

无线传感器网络路由协议的寿命分析*

路 纲⁺, 周明天, 余 堃, 牛新征, 刘 恒, 郑方伟

(电子科技大学 计算机科学与工程学院, 四川 成都 610054)

Lifetime Analysis on Routing Protocols of Wireless Sensor Networks

LU Gang⁺, ZHOU Ming-Tian, SHE Kun, NIU Xin-Zheng, LIU Heng, ZHENG Fang-Wei

(College of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

+ Corresponding author: E-mail: goforlg@126.com

Lu G, Zhou MT, She K, Niu XZ, Liu H, Zheng FW. Lifetime analysis on routing protocols of wireless sensor networks. Journal of Software, 2009,20(2):375-393. http://www.jos.org.cn/1000-9825/3180.htm

Abstract: In this paper, the lifetime of wireless sensor networks (WSNs) is modeled as a function of μ and ξ , i.e. $LT=f(\mu, \xi)$, where μ is the mean value of energy dissipation when transmit one unit data to a base station or sink, and ξ denotes the flow distribution in a 2D WSN area. The lifetime analysis for three famous routing protocols is presented in detail based on the model mentioned above. With the methods proposed in this paper, the average energy dissipation rate of anywhere and anytime in WSNs can be calculated. The metrics presented in this paper has been validated by simulation results.

Key words: lifetime analysis; WSNs; routing protocol; flow function; failure model; boundary effect

摘 要: 将无线传感器网络寿命定义为 μ 及 ξ 的函数,即 $LT=f(\mu, \xi)$,其中, μ 是传输一个单位数据至基站(base station, 简称BS)或接收点(sink)的平均能耗, ξ 代表在二维WSN区域内的流量分布.基于上述模型,详尽地分析了3个著名路由协议的网络寿命.使用文中提出的方法,可以计算无线传感器网络中任意位置、任意时间的平均能耗率.所提出的方法已由仿真结果验证.

关键词: 寿命分析;无线传感器网络;路由协议;流量函数;失效模型;边界效应

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

能耗与使用寿命是 WSN 的核心问题之一,已有模型难以对其从理论上进行令人满意的解释及定量预测.文献[1]将能源有效性和生命周期作为首要的两个 WSN 性能评价指标,称“需要进一步地模型化和量化”,本文在此方向上进行了初步探索.使用文中的模型及方法,可以定量计算网络在任意位置、任意状态下的能耗率和寿命均值.分析表明,这样的方法将为理解 WSN、评估协议能耗有效性、设计新算法、管理网络等提供帮助.

本文用3个典型 WSN 路由协议(Flooding, Directed-Diffusion(DD)^[2]和 LEACH^[3])估算网络寿命.它们代表不同的路由方式:广播路由、多跳平面路由、单跳层次路由.这些方式及其组合覆盖了当前几乎所有 WSN 路由协

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60473090 (国家自然科学基金); the National 11th Five-Year-Supporting-Plan of China under Grant No.2006BAH02A0407 (国家“十一五”支撑计划); the Trustworth-iSpace Project in University of Electronic Science and Technology of China (电子科技大学可信智能空间项目)

Received 2007-05-27; Accepted 2007-09-30

议类型^[4].整个分析流程可表示为

$$\mu + F + Failure\ model \Rightarrow LifeTime \tag{1}$$

(能耗均值) (流量函数) (失效模型) (协议寿命)

1 模型假设及定义

1.1 能耗模型

类似于 LEACH,成功发送单位长度消息的节点能耗 $E_T = \varepsilon d^\alpha + c_s$,成功接收单位信息能耗 $E_R = c_R \cdot \varepsilon$, α 是物理常量,与无线电传播方式有关,规定:当 $d \leq 150$ 距离单位(例如米)时,对应自由空间模式, $\varepsilon_1 = 0.01$ 能量单位/(消息长度单位 \times 距离单位²), $\alpha = 2$;当 $d > 150$ 时,对应包括平坦地面反射在内的双射线传播模型, $\varepsilon_2 \approx 4.5 \times 10^{-7}$ 能量单位/(消息长度单位 \times 距离单位²), $\alpha = 4$; c_s, c_R 是节点接收和发送的电路损耗常数,仿真时令其都为 1(能量单位/消息长度单位).以下内容在不至于混淆时省却物理量的单位,通信之外的其他能耗,如感知、计算等不计,除非特别提及,文中的讨论只涉及 RF 自由空间传播模式,因为我们可以很容易地将结果推广到其他模型.

1.2 网络模型

N 个节点分布在边长为 M 的正方形区域内,节点密度 $\lambda = \frac{N}{M^2}$;基站(base station,简称 BS)只有 1 个,位于 M 区域的角点上.平面多跳路由协议时节点分布及拓扑结构的两种形式(详见附录 1)为:

- ① 节点服从概率密度 $\rho = 1/M^2$ 的随机均匀分布,利用 Gabriel 图^[5]建立网络拓扑,距离基站 BS 最近的 1 个或多个点成为 sink 节点;定义 d 维网络中单位距离 $h = \sqrt[3]{1/\lambda}$,平均通信半径 $R = C \cdot h$, C 为某常数.
- ② 节点理想均匀分布,用 $\lceil \sqrt{N} \rceil^2$ 个小正方形近似地划分网络平面,每个小正方形中心安排 1 个节点,通信距离设定到 $\sqrt{2}h$,双向边连接,距离基站 BS 最近的 1 个或多个点成为 sink 节点.

LEACH 点分布同上,但拓扑结构是一个完全图 K_N ;假设带宽及节点存储量足够;如果需要定位,规定不计代价;除了 BS 以外,包括 sink 在内的所有节点同构,都有功率控制单元,支持双向信道,使用全向天线,初始能量相同,节点不移动;理论计算和仿真时,规定用于发送数据的包为 2 单位长度,交换协议信息的包长度为 1 单位.

1.3 寿命模型

定义 1. 传感器网络寿命定义为有效数据采集轮数,用 LT(lifetime)表示,并令

$$LT = f(\mu, \xi) \tag{2}$$

其中, μ 代表能耗均值,也用 E_μ 表示.规定全网均值为 BS 取得全网每节点数据平均 1 次时(即采集 1 轮数据,round)的总能耗除以节点总数. ξ 是一个用于衡量网络中能耗分布均匀性的函数.求解式(2)方法如下:

定义 2. 第 1 个节点失效前的网络状态为稳态 S ,其后直至网络生命期满称非稳态 \bar{S} .

非稳态 \bar{S} 中存在一个序列 $k=0,1,2,\dots,N-1$,分别对应前 k 批节点失效后的网络状态,每批失效节点数可能大于 1.显然 $\bar{S}_0 = S$,当 $k \neq 0$ 时,在某个固定的 \bar{S}_k 下,每个节点都有各自相应的能耗速率 $a_i^{(k)}$,下标 i 表示节点编号.于是我们可以建立一个描述网络节点在不同 \bar{S}_k 状态下的能耗率矩阵 A ,又称状态矩阵. A 是一个阶数不大于 N 的方阵,它由一组列向量 α_k 组成,每列对应某个 \bar{S}_k 下所有被考察节点的能耗速率,因此理想情况下有:

定义 3. WSN 协议寿命方程:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_1^{(0)} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^{(0)} & a_2^{(1)} & 0 & \cdots & 0 \\ a_3^{(0)} & a_3^{(1)} & a_3^{(2)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N^{(0)} & a_N^{(1)} & a_N^{(2)} & \cdots & a_N^{(N-1)} \end{bmatrix}}_{A \rightarrow N \times N} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_k \end{pmatrix}}_{Rounds} = \underbrace{\begin{pmatrix} e_0 \\ e_0 \\ e_0 \\ \vdots \\ e_0 \end{pmatrix}}_E, \text{ 或 } A \cdot Rounds = E \tag{3}$$

其中,将 A 第 1 列(S 状态下)的所有节点按其失效先后顺序由上至下排列,就会得到式(3)中的下三角阵 A . A 的每一行实际上就是同一节点在不同 \bar{s}_k 阶段的能耗率; $E=(e_0, \dots, e_0)^T$ 是每个节点的初始能量,根据第 1.2 节的假设,它们都等于一个常数 e_0 ;方程式(3)中 $Rounds$ 的元素 r_k 实际上就代表网络处于某 \bar{s}_k 状态的时间,用“轮(rounds)”来称谓这个时间是因为定义 1 实质上规定了网络的基本动作为数据轮的采集.

A 中的元素可由仿真或实测得到.如果 A 中只有 1 个元素 $a_1^{(0)}$, 则意味着网络寿命按照第 1 个失效节点计算.此时,若 ξ 较小(小于某设定参数),则可用稳态寿命 $LT(S)$ 代替网络寿命 LT ;反之,若 ξ 较大,则稳态寿命代表网络寿命就导致资源浪费.不失一般性,我们规定按照网络中心($M/2, M/2$)位置点失效前所经历的时间轮来计算网络协议寿命.

将式(3)代入式(2),得到一个 f 函数的具体表达式:

$$LT = f(\mu, \xi) = \sum_k r_k = \|Rounds\|_1 = \|A^{-1} \cdot E\|_1 \quad (4)$$

当 k 值较小时,由式(4)可以粗略估算 LT 的上、下界限,例如上界 $LT = \|Rounds\|_1 \leq \|A^{-1}\|_{m1} \cdot \|E\|_1$, 其中 $\|A^{-1}\|_{m1} = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}^{inv}|$, a_{ij}^{inv} 表示 A^{-1} 中的元素; $\|E\|_1 = \sum_{i=1}^n |e_0|$, n 是此时矩阵的阶.随着 k 的增大,算子 1 范数的误差将难以接受,但仍可用作不同协议之间简单比较的品质因素.在实际中无论怎样定义网络寿命,总是以某个节点(i)失效为载体的,这个节点历经 $S, \bar{s}_1, \dots, \bar{s}_k$ 状态,每个状态都有对应的能耗率,因此,以延长使用寿命为目标的 WSN 路由算法数学模型为

$$\max LT = \sum_k r_k. \text{ 约束条件为 } \sum_k a_i^{(k)} \cdot r_k = e_0, a_i^{(k)} \geq 0, r_k \geq 0, a_i^{(k)} \in P \quad (5)$$

其中, P 表示某路由协议.如果对吞吐量、路径延迟等有要求,则约束条件中再加入相应的项.式(5)可以看成是一类正数规划的问题, e_0 被划分为 k 个部分两数乘积之和,目标是因子和数 $\sum_k r_k$ 最大.显然,改进路由算法使得从 0 到 k 的任一阶段上 $a_i^{(k)}$ 降低,都会导致寿命提高.

至此建立的寿命模型框架是对 WSN 工作过程的一种公理化描述,适于任何无线场景.在第 2 节,我们将推导出式(5)中的 $a_i^{(k)}$ 、式(3)中的 A 等关键知识,同时将对影响协议寿命的重要因素作一些分析.

