

基于全局排序的高维多目标优化研究*

肖婧^{1,2}, 毕晓君³, 王科俊¹

¹(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

²(大连民族大学 信息与通信工程学院, 辽宁 大连 116600)

³(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

通讯作者: 肖婧, E-mail: hrbeuxiaojing@aliyun.com, http://www.hrbeu.edu.cn

摘要: 目标数超过 4 的高维多目标优化是目前进化多目标优化领域求解难度最大的问题之一, 现有的多目标进化算法求解该类问题时, 存在收敛性和解集分布性上的缺陷, 难以满足实际工程优化需求. 提出一种基于全局排序的高维多目标进化算法 GR-MODE, 首先, 采用一种新的全局排序策略增强选择压力, 无需用户偏好及目标主次信息, 且避免宽松 Pareto 支配在排序结果合理性与可信性上的损失; 其次, 采用 Harmonic 平均拥挤距离对个体进行全局密度估计, 提高现有局部密度估计方法的精确性; 最后, 针对高维多目标复杂空间搜索需求, 设计新的精英选择策略及适应度值评价函数. 将该算法与国内外现有的 5 种高性能多目标进化算法在标准测试函数集 DTLZ_{1,2,4,5} 上进行对比实验, 结果表明, 该算法具有明显的性能优势, 大幅提升了 4~30 维高维多目标优化的收敛性和分布性.

关键词: 高维多目标优化; 宽松 Pareto 支配; 全局排序

中图法分类号: TP301

中文引用格式: 肖婧, 毕晓君, 王科俊. 基于全局排序的高维多目标优化研究. 软件学报, 2015, 26(7): 1574-1583. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4612.htm>

英文引用格式: Xiao J, Bi XJ, Wang KJ. Research of global ranking based many-objective optimization. Ruan Jian Xue Bao/ Journal of Software, 2015, 26(7): 1574-1583 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4612.htm>

Research of Global Ranking Based Many-Objective Optimization

XIAO Jing^{1,2}, BI Xiao-Jun³, WANG Ke-Jun¹

¹(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

²(College of Information and Communication Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China)

³(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Many-Objective optimization problem (MOP) with more than four objectives are among the most difficult problems in the field of evolutionary multi-objective optimization. In fact, existing multi-objective evolutionary algorithms (MOEAs) can not fulfill the engineering requirement of convergence, diversity and stability. In this paper, a new kind of many-objective evolutionary algorithm is proposed. The algorithm adopts a global ranking technique to favor convergence by improving selection pressure without need of the user's preference or objective information, avoiding loss of rationality and credibility due to the use of relaxed Pareto domination relations. In addition, a new global density estimation method based on the harmonic average distance is presented. Finally, a new elitist selection strategy is designed. Simulation results on DTLZ_{1,2,4,5} test problems with 4-30 objectives show that the proposed algorithm consistently provides good convergence as the number of objectives increases, outperforming five state-of-the-art MOEAs.

Key words: many-objective optimization; relaxed Pareto dominate; global ranking

* 基金项目: 国家自然科学基金(61175126); 教育部博士学科点基金(20112304110009); 辽宁省教育厅科学研究一般项目(L2012458); 辽宁省博士科研启动基金(2012010339-401); 黑龙江省博士后基金(LBH-Z12073)

收稿时间: 2013-06-23; 修改时间: 2013-12-03; 定稿时间: 2014-03-27

工程实践和科学研究中,经常需要同时对多个目标进行优化,目标函数个数超过 4 个并且需要同时处理的多目标优化问题,称为高维多目标优化问题(many-objective optimization problem,简称 MOP)^[1-5]。由于高维多目标优化中,多个目标之间往往是相互冲突的,一个子目标性能的改善可能会引起另一个或多个子目标性能的降低,只能通过折中的方法使所有目标尽可能达到最优^[1-3]。此外,高维的特性使得计算复杂度和搜索空间急剧扩增。以上特性,使高维多目标优化成为目前国内外智能优化领域最难解决的优化问题之一^[4,5]。

近 10 年来,由于进化算法(evolutionary algorithms,简称 EAs)能够有效解决高维复杂非线性优化问题而被广泛用于多目标优化领域,并形成热门研究方向,即,进化多目标优化(evolutionary multi-objective optimization,简称 EMO)。迄今为止,国内外研究者已相继提出大量多目标进化算法(multi-objective evolutionary algorithms,简称 MOEAs),其中最具代表性且应用范围最广的 MOEAs 包括第二代多目标进化算法中的 NSGA-II, SPEA2, OMOPSO, NNIA, DEMO 等^[1-6]。然而大量实践研究表明:现有的 MOEAs 在 2~3 目标多目标优化问题的求解上能够取得良好的收敛性和解集分布性;但在求解 MOPs 时,这些基于 Pareto 支配(Pareto dominance,简称 PD)的 MOEAs 性能将急剧恶化^[4-6],无法满足 MOPs 求解的收敛性和分布性需求。

