第5卷第9期
1994年9月
软件学报
JOURNAL OF SOFTWARE
Vol. 5, No. 9
Sept. 1994

关于交替的ω—有穷自动机的接受条件*

周清雷　周文俊　庄　雷　苏锦祥

(郑州大学计算机系,郑州 450052)

摘要　到目前为止,交替的ω—有穷自动机的接受条件仅有6种,本文给出了6种新形式的接受条件,并研究了交替的ω—有穷自动机在这些条件下识别语言的能力.最后给出了ω—自动机在各种接受条件下识别的语言类.

关键词　交替的ω-有穷自动机,ω-语言,接受条件.

1　交替的ω—有穷自动机

交替的有穷自动机的概念是由Chandra, Kozen和Stockmeyer引入的[1],交替的有穷自动机对计算复杂性理论等方面的研究具有重要意义.文献[2]中将交替性引自到关于ω—字的有穷自动机,提出了交替的ω—有穷自动机的概念.关于交替的ω—自动机的接受条件的研究,旨在揭示交替的ω—有穷自动机识别语言的能力,以及寻找新的条件和接受条件的不同形式,从而可在某种情况下提供更广阔的证明途径.

定义1.　交替的ω—有穷自动机(ω—AFA)是一六元组$M=(Q,f,\Sigma,\delta,q_0,\mathscr{F})$,$Q$是状态集;$f:Q\rightarrow\{and,or\}$,如果$f(q)=and$ (or),则q称为万能(存在)状态;Σ是字母表;$\delta:Q\times\Sigma\rightarrow 2^Q-\{\varnothing\}$;$q_0\in Q$是初始状态;$\mathscr{F}\subseteq 2^Q-\{\varnothing\}$,称为指定状态集簇.若$|\mathscr{F}|=1$,则称$M$是简单的.

定义2. M在$\sigma(\in\Sigma^\omega)$上的计算树[2]$T(M,\sigma)$中,从根开始的一条无穷路径α,称为$T(M,\sigma)$中的一个运行,定义$I(\alpha)=\{q|$状态q在α中出现无穷多次$\}$,$O(\alpha)=\{q|$状态q在α中出现$\}$.

定义3. 设$M=(Q,f,\Sigma,\delta,q_0,\mathscr{F})$是ω-AFA,$\sigma\in\Sigma^\omega$,若存在一棵计算树$T(M,\sigma)$,使对$T(M,\sigma)$中的每个运行$\alpha$,存在$H\in\mathscr{F}$满足$C_i$,则称$\sigma$被$M$在$C_i$下接受,且用$L_{C_i}(M)$表示$M$在$C_i$下接受的ω-串的集合$(i=1,\cdots,6)$.其中$C_1:I(\alpha)\cap H\neq\varnothing$;$C_2:I(\alpha)\subseteq H$;$C_3:O(\alpha)\cap H\neq\varnothing$;$C_4:O(\alpha)\subseteq H$;$C_5:I(\alpha)=H$;$C_6:O(\alpha)=H$.

设ω—NFA和ω—DFA分别表示非确定和确定的ω—有穷自动机.定义

$\mathscr{A}_C=\{L_C(M)|M$是一个ω—AFA$\}$　　$\mathscr{A}_C^S=\{L_C(M)|M$是一个简单的ω-AFA$\}$

* 本文1993—09—25收到,1994—01—13定稿

本课题得到国家自然科学基金资助.作者周清雷,32岁,讲师,主要研究领域为形式语言与自动机.周文俊,29岁,讲师,主要研究领域为形式语言与自动机.庄雷,女,32岁,副教授,主要领域为形式语言与自动机.苏锦祥,60岁,教授,主要研究领域为形式语言与自动机.

本文通讯联系人:周清雷,郑州450052,郑州大学计算机系

$\mathscr{N}_C=\{L_C(M)\mid M$ 是一个 $\omega-NFA\}$　　$\mathscr{N}_C^S=\{L_C(M)\mid M$ 是一个简单的 ω-$NFA\}$

$\mathscr{D}_C=\{L_C(M)\mid M$ 是一个 $\omega-DFA\}$　　$\mathscr{D}_C^S=\{L_C(M)\mid M$ 是一个简单的 $\omega-DFA\}$

2　接受条件 $C'_i, i=1,\cdots,6$

$C'_i(i=1,\cdots,6)$是本文给出的 6 种新形式的接受条件,定义如下:

(C'_1) $(\exists\ H\in\mathscr{F})I(\alpha)\cap H=\varnothing$

(C'_2) $(\exists\ H\in\mathscr{F})I(\alpha)\not\subseteq H$

(C'_3) $(\exists\ H\in\mathscr{F})O(\alpha)\cap H=\varnothing$

(C'_4) $(\exists\ H\in\mathscr{F})O(\alpha)\not\subseteq H$

(C'_5) $(\forall\ H\in\mathscr{F})I(\alpha)\neq H$

(C'_6) $(\forall\ H\in\mathscr{F})O(\alpha)\neq H$

定理 1. (1)$\mathscr{A}_{C'_1}=\mathscr{A}_{C_2}$　(2)$\mathscr{A}_{C'_2}=\mathscr{A}_{C_1}$　(3)$\mathscr{A}_{C'_3}=\mathscr{A}_{C_4}$　(4)$\mathscr{A}_{C'_4}=\mathscr{A}_{C_3}$

证明:略.