2 WSN路由协议的寿命分析

2.1 协议参数

- **Flooding:**停止条件:(a) 数据达到它的最大生命周期 TTL;或者(b) 节点已拥有该数据的副本.
- **LEACH:**文献[3]中数据融合比过于强大,完全取消则 LEACH 失去意义,规定压缩比为 1:2,不计融合计算能耗.
- **Directed Diffusion:**扣除路径失效的影响;不进行数据融合(因为很容易外推得到考虑融合的寿命值).

2.2 μ 值分析

2.2.1 发送一个数据的能耗期望

- 图 1 是 LEACH 过程,发送一个数据的能耗期望为(详见附录 2):

$$E_{\mu}^{LEACH} = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{\sqrt{N}} \right) \epsilon \cdot M^2 + 4c_s + 5c_r \quad (6)$$

- **Flooding:**泛洪协议以广播形式将数据发送到 BS,如图 2 所示,本文场景下如果数据能从源到达 BS 位置,那么在宏观上它将以相等的概率被送至以 $source$ 为圆心、 $source$ 至 BS 为半径的任意圆周上,这等价于图 2 所示的圆扩散形式.图中越靠近右下角 BS 位置,被圆扩散覆盖的次数越多,节点能耗也越高.据此得到发送一个数据能耗期望为(详见附录 3):

$$\begin{cases} E_{\mu}^{Flooding} \approx 1.54N \times \left(\epsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.9c_R \right), & \text{拓扑1} \\ E_{\mu}^{Flooding} \approx 1.54N \times \left(\epsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.9c_R \right), & \text{拓扑2} \end{cases} \quad (7)$$

- DD:协议过程如图3所示,数据沿建立好的路径经多跳(实际可能为折线)传回BS.原协议根据 data_cache 发送加强 interest 建立回传梯度路径,data_cache 相当于一个邻节点的分类表,如果节点 i 第 1 次收到例如来自 sink 的消息是从邻节点 j 发来的,那么回传数据包给 sink 时,就选择 j 作下一跳点.正常情况下,这种路由由接近最短路径.发送一个数据的能耗期望约为(详见附录 4, a 是路径上的平均数据量)

$$\begin{cases} E_1^{DD} \approx 2 \times (\sqrt{N} + 1) \times \left[\epsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] + \frac{1}{a} \cdot (2N + \sqrt{N}) \cdot \left(\epsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.8c_R \right), & \text{拓扑1} \\ E_2^{DD} \approx 2 \times \left(\frac{2}{3}\sqrt{N} + 1 \right) \times \left[\epsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] + \frac{1}{a} \cdot \left(2N + \frac{2}{3}\sqrt{N} \right) \cdot \left(\epsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.8c_R \right), & \text{拓扑2} \end{cases} \quad (8)$$

图4分解显示3个协议的能耗期望 E_{μ} 随 M 值变化趋势的理论结果,图5是仿真结果的完整图,无论曲线走势还是实际能耗值,二者吻合程度均可.图中参数 $c_S=1, c_R=1, \epsilon=0.01, N=100$.

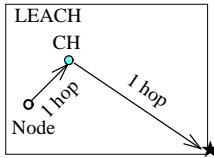


Fig.1 Traffic model of LEACH
图1 LEACH传输模型

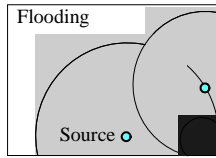


Fig.2 Traffic model of Flooding
图2 Flooding传输模型

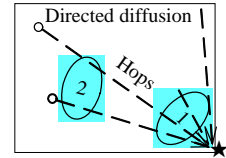


Fig.3 Traffic model of DD
图3 DD传输模型

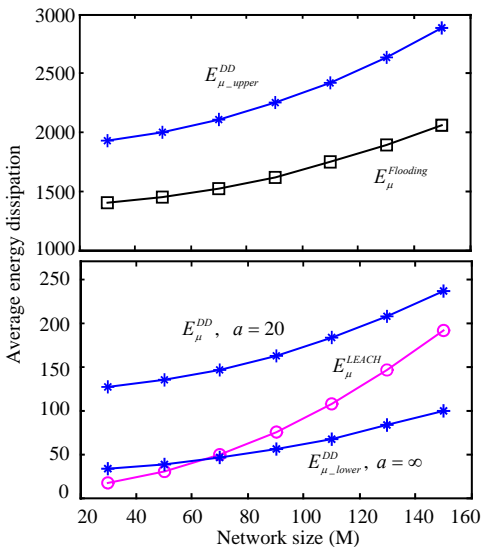


Fig.4 Analysis results for μ
图4 μ 的分析结果

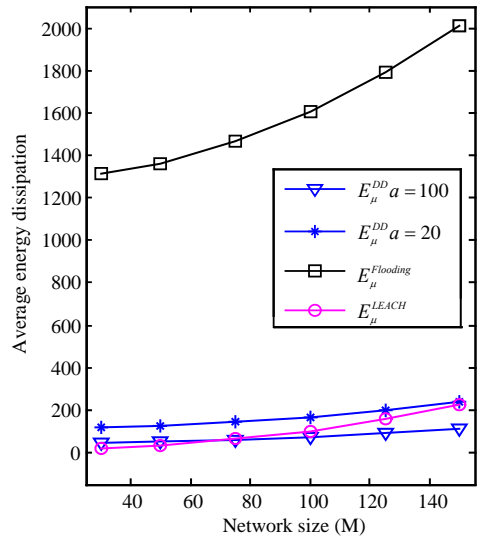


Fig.5 Simulation results for μ
图5 μ 的仿真结果

特别需要指出,图5中 E_{μ}^{LEACH} 曲线在横坐标 M 超过 100 以后,以更陡的趋势接近($E_{\mu}^{DD}, a=20$)曲线,在最右边二曲线几乎相交,而图4中显示二者抵达曲线最右边时,上下仍差一段距离.造成这种情况的原因在于,当网络尺

寸 $M > 100$ 后,一些距 BS 远的点实际上按多径模式通信,而图 4 中的 E_{μ}^{LEACH} 曲线在横坐标 M 超过 100 以后是理论外推结果.Flooding 和 DD 曲线中节点通信半径远小于 M ,所以在图 5 范围内完全不受传播方式的影响.

2.2.2 能耗分析

1) 固定 M , 令 $N \rightarrow \infty$, 考查拓扑 1 条件下的式(6)~式(8)(拓扑 2 类同), 分别有

$$E_{\mu}^{LEACH} \rightarrow \frac{2}{3} \varepsilon \cdot M^2 + 4c_s + 5c_r = O(1), E_{\mu}^{Flooding} \rightarrow 1.54N \times (c_s + 3.9c_r) = O(N), E_{\mu}^{DD} \rightarrow 2N \cdot \left(\frac{c_s + 3.8c_r}{a} \right) = O(N).$$

注意到我们推导能耗公式的过程适合所有同类型路由协议, 因而:

结论 1. 当节点密度 λ 很大时, 多跳类协议的能耗发散, 层次型单跳类协议能耗收敛为某常数, 因其具有能耗优势.

如果多跳类协议未进行 Flooding 过程, 则能耗趋于 $O(\sqrt{N})$, 结论仍然适用.

2) 令 $N \rightarrow \infty, M \rightarrow \infty$, 且 $\frac{N}{M^2} \rightarrow \lambda$, 则 $E_{\mu}^{LEACH} \rightarrow \frac{2}{3} \varepsilon \cdot M^2 = O(M^2), E_{\mu}^{Flooding} \rightarrow 1.54N \left(\frac{2\varepsilon}{\lambda} + c_s + 3.9c_r \right) = O(N), E_{\mu}^{DD} \rightarrow 2N \left(\frac{2\varepsilon/\lambda + c_s + 3.8c_r}{a} \right) = O(N)$. 在实际中, $E_{\mu}^{LEACH} \rightarrow O(M^{\alpha}), \alpha \geq 2$, 因此我们有类似于 1) 的结论:

结论 2. λ 为常数, 随着网络区域的增大, 层次型单跳类协议能耗与多跳类协议相比以幂倍数 $O(M^{\alpha-2})$ 方式增长.

1), 2) 表明协议类型的能耗方式差别, 单跳协议取决于网络尺寸 M , 多跳类协议取决于节点数量 N . 同时注意到, E^{DD} 在接近极限场景下, 起主导作用的项是路径建立代价, 其大小完全由 Flooding 过程决定, 因而在选择协议或设计新算法时要特别注意可能的应用场景, 当节点数量较大时, 优化算法的广播过程也许比优化数据传递路径见效更显著, 因为多跳类协议的 Flooding 过程往往不可避免.

3) 当 λ 一定时, 式(8)下界(式(27))是多跳类协议的最低能耗. 假设某路由协议比 Flooding 节能, 对比式(7)有:

定理 1(优化定理). 信息多跳传输的 WSN 平面路由协议中, 无论如何优化路径, 与原协议或 Flooding 相比, 能耗之比的数量级不会比 $O(1/\sqrt{N})$ 更低. 即优化后最多节能 N 的平方根量级,

$$\frac{E_{\mu}^{multihop-P}}{E_{\mu}^{Flooding}} \propto \frac{1}{\sqrt{N}} \tag{9}$$

其中, $E_{\mu}^{multihop-P}$ 表示某多跳路由协议发送一个数据至 BS 的能耗期望值. 根据定理 1 可以建立衡量协议能耗有效性的标准, 如果某个协议比 Flooding 节能 $c\sqrt{N}$ 倍(常数 c 可由式(7)、式(8)确定), 我们就认为其已达最优; 如果忽略此点, 则往往导致提升的部分性能在其他一些未知处散失.

定理 2(D-H 定理). 理论上, 多跳协议传输 d 距离的最佳跳数为

$$hops = d \cdot \left(\frac{\alpha - 1}{k} \right)^{1/\alpha} \tag{10}$$

证明: 传输 1 单位长度信息, 设距离为 d , 需跳数为 $hops$, 则节点平均发送半径约为 $d/hops$. 因此, 多跳传输能耗

$$E^{multihop} \approx hops \times \left[\varepsilon \cdot \left(\frac{d}{hops} \right)^{\alpha} + c_s + c_r \right], \text{ 令 } \frac{\partial(E^{multihop})}{\partial(hops)} = 0, \text{ 有 } \varepsilon \cdot \left(\frac{d}{hops} \right)^{\alpha} + c_s + c_r + hops \cdot \varepsilon \cdot d^{\alpha} \cdot \frac{-\alpha}{hops^{\alpha+1}} = 0. \text{ 再令}$$

$$k = \frac{c_s + c_r}{\varepsilon}, \text{ 整理后得: } hops = d \cdot \left(\frac{\alpha - 1}{k} \right)^{1/\alpha}. \alpha=2 \text{ 时 } hops = \frac{d}{\sqrt{k}}. \quad \square$$

理想跳数 $hops$ 与 k 的平方根成反比. 距离-跳数定理的产生源于目前普遍采用的无线电通信方式及硬件技术条件, 理想情况下 c_s, c_r 趋于 0, 此刻回到不等式 $d^{\alpha} > d_1^{\alpha} + \dots + d_n^{\alpha}$, 其中, $d = \sum_{i=1}^n d_i, d_i > 0, \alpha > 1$. 由于硬件及通信技术总在进步, 所以单从降低能耗角度来看, 未来多跳协议将逐步取得优势.

