变量模糊信息的可视化算法, 求得各杆的横截面积, 以使桁架重量达到最轻.

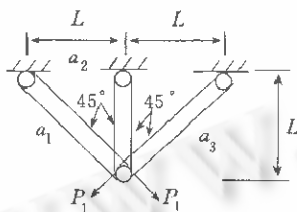


图1 三杆平面桁架

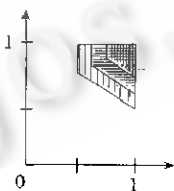


图2 模糊子可行域

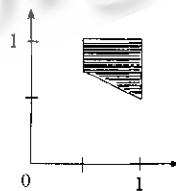


图3 $\lambda=0.5$ 处的 λ 截集

在建立模糊优化模型时, 可选取各杆的横截面积 a_1, a_2, a_3 为设计变量. 由于结构和载荷均对称, 故 $a_1=a_3$, 设计变量可取为 $X=(a_1, a_2)^T$. 目标函数为桁架自重 $W(X)$. 约束条件有应力约束、位移约束和尺寸约束. 应力约束函数 $\sigma(X)$ 和位移约束函数 $u(X)$ 本身都是确定性的, 而各约束的允许范围是模糊的. 利用本算法对此多变量模糊优化问题进行可视化, 运算后的最终图形—模糊可行域如图 2 所示, 图 3 为 $\lambda=0.5$ 处的 λ 截集.

3 结论

比较这 2 种处理技术, 可以发现: (1) 可视化算法只需给出各约束的隶属函数, 而以图形

绘制过程代替了传统方法中的计算求解,由于绘制过程是一种简单的代值运算,其计算量得到了很大的削减;(2)由于可视化方法中运用了图象的处理技术,可以同时生成模糊可行域上的各种不同隶属度的分布图象,从中获得参数空间中每一点对问题的隶属函数,便于设计人员对问题有一个整体的把握;(3)模糊优化的传统算法,由于基于数值运算的思想,因此它在定义各约束的隶属函数后,首先作 λ 水平截集,给出各约束的 λ 表示,再用普通优化方法进行求解,这种算法在分析不同水平下的模糊可行域分布规律时,就造成了庞大的计算量,并同时缺乏直观性;本算法则显示生成了设计空间中的模糊分布图象,而对于不同水平下 λ 截集的求解,只需利用图象识别技术对已有图象进行图象处理即可。通过把模糊分布图象写入内存,就可以在设计要求发生变化时,将此幅图象重复使用,从而使算法的效率大大提高。

由此可见,本文提出的算法与传统算法相比,由于有效地避免了方程组的联立求解过程和不同水平下的重复运算,并同时充分利用了图形的直观性,因此,具有方便、形象、可靠、高效率的特点,有利于帮助设计人员对工程问题进行直接性的和总体性的分析与把握,以获得模糊优化问题中的最优解。

参考文献

- 1 Zhou Yong *et al.* Volume partitioning: a coherent subvolume projection approach for volume rendering. Proc. Pacific Graphics Conference, 1995, 1: 325~331.
- 2 Upson C, Keeler M. V-buffer: visible volume rendering. Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH), 1988, 22(4).
- 3 Loresen W F, Cline H E. Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm. Computer Graphics, 1987, 21(4).
- 4 Sidney W Wang, Arie E Kaufmann. Volume-sampled 3D modeling. IEEE CG & A, sept. 1994, 14(5): 26~32.
- 5 Levoy M. Display of surface from volume data. IEEE CG&A, 1988, 8(3): 148~156.
- 6 唐卫清等. 二维数据场显示处理方法的研究. Chin. J. CAD&CG, 1994, 6(1).
- 7 Daniel A Kein, Hans-Peter Kriegel. VisDB: database exploration using multidimensional visualization. IEEE CG&A, Sept. 1994, 14(5): 40~49.
- 8 Gregory M, Nielson *et al.* Visualizing and modeling scattered multivariate data. IEEE CG&A, May 1991. 47~54.
- 9 Feiner S, Beshers C. Visualizing n-dimensional virtual worlds with n-vision. Computer Graphics, March 1990, 24(2): 37~38.

A STUDY ON VISUALIZING FUZZY MULTIVARIATE INFORMATION OPTIMIZATION

Zhao Yonghong Tan Jianrong Zhang Shuyou Zhou Guangren

(State Key Laboratory of CAD&CG Zhejiang University Hangzhou 310027)

Abstract This paper studies on visualization of fuzzy multivariate optimization in complicated engineering systems, and presents an algorithm about drawing and calculating fuzzy sub-domain. Then some mathematical analysis are made to these problems, the distribution law of fuzzy workable domain in design space is displayed intuitively.

Key words Multivariate, visualization, fuzzy, optimization.