定理 2.[2]　$\mathscr{A}_{C_i}=\mathscr{A}^S_{C_i}$, $i=1,2,\cdots,6$

定理 3.[2]　$\mathscr{A}_{C_1}=\mathscr{A}_{C_2}$

推论 1. $\mathscr{A}^S_{C'_1}=\mathscr{A}^S_{C_2}$　$\mathscr{A}^S_{C'_2}=\mathscr{A}^S_{C_1}$　$\mathscr{A}^S_{C'_3}=\mathscr{A}^S_{C_4}$　$\mathscr{A}^S_{C'_4}=\mathscr{A}^S_{C_3}$

推论 2. $\mathscr{A}^S_{C'_i}=\mathscr{A}_{C'_i}$, $i=1,2,3,4$

定理 4. (1)$\mathscr{A}_{C'_5}=\mathscr{A}_{C_5}$　(2)$\mathscr{A}_{C'_6}=\mathscr{A}_{C_6}$

证明:(1)设 $L\in\mathscr{A}_{C'_5}$,则存在一个 $\omega-AFA$ $M=(Q,f,\Sigma,\delta,q_0,\mathscr{F})$,使得 $L_{C'_5}(M)=L$. 关于 $\mathscr{F}$ 存在两种情况:①$\mathscr{F}=2^Q-\{\varnothing\}$,②$\mathscr{F}\subset 2^Q-\{\varnothing\}$.

情况① 因为 $\mathscr{F}=2^Q-\{\varnothing\}$,显然 $L=\varnothing$,容易构造一个 ω-AFA M'使得在接受条件 C_5 下接受的语言为空. 所以 $L_{C'_5}(M)=L_{C_5}(M')=\varnothing$.

情况② 现构造一个 ω-AFA $M'=(Q,f,\Sigma,\delta,q_0,\mathscr{F}')$,其中,$\mathscr{F}'=2^Q-\mathscr{F}\cup\{\varnothing\}$,因为 $\mathscr{F}\subset 2^Q-\{\varnothing\}$,所以,$\mathscr{F}'\neq\varnothing$. 下证 $L_{C_5}(M')=L_{C'_5}(M)$. 因为,对于 $\sigma\in\Sigma^\omega$,M 在 σ 上的计算树和 M' 在 σ 上的计算树相同,又因为 $\sigma\in L_{C'_5}(M)$当且仅当存在 M 在 σ 上的计算树 $T(M,\sigma)$,使得 $T(M,\sigma)$中每一运行 α,对任意 $H\in\mathscr{F}$,满足 $I(\alpha)\neq H$ 当且仅当存在 M'在 σ 上的计算树,使得 $T(M',\sigma)$中每一运行 α,存在 $\overline{H}\in\mathscr{F}'$满足 $I(\alpha)=\overline{H}$ 当且仅当 $\sigma\in L_{C_5}(M')$,因此 $L_{C_5}(M')=L_{C'_5}(M)$. 由情况①和②得 $\mathscr{A}_{C'_5}\subseteq\mathscr{A}_{C_5}$,用类似的方法可以证明 $\mathscr{A}_{C_5}\subseteq\mathscr{A}_{C'_5}$,所以(1)成立.

(2)的证明与(1)类似(略).

定理 5.[3]　$\mathscr{A}_{C_5}=\mathscr{A}_{C_6}=R$　其中 R 是正则集族.

定理 6. $\mathscr{A}_{C'_5}=\mathscr{A}_{C'_6}=R$

现将文献[2-4]及本文的结论,汇总如表 1.

表 1 ω—自动机在各种条件下接受的语言类表

i	1	2	3	4	5	6
$\mathscr{D}_{c_i}$	G_δ^R	F_σ^R	G^R	F^R	R	$G_\delta^R \cap F_\sigma^R$
$\mathscr{N}_{c_i}$	R	F_σ^R	G^R	F^R	R	F_σ^R
$\mathscr{A}_{c_i}$	R	R	G^R	F^R	R	R
$\mathscr{A}_{c_i}$	R	R	F^R	G^R	R	R

参考文献

1 Chandra A K, Kozen D C, Stockmeyer L J. Alternation. J. Assoc. Comput., Mach. 1981, **28**: 114—113.

2 Miyano S, Hayashi T. Alternating finite automata on ω-words. Theoret. Comput. Sci., 1984, **32**: 321—330.

3 Lindsay P A. On alternating ω—automata. J. Comput. Syst. Sci., 1988, **36**: 16—24.

4 Wagner K. On ω—regular set. Inform. Contr., 1979, **43**: 123—177.

ON ACCEPTANCE CONDITIONS OF ALTERNATING ω—FA

Zhou Qinglei, Zhou Wenjun, Zhuang Lei and Su Jinxiang

(*Department of Computer Science, Zhengzhou University, Zhengzhou* 450052)

Abstract There are only six types of acceptance conditions for alternating ω—finite automata up till now. In this paper, six new forms of acceptance conditions are suggested and the power of accepting ω—language under these conditions for alternating ω—finite automata is investigated. At the end of the paper, the classes of languages accepted by ω—automata under various acceptance conditions are given.

Key words Alternating ω—finite automata, ω—language, acceptance condition.