4) 收、发电路损耗常数对能耗的影响

式(6)~式(8)中每式都可按顺序展开为分别含 ε, c_s, c_R 的 3 项之和,形式化的表示为

$$E_\mu = \text{factor1} \cdot \varepsilon + \text{factor2} \cdot c_s + \text{factor3} \cdot c_R \tag{11}$$

式(11)第 1 项含 ε ,用于纯发送传播的物理能耗,无论节点硬件如何不同,这一项都不会改变;含 c_s, c_R 的两项会随硬件(或仿真)参数的变化而影响到协议性能.定义一个新参数“协议能耗灵敏度因子 σ ”,对应某协议的 c_s, c_R 项系数,即 $\sigma_s = \text{factor2}, \sigma_R = \text{factor3}$,显然, σ 反映的是协议对收、发动作的使用多少.

对同一协议来说,如果有两种节点硬件,参数分别为 (c_{s1}, c_{R1}) 和 (c_{s2}, c_{R2}) ,那么我们将在行列式 $J > 0$ 的情况下选择第 2 类节点,由此带来的能耗优势就是 J 的绝对值 $|J|$.其中, $J = \begin{vmatrix} c_{s1} - c_{s2} & \sigma_R \\ c_{R2} - c_{R1} & \sigma_s \end{vmatrix}$. J 的推导很简单,只要去掉式(11)

中的第 1 项(含 ε 项),然后将两种硬件参数分别代入即可.对于两协议的比较来说,由于 σ 不同,相同的 c_s, c_R 变化会导致不同的协议性能的改变,这种情况常见于仿真.假设协议 1、协议 2 的 σ 为 $(\sigma_{s1}, \sigma_{R1}), (\sigma_{s2}, \sigma_{R2})$,设定的能耗参数由 (c_{s1}, c_{R1}) 改变为 (c_{s2}, c_{R2}) ,那么 $J > 0$ 时,能耗参数的改变对协议 1 不利,由此带来的差值就是 J 的绝对值 $|J|$,其中, $J = \begin{vmatrix} c_{s1} - c_{s2} & \sigma_{R1} - \sigma_{R2} \\ c_{R2} - c_{R1} & \sigma_{s1} - \sigma_{s2} \end{vmatrix}$.由上述分析可得出如下结论:

定理 3. 只有在 $J=0$ 的情况下,收发参数的改变才不影响协议能耗性能.

收发参数体系的变化有可能使协议的能耗优势在不经意间被放大或缩小,对于仿真来说,不同文献的结果一般不能直接对比;对于应用来说,应尽量选择与节点硬件参数 (c_s, c_R) 匹配的协议(参数 σ).

2.3 流量分析

一个寿命轮的网络总耗能为 NE_μ ,如果能够了解总能耗在各位置的分布,就能得到稳态 S 下各处的能耗速率.

2.3.1 平面多跳协议的流量分布函数 F

定义 4(点流量 f_i). 路径建立等协议相关的准备工作已完成,此后,当每个 *node* 都恰好向 BS 送达一个数据时,第 i 点承担的数据发送量称为点流量 f_i ,简称流量.

f_i 在网络区域的分布构成流量函数 F ,并且在勒贝格外测度意义下, F 可被理解为连续的.

定义 5(流量分布均匀性 ξ). ξ 为某平面域 D 内,点流量与平均流量 \bar{F} 之差的平方和,即

$$\text{离散形式: } \xi = \sum_{i=1}^n \left(f_i - \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n 1} \right)^2; \quad \text{二维连续形式: } \xi = \iint_D (f_i - \bar{F})^2 dx dy \tag{12}$$

ξ 简称均匀性.它最早出现在定义 1 的式(2)中.

在图 3 的 BS 位置附近,1 区线密度明显大于 2 区;图 2 中越靠近右下角 BS 位置,流量越大,这是对流量的直观认识.流量向 BS 附近会聚,然而不同类型协议的流量增长方式不同,导致网络出现失效节点时,剩余能量在存活节点中的分布形式有很大差别.

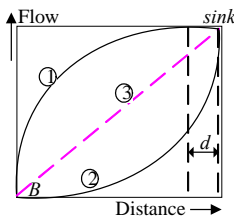


Fig.6 A sketch of flow distribution

图 6 流量分布示意图

如图 6 所示,曲线①②代表沿对角方向上两个协议的流量分布与距 *sink* 位置远近的关系,在 *sink* 点相交于流量最大值 N .就曲线本身来说,①是凸曲线,②是凹曲线.边界条件:曲线①②连续,单调增,有共同的上界点 *sink*;曲线①的起点位置允许在 Flow 轴上高于 B 点.边界条件由多跳协议及网络节点、*sink* 统计分布的物理含义直接得出.

从图 6 可以直观地看出两个结果:一是曲线①的流量水平整体大于曲线②;二是在接近 *sink* 的距离范围 d 内,曲线①的流量落差明显小于曲线②.落差小意味着均匀性好. d 范围节点流量高、能耗高,一般是失效节点最先出现的区域,这里直接关系到能否从 WSNs 获取数据,因而总是人们最关心的区域.有下面的均匀性定理.

定理 4(均匀性 ξ 定理). 在 d 范围内,满足上述条件的①类曲线的均匀性要好于②类曲线,即 $\xi_1 < \xi_2$.

证明:(1) 在靠近 *sink* 的足够小的 d 范围内,曲线①②可近似看成直线,根据①凸②凹的事实和边界条件,直线①的斜率 k_1 小于直线②的 k_2 ,再由均匀性 ξ 的定义,立即得到均匀性定理的结论.

(2) d 的范围可以扩大.观察图 6 中的虚直线③,它是对角 B 与 *sink* 的连线,其斜率为 k_3 ,数值上等于 $\frac{N}{\sqrt{2M}}$,不失一般性,假设 $k_3=1$.根据边界条件,我们可以取一个交集 $\{d|d=d_1 \cap d_2\}$ 作为均匀性定理成立的适用范围,其中, $d_1=\{d_1 \in \text{distance 轴}|k_1 < 1\}$ 对应曲线①上满足该条件的部分, $d_2=\{d_2 \in \text{distance 轴}|k_2 > 1\}$ 对应曲线②上满足该条件的部分.换句话说,均匀性定理绝对成立的范围为曲线①的切线斜率小于 1 同时②的切线斜率大于 1 的交集,这个交集的右边界最终到达 *sink* 位置.

(3) 我们知道,对区间 (a,b) 上任意的连续函数 $f(x)$ 和常数 c ,当 c 等于 f 的均值时, $\int_a^b (f-c)^2 dx$ 最小,即 ξ 最小.在 d 范围内,假设曲线①的均值点在 $\bar{C}(\bar{C}_x, \bar{C}_y)$, 均匀性为 ξ_1 , 曲线②的均值点在 $\bar{G}(\bar{G}_x, \bar{G}_y)$, 均匀性为 ξ_2 .将 \bar{C} 移动到曲线①上另一点 $\bar{C}'(\bar{G}_x, \bar{C}'_y)$, 使 \bar{C}' 与 \bar{G} 在同一条垂直于 *distance* 轴的直线上.计算曲线①与 \bar{C}' 点纵坐标之差的平方和 ξ'_1 , 可知 $\xi_1 \leq \xi'_1$. 现在可以断言: d 内曲线①上任意一点 C 与 \bar{C}' 的纵坐标之差的绝对值,一定小于或等于曲线②上对应点 G (过 C 的垂线与曲线②的交点)与均值点 \bar{G} 纵坐标之差的绝对值;否则,作直线连接 $C\bar{C}'$, $G\bar{G}$, 有斜率关系 $k(C\bar{C}') > k(G\bar{G})$, 再由柯西中值定理推得,曲线①的 $C\bar{C}'$ 段上必有一点,其切线斜率等于 $k(C\bar{C}')$, 大于曲线②的 $G\bar{G}$ 段上某点,其斜率为 $k(G\bar{G})$.这样就产生了矛盾,因为在第 2 步已知 d 内曲线①任一点的斜率小于 1,不可能大于曲线②的某点斜率(大于 1).既然差值小,差值的平方也就小,所有这些点在 d 内累积的平方和当然也小,所以 $\xi'_1 < \xi_2$, 进而 $\xi_1 < \xi_2$. 均匀性定理成立. \square

由于在 d 范围内曲线②已经“累积”不少非均匀性,可以预测,当 d 朝向图 6 中 B 点方向延伸一段 Δd 时,从整体看, $d+\Delta d$ 段仍然适用均匀性定理,至于 Δd 有多长以及 d 的左边界位于横轴何处,将取决于曲线的具体方程.

定理 4 意味着开始出现能量耗尽节点时,其周围节点在协议①下也几乎耗尽,而对②类协议来说,“耗尽”的程度远小于①类,二者之差可用 $c \cdot \Delta$ 来表示,这里, c 是协议相关常数, Δ 是曲线①②所围面积(或曲面①②所围体积).限于篇幅这里仅指出,均匀性定理的适用条件还可以放宽,只要 d 内①>②并满足边界条件,无论凸凹都成立.

图 6 是平面 $y=x$ 与流量曲面的交线,将这个平面绕 z_{sink} 轴(过 *sink* 垂直于网络平面的直线)转动,如果切出来的图形都类似于图 6,那么由连续性及微分几何知识,我们就可以断定,在以 *sink* 为圆心、 d (多个切面中的最小者)为半径的弧形区域内,协议 1 的能耗均匀性比协议 2 要好.事实上,图 6 的曲线①代表了 Flooding 类泛播路由协议,曲线②代表包括 DD 在内的平面多跳路由协议.下面我们会分析其相应的原因.

2.3.2 Flooding 的流量分布 F_{Flooding}

由图 2 可知, Flooding 协议发送数据时,源点 *source* 的影响域是一个圆,如果 *source* 到某 *node* 的距离小于到 *sink* 的距离,则该 *node* 节点发送 *source* 数据一次,计流量加 1.反之,过任意一点 *node*(x,y)的总流量是图 7 所示阴影部分的面积 \times 节点密度.图中虚线是 *node-sink* 连线的垂直平分线,位于空白区的点向 *sink* 发数据时不会影响到 *node* 点的流量.由于矩形区域 M 的边界效应,当 *node* 位置处于图 8 的 3 个区域 A_1, A_2, A_3 内时,面积计算公式稍有不同, A_2, A_3 对称,由两条半月形弧分割开.有下式:

$$F_{\text{Flooding}} = \begin{cases} \left(M^2 - \frac{(x^2 + y^2)^2}{8xy} \right) \cdot \frac{N}{M^2}, & (x, y) \in A_1 \\ \left(M^2 - M \frac{x^2 + y^2 - yM}{2x} \right) \cdot \frac{N}{M^2}, & (x, y) \in A_2, \text{ 在位于分母的情况下, } x, y \neq 0 \\ \left(M^2 - M \frac{x^2 + y^2 - xM}{2y} \right) \cdot \frac{N}{M^2}, & (x, y) \in A_3 \end{cases} \quad (13)$$

在 Δ_1 域内,曲面上点沿 $y=kx$ 方向趋向 BS 时有 $F'_{Flooding} = -\frac{(1+k^2)^2}{4k} < 0$, 沿 z 轴负向看去, F 是一个凸面. 三维

曲面 F 与平面 $y=x$ 的交线为 $f = \left(M^2 - \frac{x^2}{2}\right) \cdot \frac{N}{M^2}$, 令 $N=100, M=100$ (作为常数, 它们不影响曲线的性质), 得到图 9

中的 $f_{flooding}$ 理论曲线. 以 Δ_2 为例, 当曲面上点沿 x 轴或分界线 $y = M - \sqrt{M^2 - x^2}$ 趋向 $sink$ 时, 其二阶导函数仍然小于 0, 能耗曲面为凸面, 切出来的图形如图 6 的曲线①.

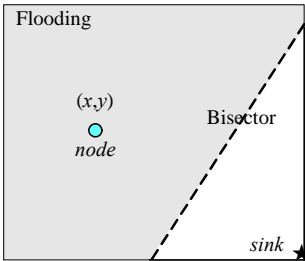


Fig.7 Data flow in Flooding protocol

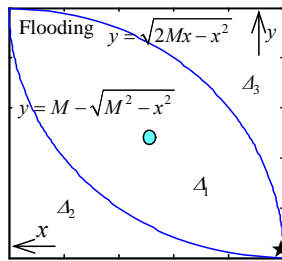


Fig.8 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ area in network zone

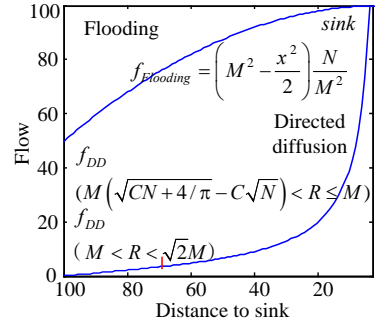


Fig.9 Diagonal vertical-section for the Flow function surface of the two protocols (analysis results)

图7 Flooding协议中的数据流

图8 网络域内的 $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ 区域

图9 两协议流量函数曲面的对角纵剖面(分析结果)

2.3.3 Directed Diffusion 的流量分布 F_{DD}

DD 流量模型如图 10 所示, 阴影面积 Δ 的数据流穿过 AB 线向 $sink$ 位置 (O 点) 汇聚, 弧 AB 是以 O 为圆心、 R 为半径的圆周与 $y=x$ 及网络边界所截圆周部分. 弧上各节点距 $sink$ 距离相等, 因此, 在最短距离意义下的路由, 使得当 Δ 内流量到达边界弧时, 可以选择 AB 上任意一点作为中继. 我们称这样的弧 AB 为网络域的等势线. 由附录

1 可知, 通信距离等于 $C \times h$ 时, 线密度为 $C \frac{\sqrt{N}}{M}$, 流量分布函数 F 等于阴影 Δ 内节点数量除以边界 AB 上的节点数

量. 图 10 中, 当 $R \leq M$ 时, 弧 $AB = \frac{\pi}{4} \sqrt{x^2 + y^2}$; 当 $R > M$ 时, 弧 $AB = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \arccos \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$. 令 $R = \sqrt{x^2 + y^2}$,

得到:

$$\begin{cases} F_{DD} = \frac{4M^2 - \pi R^2}{2\pi R} \cdot \frac{\sqrt{N}}{CM} \cdot f_{BE}, & M \left(\sqrt{C^2 N + 4/\pi} - C\sqrt{N} \right) < R \leq M \\ F_{DD} = \frac{1}{2} \left[\frac{M^2 - M\sqrt{R^2 - M^2}}{R \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \arccos \frac{M}{R} \right)} - R \right] \cdot \frac{\sqrt{N}}{CM} \cdot f'_{BE}, & M < R < \sqrt{2M} \end{cases} \quad (14)$$

F_{DD} 的值域定义在 $[0, M]$ 上. 上式中 f_{BE}, f'_{BE} 代表边界效应函数. 如果圆弧 AB 以外的区域形状相对于 AB 具有等势性, 则 $f_{BE}=1$; 否则, 应考虑边界效应影响; 我们已知 DD 会选择最短或接近最短路径的路由, 图 10 中的 OB 线与某半径下的圆周交于 E 点, 现在考察 E 点的流量. 理论上讲, 一旦数据到达 BE 线, 则只有选择 E 点作中继, 才能使其到 BS 路径最短, 而在节点均匀分布条件下, 流量到达 BE 线和离开 BE 线的概率是均等的, 因此 E 点分配的流量正比于 BE 线的长度. 根据这种关系很容易推出 f_{BE} , 化简后得到网络域内任意一点 (x, y) 的流量为

$$\begin{cases} F_{DD} = \frac{(4M^2 - \pi R^2)(M - \max(x, y))}{2\pi \cdot \max(x, y) \cdot \left(\frac{4}{\pi}M \ln(1 + \sqrt{2}) - R\right)} \cdot \frac{\sqrt{N}}{CM}, & R \leq M \\ F_{DD} = \frac{1}{2} \left[M^2 - M\sqrt{R^2 - M^2} - R^2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \arccos \frac{M}{R}\right) \right] \cdot \frac{(M - \max(x, y))}{\max(x, y)} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{N}}{CM}, & M < R < \sqrt{2}M \end{cases} \quad (15)$$

其中, $\delta = M \ln(1 + \sqrt{2}) - \frac{\pi \cdot R}{4} + R \cdot \arccos\left(\frac{M}{R}\right) - M \ln \frac{R + \sqrt{R^2 - M^2}}{M}$, \ln 为自然对数.

在研究 F_{DD} 曲面形状时,我们关心流量会聚到 BS 的方式.因此,令 $y=kx$ 平面切式(15)中第 1 式所代表的曲面后得一条交线.曲面上的点沿该交线趋向 BS 时,由单调性有 $F_{DD}'' > 0$, 向 z 轴负向看去,该曲面向上弯曲.满足图 6 曲线②的条件.在式(15)中,令节点密度=1,然后类似于图 6 过 sink 对角线作垂面截流量函数曲面,即得到图 9 所示的 f_{DD} 理论结果.图 11 为仿真实验后所作类似于图 6 的截能耗面交线,其趋势吻合图 6 的均匀性定理、图 9 的流量函数理论结果,充分表明我们的理论模型在实践中可行.注意,图 6、图 9、图 11 中 sink 位置处的流量高不意味着 sink 节点本身能耗就一定最高,而是指 sink 附近区域的能耗通常高于其他同样面积区域的能耗.

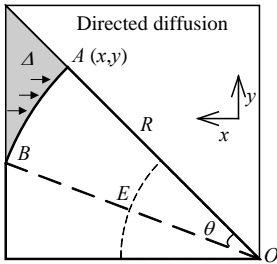


Fig.10 Flow distribution in DD

图 10 DD 中的流量分布

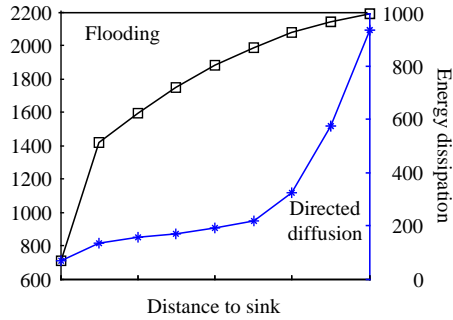


Fig.11 Diagonal vertical-section for the energy dissipation surface of the two protocols (simulation results)

图 11 两协议能耗曲面的对角纵剖面(仿真结果)

2.3.4 层次型单跳协议的流量分布,分固定簇和非固定簇两种情况讨论:

1) 固定簇: q 个簇,每簇平均 N/q 个节点; N 较大时 $\lceil N/q \rceil - 1 \approx \lceil N/q \rceil \approx N/q$. 根据流量定义,簇内流量

$F_C \approx \left(\left\lceil \frac{N}{q} \right\rceil - 1\right) + \left\lceil \frac{N}{q} \right\rceil \cdot s \approx \frac{N}{q}(1+s)$, s 是事先设定的数据融合比率,簇内流量除以簇内节点总数,就得到每点流量的分布函数:

$$F_{LEACH} = \frac{N}{q} \times (1+s) \Big/ \frac{N}{q} = 1+s \quad (16)$$

2) 非固定簇:用比值 $\frac{\text{簇的实际节点数}}{N/q}$ 称谓“簇的相对大小”,则相对簇大小的期望值随簇头的位置不同而

改变,用 $L(x,y)$ 表示这种边界效应. $L(\text{location})$ 作用下的流量函数为

$$F_{LEACH} = L \times (1+s) \quad (17)$$

可见,固定簇流量函数式(16)是非固定簇函数式(17)当 $L=1$ 时的特例. $L=1$ 意味着所有簇一样大小.

节点均匀分布情况下, L 是一个以过网络中心垂直于 M 区域的直线为轴的旋转曲面, L 实际上是一个涉及 Voronoi 边界效应的函数.本文利用 Monte Carlo 方法事先仿真出各个位置的 L 值,制成表待用.仿真结果如图 12 所示.图 12 是过 M 区域对角线作 XOY 平面的垂面与 $L(x,y)$ 的交线,纵坐标代表相对簇大小值,横坐标的中心即 M 区域中心.附录 7 的计算实例所用 L 值均取自该图.簇头数可根据已知条件事先计算,当有较大变化时需要重新计算 L 值.

2.4 寿命分析和计算

到此为止,如果网络寿命定义为“总能耗 E /平均能耗 E_{μ} ”,或最先失效节点时间,那么上述知识已经足够.第 1.3 节寿命的定义中,曾规定以网络中心处节点失效所经历轮数来代表网络寿命,因而还要进行下面 5 个步骤.

1) 第 1 步,定义失效模型、简化失效模型.

定义 6(失效模型). 某时刻 t ,网络存活节点与失效节点的分界线或面(B),即

$$Failure\ model=B(t) \tag{18}$$

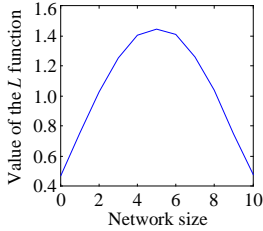


Fig.12 Simulation result of L function

图 12 L 函数的仿真结果

执行 LEACH 类协议时,远离 BS 位置的节点需要以更大的通信距离发送数据,如果数据均匀产生且各节点初始能量相同,那么宏观上离 BS 远的点将先失效;DD 类协议刚好相反,离 BS 近的位置由于流量汇聚作用将先失效.仿真结果表明事实基本如此.图 13 为当中心(星号标记)节点刚失效时网络中存活节点分布,形状接近以 BS 为中心的一个 1/4 圆;图 14 是 DD 协议发送一轮数据后,网络各节点的能耗分布,圆圈代表节点位置,从圆圈中心引出的竖线高度代表能耗,基本上接近 sink 的节点能耗高.因此下面的定义是合理的.

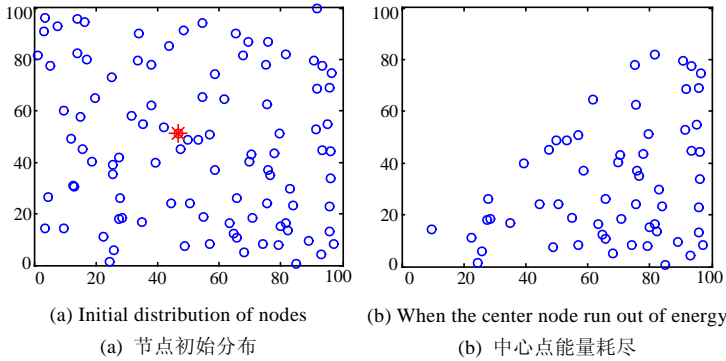


Fig.13 Boundary of failure model in LEACH

图 13 LEACH 失效模型的边界

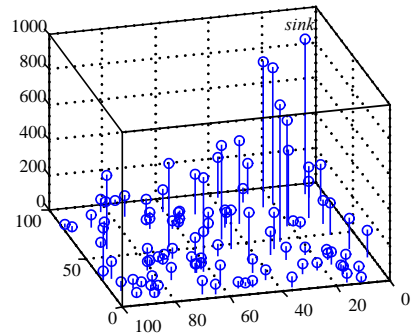


Fig.14 Energy dissipation of DD in network area

图 14 DD 网络域的能耗

定义 7(简化失效模型(simplified failure model)). 宏观上是一个以 BS 位置为圆心, R 为半径的圆周,在 LEACH 类协议中随时间 t 增大 R 逐渐减小,在 DD 类协议中 R 值变化方向刚好相反.

2) 第 2 步,为计算网络 M 区域中心的协议寿命,我们将节点的分布理解为节点能量的分布,节点失效意味着某区域的能量为 0.自然而然地,此区域大小在均匀分布下为 $\frac{\text{网络存活节点区域面积}}{\text{存活节点数}}$,例如 S 态时为 $\frac{M^2}{N} = h^2$ (在简化失效模型中,很容易证明任意状态 \bar{S} 时都是 h^2).在事先未知节点具体位置的情况下,我们说网络某区(点)的寿命期望为 $LT_i = \frac{\text{该区初始能量}}{(0-t)\text{时间内该区平均能耗率}}$.

3) 第 3 步,节点处理一个数据的平均能耗用 E 表示,则处理 k 个数据时为 kE ,这种线性关系表明节点能耗正比于经过节点的流量.利用第 2.3 节的流量函数求出某区域流量占总流量的比例,乘以第 2.2 节求出的网络总能耗,就得到了该区域的平均能耗率.

4) 第 4 步,当失效界面推进,网络不再是正方形时,在新的区域形状内重复第 2.2 节和第 2.3 节的过程,然后与 3)中的做法相同,得到各区域在当前状态(\bar{S})下的能耗率.

5) 最终,用一个矩阵记录上述 3)、4)阶段的值,得到第 1.3 节式(3)协议寿命方程的一个可计算实例.

2.4.1 Flooding 协议稳态任意位置能耗率的计算方法

关于 Flooding 协议稳态任意位置能耗率的计算方法,详见附录 5.

2.4.2 Directed Diffusion 协议寿命计算方法

计算图 15 网络中心 $node_i$ 所代表的网络寿命.图中选取了 3 个状态 S, \bar{S}_1, \bar{S}_2 , 在每一个状态分别计算 3 点 $O, node_i-1, node_i$ 的能耗率,得到一个 3×3 阶状态矩阵 A ,也可以在 O 与 $node_i$ 之间选择更多的 R 值获得更高阶的状态阵 A ,根据第 1.3 节寿命方程的定义,该矩阵的最大阶数理论上不超过 N (详见附录 6).

2.4.3 LEACH 协议寿命计算方法

图 16 波折线显示的是当节点随机分布时,网络中心 $node_i$ 节点在某次仿真中各寿命轮能耗变化的波形,图中符号①代表第 1 个节点失效的时刻.中心虚线是用最小二乘计算出来的反映平均能耗变化的趋势线,用二阶状态矩阵 A 作简化计算模型就可以得到比较准确的结果.详见附录 7.

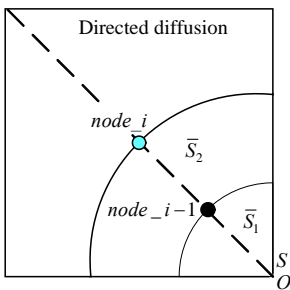


Fig.15 Simplified failure model of DD

图 15 DD 的简化失效模型

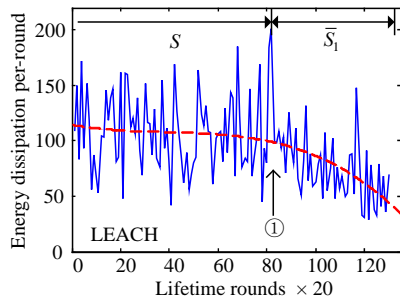


Fig.16 Energy dissipation waveform of the $node_i$

图 16 $node_i$ 节点能耗率波形

2.4.4 模型的仿真验证

图 17、图 18 中节点随机分布,初始能量均设为 5×10^5 ,其中图 17 为中心点代表的网络寿命值,图 18 为中心点的能耗率.无论仿真的是寿命值还是能耗率,一般情形下我们总能在一个以 $(M/2, M/2)$ 为中心、 $c \cdot h$ 为半径的圆内找到与理论值接近的节点,误差集中在 15% 内,前提是这个圆内存在节点.仿真结果表明, c 值大致范围为区间 $[0.4, 1.6]$.事实再次说明我们的寿命模型及求解过程是可行的.图 17 中, \times 某数表示该处纵坐标要经过乘换算才相当于定义寿命值,原因是 LEACH 需要一个“回合”保证所有节点轮流坐庄一次,这期间采集的数据量恰好 $\lceil N/q \rceil$ 倍于寿命轮定义的数据量.

图 19 是随机一次仿真中 DD 协议的理论能耗率-仿真能耗率波形,寿命分析的实质就是用理论的理论虚线跟踪实际的能耗率波折线的过程.三阶段理论虚线高度对应附录 6 中 LT_{DD} 的状态矩阵 A 第 3 行,长度对应时间 Rounds 向量,它们之和即理论寿命值.图中初始能量为 7.3×10^5 ,横坐标乘路径数据量 a 得到外推的协议寿命值.

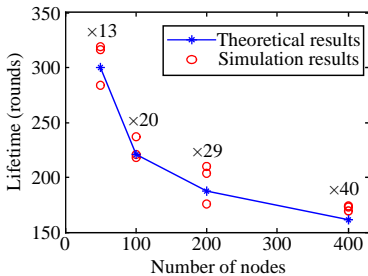


Fig.17 Comparison results in LEACH

图 17 LEACH 中的比较结果

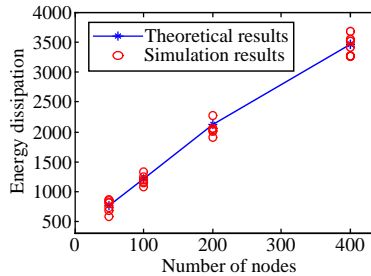


Fig.18 Comparison results of Flooding

图 18 Flooding 中的比较结果

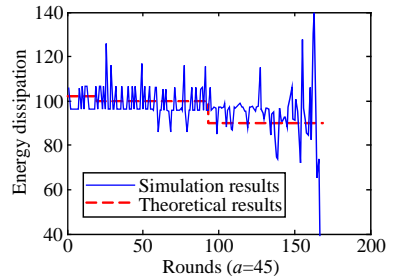


Fig.19 Comparison results in DD

图 19 DD 中的比较结果

2.5 讨论

2.5.1 模型及求解方法的适用性

寿命模型式(2)~式(5)是对网络工作过程的描述, $\mu + F + Failure\ model \Rightarrow LifeTime$ 的分析过程适用于任何无线场景.从模型求解结果来看,3类协议在 S 态任意位置能耗率的理论结果与仿真结果吻合得较好,无论节点随机分布还是规则均匀分布.这意味着均值 μ 、流量函数 F 以及能耗-流量之间的线性关系假设是合理的.进入 \bar{S} 状态后节点开始失效,此时 LEACH 类的理论、仿真结果吻合得很好;DD 类则在节点规则分布时吻合程度理想,而在节点随机分布时仿真结果在均值上、下波动稍大一些,影响来自其 Flooding 过程;Flooding 在非稳态及本文能耗模型参数下,存在一定的几率不适用于寿命理论计算,篇幅原因我们舍去理论推导,仅作如下形式化的一般解释:

设 BS 位置与网络中某 i 点流量之差为 ΔF_i ;某拓扑结构下通信半径波动为 ΔR .第 2.3 节流量函数告诉我们 $\Delta F_i > 0$ 且流量-能耗成正比,从而简化失效模型应当是一个以 BS 为中心的圆周;此时未考虑 ΔR 的实际大小,采用了一个统计上的值,在平均意义上这当然可行,但实际中,当某能耗模型参数 $(\varepsilon, \alpha, c_s, c_R)$ 下 ΔR 对能耗的影响大于 ΔF_i 时, i 点可能先于 sink 失效,在网络中形成空洞,空洞周遭节点重新构建拓扑连接后需要增加通信距离覆盖洞,带来更大的 ΔR ,将形成更大的空洞,简化失效模型此时不再成立.理想均匀分布时 $\Delta R = 0$,所以失效模型绝对成立;均匀性定理 4 及流量函数图形明确显示, Flooding 流量函数落差比 DD 要小很多,因而在同样模型参数下,DD 简化失效模型成立的概率就比 Flooding 要高许多.由于 DD 中也有 Flooding 过程,受其拖累,DD 在随机分布情况下波动较大.理论预测准确与否取决于节点维持均匀分布的程度,以及存活点分布区域是否明确.

2.5.2 推广

第 1.1 节假定了自由空间传播方式,只要在能耗公式中将相应的位置由 ε_1 改为 ε_2 ,将 α 由 2 改为 4,即适合多径衰落模式,等等.在网络模型中我们假定了 GG 拓扑结构,只需用仿真或理论分析的方法求得平均通信距离和邻节点度,其他拓扑图同样适用于本文的方法.文中协议寿命是由 M 区域中心计算的,但计算过程表明完全可以其他位置点估算网络寿命.文中的方法适用于多 sink(BS)节点的情形, sink 间距较大时,只要划分出各自的管辖范围即可;如果两 sink 点紧邻并且分担流量,则要在初始能量列向量 E 中的对应行位置将 e_0 改变为 $2e_0$.

支持节点移动,因为状态矩阵 A 跟踪的是位置能耗率,不针对具体节点,只要统计上可以认为是一个均匀分布即可.但是,失效模型相应要作适当的修正.文中模型基于二维平面,只要将相应的截线变成截面,增加一维,很容易就能得到三维立体网络的流量函数或能耗及寿命值.

3 相关研究工作

关于寿命,常见定义为最先失效节点时间,然后得出一个寿命上界^[6-9].文献[8]推导出平面区域内节点随机分布的网络寿命上界期望为 $E(T) = \frac{P}{n^3 \lambda \gamma}$,其中 P 代表 WSN 初始总能量, n 是网络划分区域的个数, λ 是泊松分布的参数, γ 为区域能耗率.尽管形式不同,它的实质类似于状态矩阵 A 只包含 1 个元素,无法知道其他位置处的能耗率.采用最先失效时间 $LT(S)$ 替代实际寿命 LT 的做法值得商榷,以 DD 协议为例,考察图 19,非稳态寿命 $(LT(\bar{S}))$,即图中靠右的两条水平理论虚线长度之和)大约是稳态寿命 $(LT(S))$,即图中最左边的水平理论虚线长度)的 7.8 倍左右.文献[9]认为,如何分析网络寿命还未达成一致,已有的仿真工具不能替代理论分析,这个观点很有道理,如果仅给出状态矩阵 A 的仿真值,不但许多规律将无从得知,而且应用场景稍加变化就要重新实验.该文定义网络寿命为持续满足应用要求的时间,比最早失效节点的定义要合理,但应用要求千差万别使其缺乏可操作性.文献[7]用初始能耗除以预期的每 bit 能耗,这属于平均寿命的范畴,过于简化.第 1.3 节曾指出,任何场景下 WSN 失效总是以某节点失效为载体的,那么此节点经历的时间自然就定义为网络寿命,这个定义是对网络活动进程的一般性描述,属公理化性质,而本文的工作使得这个定义具备了可操作性.

从寿命模型上看,常见的^[6,8,10,11]是提出某种形式的线性规划模型,然后利用概率分析的方法得到假设条件下的寿命上界或下界,如文献[8]假定数据间隔为指数分布,每个节点的负载为泊松分布,进而得出网络寿命服从

Erlang 分布,给出 T 上界如前所示.有的尽管提出了线性规划模型,但未给出可解的形式,如文献[6].

文献[12]用Leslie族群矩阵对寿命建模,该矩阵形式类似于本文的状态矩阵 A ,作用类似于流量函数 F .文中节点“年龄”定义为已消耗的单位能量,从 0 至最大值 m ,用 $n_i(t)$ 表示 t 时刻年龄为 i 的节点数量, p_i 表示 1 单位时间内节点消耗 i 单位能量的概率,有 $n_k(t+1) = \sum_{j=0}^k p_j n_{k-j}(t)$,这样就得到 $m+1$ 阶下三角 Leslie 矩阵.文献[12]推导了相当于本文拓扑 2 时的 p_i ,节点随机分布时的 p_i 就是泊松分布.应用该方法可以获知网络稳态时刻 t 处于各年龄段节点的数量(t 的定义与本文的寿命轮等价),这也是族群矩阵的本意,缺点是无法指出这些节点在网络中的位置分布.在本文的流量函数基础上,只要再求得一个周期 T 使其内各节点产生数据近似相等,可以很容易地得到泊松数据到达情况下 t 时刻各年龄段的节点数量均值,以及这些节点在网络中的分布,并且计算过程要比建立并求解 $m+1$ 阶 Leslie 矩阵简单得多.这是因为,假如发送一个数据相关能耗为 1、节点初始能量为 1 000,Leslie 矩阵需计算 1 001 个概率然后再迭代同样次数求解,通常初始能量比单位能耗高多个数量级.

关于网络失效模型的参考文献较少.若不能仅以最早失效节点作为寿命定义,则此研究方向将不可回避.

4 结论及展望

WSNs 节点耗能不是杂乱无章的孤立行为,恰恰相反,本文表明它们是一个相互间高度联系的有机整体,并且能够将其作为先验知识加以应用,这样,当设计新协议或管理网络时,我们就可采取一些有力的前馈控制技术来优化能耗、均衡负载等,而不仅仅根据节点状态反馈作出反应.典型前馈控制例子就是 LEACH 的簇头轮换.

优化定理表明路由协议节能不是任意的,它最多比原协议或 Flooding 少 $c\sqrt{N}$ 倍,如果某协议达到这个范围,已无必要再进行优化.该定理可用于评价能耗有效性.D-H 定理显示最佳跳步数与节点硬件参数、物理通信方式的平方根成反比关系(自由空间),这对设计新协议有助益.第 2.2.2 节的结论 1 和结论 2 说明单跳、多跳协议能耗依赖不同类参数(M, N),因而其适用范围和可扩展性不同.定理 3 可用来确定比较的参照系,并为网络工程设计提供依据.最后,均匀性定理 4 表明两种类型的路由会使网络非稳态寿命占总寿命的比例产生很大差异,如果仅仅以第 1 个失效节点代表的稳态寿命作网络寿命,可能导致巨大的资源浪费.

能耗瓶颈作用在众多领域呈降低趋势,简单性、可靠性应当成为一个有生命力的协议或算法的重要特征.

致谢 感谢审稿专家的意见和建议.感谢《软件学报》编辑部为本文所做的大量细致而准确的核对工作.

References:

- [1] Li JZ, Li JB, Shi SF. Concepts, issues and advance of sensor networks and data management of sensor networks. *Journal of Software*, 2003,14(10):1717–1727 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1717.htm>
- [2] Intanagonwivat C, Govindan R, Estrin D, Heidemann J, Silva F. Directed diffusion for wireless sensor networking. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, 2003,11(1):2–16.
- [3] Heinzelman WB, Chandrakasan AP, Balakrishnan H. An application-specific protocol architecture for wireless microsensor networks. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2002,1(4):660–670.
- [4] Tang Y, Zhou MT, Zhang X. Overview of routing protocols in wireless sensor networks. *Journal of Software*, 2006,17(3):410–421 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/410.htm>
- [5] Wan PJ, Yi CW. On the longest edge of gabriel graphs in wireless Ad Hoc networks. *IEEE Trans. on Parallel and Distributed Systems*, 2007,18(1):111–125.
- [6] Chang JH, Tassiulas L. Maximum lifetime routing in wireless sensor networks. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, 2004,12(4):609–619.
- [7] Bhardwaj M, Chandrakasan AP. Bounding the lifetime of sensor networks via optimal role assignments. In: Kermani P, Lee D, Orda A, eds. *The 21st Annual Joint Conf. of the IEEE Computer and Communications Societies*. Washington: IEEE Computer Society, 2002. 1587–1596.
- [8] Rai V, Mahapatra RN. Lifetime modeling of a sensor network. In: Pedram M, Aynsley AF, eds. *Proc. of the Design, Automation*

and Test in Europe. Washington: IEEE Computer Society, 2005. 202–203.

- [9] Blough DM, Santi P. Investigating upper bounds on network lifetime extension for cell-based energy conservation techniques in stationary adhoc networks. In: Akyildiz JF, Lin JYB, Jain J, eds. ACM Mobicom 2002. New York: ACM Press, 2002. 183–192.
- [10] Zhang HH, Hou J. On the upper bound of α -lifetime for large sensor networks. ACM Trans. on Sensor Networks, 2005,1(2): 272–300.
- [11] Busse M, Haenselmann T, Effelsberg W. A comparison of lifetime-efficient forwarding strategies for wireless sensor networks. In: Bao L, Lassous IG, eds. Proc. of the 3rd ACM Int'l Workshop on Performance Evaluation of Wireless Ad Hoc, Sensor and Ubiquitous Networks. New York: ACM Press, 2006. 33–40.
- [12] Ramachandran KK, Sikda B. A population based approach to model network lifetime in wireless sensor networks. In: Squillante MS, ed. ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review. New York: ACM Press, 2005. 21–23.

附中文参考文献:

- [1] 李建中,李金宝,石胜飞.传感器网络与感知数据管理的概念、问题与进展.软件学报,2003,14(10):1717–1727. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1717.htm>
- [4] 唐勇,周明天,张欣.无线传感器网络路由协议研究进展.软件学报,2006,17(3):410–421. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/410.htm>

附录 1. 网络拓扑参数

1) 邻节点度 n 、发送距离 R (无论何种拓扑,总可以通过仿真或理论方法使两参数成为已知条件).

Gabriel Graph(GG)定义为:如果边 $(u,v) \in GG$,则以 (u,v) 为直径的圆周和圆内不含任何其他节点.文献[5]研究了 GG 的边长度,尽管拓扑对网络能耗的影响至关重要,但它不是本文的重点,结合我们自己的研究直接给出结果:当 N 较大时,平均邻节点度 $n \approx 3.9$,平均边长 $R \approx \sqrt{2}h$.

2) 起点终点间隔为 s 、通信半径为 R ,所需跳数期望为 h_num .显然,当 $s \leq R$ 时, $h_num=1$.

当 $s > R$ 时,令 $h_num = \left\lceil \frac{s-R}{w} + 1 \right\rceil = \eta \frac{s}{R}$, 当 λ, s, R 确定时,系数 η 可作常数处理,即 $\eta \approx \frac{R}{s} \left(\frac{s-R}{w} + 1 \right)$.

当 n 接近 4 时,由于节点均匀分布,平均每邻点占据的角度期望为 90° ,此时直线连接源与 BS 位置,源点几乎总能在该直线旋转 $\pm 90^\circ$ 区域内找到邻节点,位于每个角度的概率都相等.基于此点假设,步进系数 w 取为

$$w = \frac{1}{(s-R)} \cdot \int_R^s \left(x - \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} (x - R \cos \theta)^2 + R^2 \sin^2 \theta} d\theta \right) dx \quad (\text{例如,当 } s=0.765M, R \approx \sqrt{2}h \text{ 时,计算 } \eta \approx 1.87).$$

3) 在分析平面多跳路由寿命模型时,如果涉及平面上的线,一般为有宽度的带状线,简称线.

定义(线宽度). 带状线的宽度为节点通信半径 R .如数值上 $R=h$,称该宽度为单位宽度.

定义(线密度 $f(l)$). 平面内节点线密度 $f(l) = \frac{\lambda \cdot S(l)}{l}$. $S(l)$ 为该带状线的面积, l 为该线的长度.

定义(边界效应(boundary effects)). 由于接近网络区域边缘而引起的某类性质变化,统称边界效应.

附录 2. LEACH 的平均能耗

假定分 q 个簇,簇头 CH 在每簇中心,则平均每簇含 $\frac{N}{q}-1$ 个非簇头点.CH 到 BS 距离平方的期望为

$$E[d_{CH2BS}^2] = \rho \int_0^M \int_0^M (x^2 + y^2) dx dy = 2M^2/3. \text{ 簇内通信距离平方的期望由文献[3]可知为 } E[d_{node2CH}^2] = \frac{1}{2\pi} \frac{M^2}{q}, \text{ 本}$$

文能耗模型下有 $q \approx \sqrt{3N} / (2\sqrt{\pi})$, 故 $E[d_{node2CH}^2] = \frac{M^2}{\sqrt{3\pi N}}$; 融合比为 1:2,数据长度为 2,一个寿命期内单簇能耗期

望为

$$E_{cluster}^{LEACH} = 2 \underbrace{\left(\frac{N}{q} - 1 \right) \times (\varepsilon d_{node2CH}^2 + c_S)}_{node} + \underbrace{\left(\frac{N}{q} - 1 \right) (\varepsilon d_{CH2BS}^2 + c_S)}_{CH} + 2 \left(\frac{N}{q} - 1 \right) c_R + C_L \quad (19)$$

$$= \left(\frac{N}{q} - 1 \right) (2\varepsilon d_{node2CH}^2 + \varepsilon d_{CH2BS}^2 + 3c_S + 2c_R) + C_L$$

C_L 表示 LEACH 簇建立代价,对其简化计算,即簇头广播两次(一次全网广播簇头选举、一次簇内广播 TDMA_schedule)、接收节点加入信息;非簇头节点收到选举消息后向适当簇头发送 Join 请求,信息长度全为 1,因此有:

$$C_L = (\varepsilon \cdot 2M^2 + c_S) + (\varepsilon \cdot d_{node2CH}^2 + c_S) + \underbrace{\left(\frac{N}{q} - 1 \right) c_R}_{CH} + \underbrace{\left(\frac{N}{q} - 1 \right) [(\varepsilon \cdot d_{node2CH}^2 + c_S) + 2c_R]}_{node} \quad (20)$$

将式(20)代入式(19),整理后即得:

$$E_{cluster}^{LEACH} \approx (N/q - 1)(3\varepsilon \cdot d_{node2CH}^2 + \varepsilon \cdot d_{CH2BS}^2 + 4c_S + 5c_R) + 2\varepsilon M^2 \quad (21)$$

故发送一个数据的能耗期望为

$$E_{\mu}^{LEACH} = E_{cluster}^{LEACH} / (N/q) \approx (2/3 + 2/\sqrt{N})\varepsilon \cdot M^2 + 4c_S + 5c_R \quad (22)$$

附录 3. Flooding平均能耗

关键是要计算当发送一个数据至 BS 时,参与传输的节点数期望 $E[node_num]$.有两种方法,可互相印证.

方法 1. 已知节点到 BS 的平均距离 $d_{node2BS} = \rho \int_0^M \int_0^M \sqrt{(x^2 + y^2)} dx dy \approx 0.7652M$,现在以 BS 为圆心、 $d_{node2BS}$ 为半径在 M 区域内作圆弧,如图 20 所示.取弧上任意一点 O 为源,发送一个数据至 BS,则参与传输的节点数是以 O 为圆心、 $d_{node2BS}$ 为半径的圆(用 Δ_o 表示)与网络区域相交的面积,再乘以节点密度 λ ,即 $(\Delta_o \cap M^2) \cdot \lambda$. O 点在弧 AB 上任意位置,为避免复杂的曲线积分作简化:如取 B 为源, $E[node_num] = (\Delta_B \cap M^2) \cdot \frac{N}{M^2} \approx 0.63N$; 以 A 点为源,此时全网都参与了发送, $E[node_num] = N$, 作线性插值,即 $E[node_num] \approx 0.8N$.

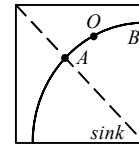


Fig.20 Expectation of node_num
图 20 node_num 的期望值

方法 2. 提前使用式(13)的流量函数 $F_{Flooding}$ 有, $E[node_num] = N \times \frac{1}{N} \times \rho \iint_{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3} F_{Flooding} \approx 0.77N$.

再考察每个节点的上下文环境:按照第 1.2 节拓扑 2 的规则均匀分布,节点通信距离 $R = \sqrt{2}h = \sqrt{2} \frac{M}{\sqrt{N}}$; 当节点数在 50~1 000 之间时,邻节点数期望为 $E[(8N^2 - 12N + 4)/N^2] \approx 7.9$. 所以,同一个数据被每节点发送 1 次、平均接收 7.9 次.发送一个数据的能耗期望为

$$E_{\mu}^{Flooding} \approx 1.54N \times \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.9c_R \right) \quad (23)$$

若按照第 1.2 节拓扑 1 随机均匀分布,则参考附录 1 中的参数,有:

$$E_{\mu}^{Flooding} \approx 1.54N \times \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.9c_R \right) \quad (24)$$

附录 4. Directed Diffusion平均能耗

$E[d_{node2BS}] = 0.7652M$, 在拓扑 1 下所需跳数为 $\eta \frac{d_{node2BS}}{R}$, 附录 1 已求出 η , 代入并化简即得平均 hops \approx

$\lceil N^{1/2} \rceil$ 跳;拓扑结构 2 的有序结构中所需跳数只与横坐标或纵坐标相关,均值为 $\frac{2}{M^2 h} \int_0^M \int_0^M x dx dy = \frac{2}{3} \sqrt{N}$.

路径上的节点数为 $hops+1$,数据平均被每个节点接收 1 次、发送 1 次,故发送 N 个数据的全网能耗期望为

$$\begin{cases} E_1^{DD} \approx 2N \times (\sqrt{N} + 1) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] + C_D, & \text{拓扑1} \\ E_2^{DD} \approx 2N \times \left(\frac{2}{3} \sqrt{N} + 1 \right) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] + C'_D, & \text{拓扑2} \end{cases} \quad (25)$$

E^{DD} 中 C_D, C'_D 代表 DD 协议建立路径的代价,包括两个全网 Flooding 过程(1 次 interest 传播、 N 个 exploratory 数据传播)和 N 次路径加强,以 C'_D 为例,期望值为(当 N 为 50~1 000 时)

$$\begin{aligned} C'_D &\approx (2N+1) \times N \times \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.9c_R \right) + N \times \left(\frac{2}{3} \sqrt{N} + 1 \right) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] \\ &\approx N \cdot \left(2N + \frac{2}{3} \sqrt{N} \right) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.8c_R \right). \end{aligned}$$

同理,

$$C_D = N \cdot (2N + \sqrt{N}) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.8c_R \right) \quad (26)$$

DD 协议只有在路径上的数据量 a 很大时才能展现能耗优势,此时发送 1 个数据的能耗期望为

$$E_{\mu_lower}^{DD} = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{a} (a \cdot \text{传输代价} + C_D) = \text{传输代价} = (E^{DD} - C_D) / N = \begin{cases} 2 \times (\sqrt{N} + 1) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] \\ 2 \times \left(\frac{2}{3} \sqrt{N} + 1 \right) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right] \end{cases} \quad (27)$$

当路径数据量为常数 a 时,把式(26)代入式(25)并将结果除以 N ,就得到发送一个数据的能耗期望:

$$\begin{cases} E_1^{DD} \approx \underbrace{2 \times (\sqrt{N} + 1) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right]}_{\text{传输消耗}} + \underbrace{\frac{1}{a} \cdot (2N + \sqrt{N}) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.8c_R \right)}_{\text{路径建立代价}} \\ E_2^{DD} \approx \underbrace{2 \times \left(\frac{2}{3} \sqrt{N} + 1 \right) \times \left[\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right]}_{\text{传输消耗}} + \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \left(2N + \frac{2}{3} \sqrt{N} \right) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.8c_R \right)}_{\text{路径建立代价}} \end{cases} \quad (28)$$

当 a 取最小值 1 时,DD 能耗上界为

$$\begin{cases} E_{1_upper}^{DD} \approx (2N + 3\sqrt{N}) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.7c_R \right) \\ E_{2_upper}^{DD} \approx (2N + 2\sqrt{N}) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.6c_R \right) \end{cases} \quad (29)$$

附录 5. Flooding 稳态能耗率的计算($N=100$,网络区域 $M=100$, $\varepsilon=0.01$, $c_S=c_R=1$)

在节点随机均匀分布情况下,计算网络中心点 $node_i$ 在 S 态的平均能耗 V_i .

方法 1.

$$V_i = \frac{\iint_{AM} F_{Flooding}}{\iint_{AM} F_{Flooding}} \cdot NE_{\mu}^{Flooding}.$$

其中, $\iint_{\Delta M} F_{Flooding} = \iint_{\Delta 1+\Delta 2+\Delta 3} F_{Flooding} \approx 773364.3$. $\Delta i = \frac{M^2}{N}$ 是一个以 i 点为中心、 h 为边长的小正方形,即积分区域,

位于 $\Delta 1$ 区,故 $\iint_{\Delta i} F_{Flooding} = \int_{(M-M/\sqrt{N})/2}^{(M+M/\sqrt{N})/2} dx \int_{(M-M/\sqrt{N})/2}^{(M+M/\sqrt{N})/2} \left(M^2 - \frac{(x^2+y^2)^2}{8xy} \right) \cdot \frac{N}{M^2} dy \approx 8741.6$.

附录 3 中式(24) $NE_{\mu}^{Flooding} \approx 1.54N \times \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.9c_R \right) N = 106260$, 故 $V_i = \frac{8741.6}{773364.3} \times 106260 \approx 1201$.

方法 2. 从流量开始计算.将 i 坐标 $(M/2, M/2)$ 代入流量函数 F , 有 $F_i = \left(M^2 - \frac{(x^2+y^2)^2}{8xy} \right) \cdot \frac{N}{M^2} = 87.5$, 每个流量被 i 发送 1 次,接收(邻节点度)3.9 次,前文已经设定数据长度为 2,故 $V_i = 2F_i \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 3.9c_R \right) = 1207.5$.

从结果来看,两种计算方式是相容的,这不是巧合,它是同一过程的两种等价实现方式.在方法 1 中,我们先得到一轮寿命期的全局能耗,然后按流量比例分配到地方去;方法 2 是一轮寿命期中该点的全部工作(即处理 F_i)所引起的能耗.二者都为节点 i 完成了一轮数据发送,能耗相同是理所当然的,即 $F_i \approx \lambda \iint_{\Delta i} F_{Flooding}$.

可见,关于能耗与流量成线性关系的假设、积分区域设定、流量函数 F 等环节在理论上都是正确或可行的,否则计算结果一定不相容.这种相容性还带来一些计算上的方便,剩下的只需看理论与仿真实测的吻合程度,这在图 18 和图 21 所示的 $node_i$ 能耗率仿真实验中得到证实(横坐标是实验次数,图中*代表中心区点能耗).

附录 6. $LT_{DD}(N=100, \text{网络区域} M=100, \varepsilon=0.01, c_S=c_R=1)$

受边界效应影响, F_{DD} 的函数形式很复杂,了简化起见,直接从流量函数开始计算,避免复杂的数值积分过程.以拓扑结构 2 为例(拓扑 1 的方法与此完全相同,只需代入相应公式),在网络对角线上选 3 点计算即

$node_i$ (横坐标 $\frac{1}{2}M$)、 $node_i-1$ (横坐标 $\frac{1}{4}M$)、 O 点($sink$ 位置),可参考图 15.假设路径上的数据量 $a=45$.

1) 计算 A 的第 1 列,即 S 态能耗率(图 22 仿真验证了 V_i 值)

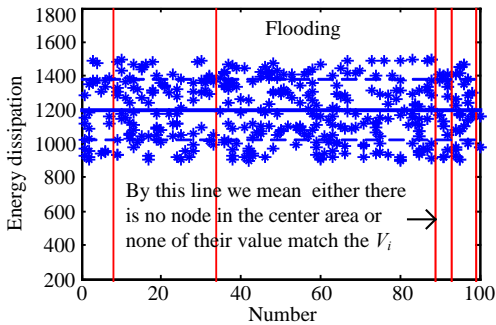


Fig.21 Simulation results of energy consumed per round in the S state for the center nodes in Flooding

图 21 Flooding 中心节点 S 态能耗率仿真结果

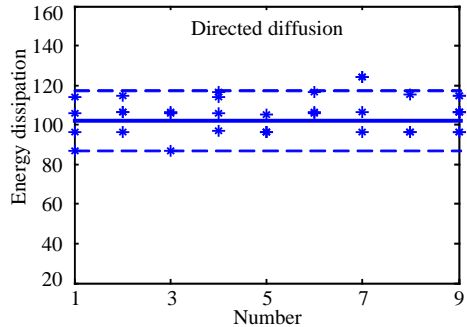


Fig.22 Simulation results of energy consumed per round in the S state for the center nodes in DD

图 22 DD 中心节点 S 态能耗率仿真结果

将 3 点的 x 坐标依次代入 DD 协议的流量函数 $F_{DD}(\cdot) = \frac{(4M^2 - \pi R^2)(M - \max(x, y))}{2\pi \cdot \max(x, y) \cdot \left(\frac{4}{\pi} M \ln(1 + \sqrt{2}) - R \right)} \cdot \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{2}M}$, 计算

$node_i$ 等处的流量,各点能耗为接收和发送这些流量的消耗再加上路径代价:

$$V = \underbrace{2F_{DD}(\cdot) \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + c_R \right)}_{\text{传送数据能耗}} + \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \left(2N + \frac{2}{3} \sqrt{N} \right) \cdot \left(\varepsilon \frac{2M^2}{N} + c_S + 7.8c_R \right)}_{\text{平均路径建立代价}} \quad (30)$$

平均路径建立代价公式取自附录 4 中式(28).将各点 $F_{DD}(\cdot)$ 代入式(30), $V_i=102, V_{i-1}=179, V_O=849$.

2) 计算 A 的第 2 列,即 \bar{S}_1 态能耗率. O 点此时已失效, $A(1,2)=0$,第 2 列只需计算两个元素.

先计算 $A(2,2), A(2,2)$ 代表节点 $node_{i-1}$ 在生命期内的平均能耗率,它等于该点的流量能耗加上平均路径代价.流量产生的能耗在第 1)步已经计算过;平均路径建立代价 $\approx \frac{\text{平均有效面积}}{M^2} \times \text{原代价}$,这是因为在路径代价中占主导的项是全网 Flooding 过程,它恰好与有效面积大小成正比,原代价在第 1)步中已经计算过了. $A(2,2)=174$.

再计算 $A(3,2), A(3,2)$ 代表点 $node_i$ 当 O 点失效而 $node_{i-1}$ 未失效期间的平均能耗率.类似地, $A(3,2)=100$.

3) 计算 A 的第 3 列,即 \bar{S}_2 态能耗率. O 点、 $node_{i-1}$ 点此时已失效, $A(1,3)=A(2,3)=0$,第 3 列只需计算 1 个元素,它代表中心点 $node_i$ 当失效界面从 $node_{i-1}$ 位置推进到网络中心过程中时,点 i 的平均能耗率.类似地, $A(3,3)=90$.

$$4) LT_{DD} = \|Rounds\| \approx \left\| \begin{bmatrix} 849 & 0 & 0 \\ 179 & 174 & 0 \\ 102 & 100 & 90 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \right\|, \text{取 } e_0 = 7.3 \times 10^5, \text{则 } Rounds = \begin{bmatrix} 19 \\ 73 \\ 75 \end{bmatrix} \times a, LT_{DD} = 167 \times a.$$

附录 7. $LT_{LEACH}(N=100, \text{网络区域 } M=100, \varepsilon=0.01, c_S=c_R=1)$

1) 计算 V_i ,即网络中心点 i 在 S 态的能耗率均值

设 i 处的 L 值为 L_i ,固定簇 $L_i=1$,这里考虑非固定簇.根据 L 函数的意义,有 $V_i = L_i \cdot E_{\mu_i}^{LEACH}$,其中, $E_{\mu_i}^{LEACH}$ 是附录 2 中式(21)的均值 $E_{\mu}^{LEACH} = 3\varepsilon \cdot d_{node2CH}^2 + \varepsilon \cdot d_{CH2BS}^2 + 4c_S + 5c_R + \frac{2\varepsilon \cdot M^2 q}{N}$ 在点 $node_i$ 处的值.

由图 12 可知, $L_i \approx 1.46$.此时,簇的面积不再是定值,重新计算节点到簇头距离平方的期望为原来 ($d_{node2CH}^2 = \frac{M^2}{\sqrt{3\pi N}}$) 的 L_i 倍; $node_i$ 担当簇头时至 BS 的距离平方为 $d_{CH2BS}^2 = (\sqrt{2}M/2)^2$.

因此, $V_i = L_i \cdot \left(3\varepsilon \cdot L_i \cdot d_{node2CH}^2 + \varepsilon \cdot d_{CH2BS}^2 + 4c_S + 5c_R + \sqrt{\frac{3}{\pi N}} \varepsilon M^2 \right) \approx 120$.对 V_i 的仿真验证如图 23 所示.

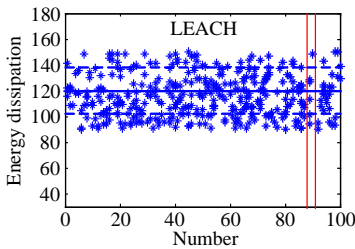


Fig.23 Simulation results of energy consumed per-round in the S state for the center nodes in LEACH

图 23 LEACH 中心节点 S 态能耗率仿真结果

2) 计算 V'_i ,即中心节点 i 在 \bar{S} 态能耗率近似值

此时节点仍是均匀分布,但已经不是整个 M 区域.为应用第 1)步的分析结果,对计算区域作如下简化(如图 24 所示):

我们知道,当失效区域推进到 $node_i$ 时,宏观上存活节点分布在图中的 1/4 圆形阴影区域(圆心在 O 点),以相同面积的正方形(图中虚线与边界所围)替代阴影部分, $node_i$ 的绝对位置不变.此时簇头数 q 不变,小正方形边长 $M' = \sqrt{\frac{\pi}{8}} M$,节点数量 $N' = \frac{\pi}{8} N$,无须重新计算 L 函数,由 $node_i$ 点在小正方形中的相对位置得 $L'_i \approx 0.97$.利用 1)步 V_i 的过程计算能耗率下界 $V_i^- \approx 75$,这里均值取为

$V'_i = (V_i + V_i^-) / 2 \approx 98$.如果多选几个计算点,则均值精度更高,注意 V_i 公式中最后一个 M 不能用 M' 替换,因为节点事先不知道简化模型中网络边界缩小.

3) 计算 V_1 ,即第 1 个失效的节点 S 态能耗率

通常印象它是距 BS 的最远点,而实际上,它的位置取决于 3 个因素:BS 位置、流量函数、能耗模型参数 $(\epsilon, \alpha, c_s, c_R)$.图 25 仿真数据显示, V_1 在过 BS(O 点)的 M 区域对角线上距 O 点距离约 $\frac{4\sqrt{2}}{5}M$ 左右.在这个位置上求得 $L_1 \approx 1.1$,此后完全重复第 1)步过程,得 $V_1 \approx 173$.

$$4) LT_{LEACH} = \|Rounds\|_1 = \|A^{-1} \cdot E_0\|_1 \approx \left\| \begin{bmatrix} 173 & 0 \\ 120 & 98 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} e_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \right\|_1$$

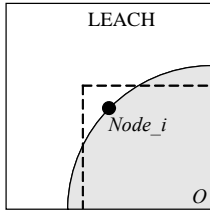


Fig.24 Simplified failure model of LEACH

图 24 LEACH 的简化失效模型

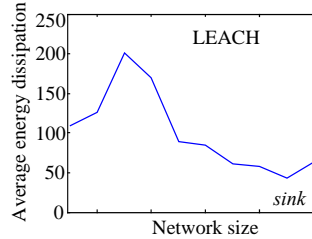


Fig.25 Distribution of mean value of energy cost during one lifetime round in the network area

图 25 每寿命轮能耗均值在网络区域的分布



路纲(1972—),男,四川成都人,博士生,CCF 学生会员,主要研究领域为普适计算.



周明天(1939—),男,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为网络计算,信息安全.



余堃(1967—),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为中间件技术,信息安全.



牛新征(1978—),男,博士,主要研究领域为移动 P2P 网络,信息安全.



刘恒(1980—),女,博士生,讲师,主要研究领域为普适计算,信息安全,计算机网络.



郑方伟(1977—),男,博士生,讲师,主要研究领域为信息安全.