由于 MOPs 求解难度极大,当前国内外高维多目标进化算法 MOEAs 的研究首先致力于收敛性的提高,其次考虑改善解集分布性^[6]。总结国内外现有针对高维多目标优化提升 MOEAs 收敛性的改进方法,主要可分为以下 3 类^[7]。

- (1) 仍采用基于 Pareto 支配的排序方法,结合缩小空间技术或利用偏好信息降低目标维数^[8-10]。该类方法只适用于能够预知偏好信息或目标主次的问题;
- (2) 设计宽松的 Pareto 支配方法,如 ϵ 占优^[11]、E 支配^[12]、模糊支配^[13]、L 支配^[4]等。该类方法虽然在一定程度上增大了非支配个体的选择压力,但降低了排序结果的合理性与可信性,并且随着目标个数的持续增加,仍面临着选择压力退化的问题,不能从根本上解决问题;
- (3) 采用非 Pareto 支配排序方法^[14],设计新的评价准则或适应度函数对种群个体进行比较与排序。该类方法能够获得较好的解集收敛性,典型代表包括平均等级排序(average ranking,简称 AR)^[15]、关系偏好排序(relation favour,简称 RF)^[16]等。

通过对现有高维多目标优化技术的深入研究,本文提出一种基于全局排序的高维多目标差分进化算法 GR-MODE(global ranking based many-objective differential evolution),其创新点主要包括:

- (1) 采用新的非 Pareto 支配排序方法,即全局排序策略,以提高种群个体区分能力,增强选择压力,引导种群收敛。个体排序值计算考虑与种群中所有个体在所有目标上的性能差异;
- (2) 采用基于 Harmonic 平均拥挤距离的全局密度估计方法,精确估计个体拥挤程度,维护解集分布性;
- (3) 设计新的精英选择策略和适应度值评价函数,综合衡量个体的收敛性及分布性,提升算法整体性能。

将 GR-MODE 与现有 5 种国内外高效的 MOEAs 在标准测试函数集 DTLZ{1,2,4,5} 上进行对比实验,结果表明:GR-MODE 在 4~30 维多目标优化问题上的求解性能具有明显优势,尤其适合于高维复杂多目标优化问题的求解。

1 高维多目标优化

1.1 高维多目标优化问题的数学描述

不失一般性,一个具有 n 维决策变量、 m 维目标函数的多目标优化问题,以最小化为例,可表述为公式(1)的形式:

$$\begin{aligned} \min y = F(x) &= (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \\ x &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \subset R^n \\ y &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \in Y \subset R^m \end{aligned} \quad (1)$$

其中, x 称为决策变量, X 是 n 维的决策空间; y 称为目标函数, Y 是 m 维的目标空间; 目标函数 $y=F(x)$ 定义了映射函数和同时需要优化的 m 个目标,若 $m \geq 4$,则公式(1)称为高维多目标优化问题。对于决策空间内的任意两点

$x, x^* \in X$, 当 x^* 的目标函数值都不大于并且至少存在一个小于 x 的目标函数值时, 称 x^* Pareto 支配 x , 记为 $x^* \succ_p x$; 若 x^* 不受种群中其他个体支配, 则称 x^* 为 Pareto 非支配解. 种群中所有非支配解构成的集合称为 Pareto 最优解集, 对应的目标函数构成的解集称为 Pareto 前沿.

1.2 高维多目标优化技术组成

国内外高维多目标优化技术的研究内容主要包括两大组成部分:(1) MOEAs 模型研究;(2) 基于群智能优化算法的多目标进化策略研究. 前期实验研究表明, 单纯提升进化策略的性能对于改善 MOEAs 的整体性能效果并不显著. 因此, 高维多目标优化求解性能的提升需要从 MOEAs 模型以及进化策略两方面进行改进.

现有高维多目标进化算法大多仍采用以精英保留机制为特征的第二代 MOEAs 模型, 其基本框架如图 1 所示. 为提高高维环境下 MOEAs 的求解性能, 现有研究主要针对模型中的精英选择(涵盖支配排序方法及密度估计)部分进行性能改进.

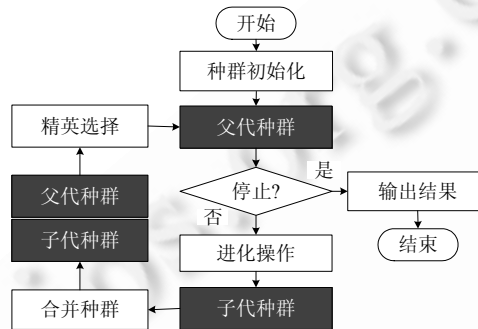


Fig.1 Workflow of the MOEAs

图 1 MOEAs 模型基本框架

现有高维多目标进化算法中, 用作进化策略的群智能优化算法主要包括遗传算法(genetic algorithm, 简称 GA)、粒子群优化(particle swarm optimization, 简称 PSO)、人工免疫系统(artificial immune system, 简称 AIS)等. Coello CAC 等学者的实验研究表明: 目前性能最好的进化策略为差分进化算法(differential evolution, 简称 DE)^[17], 其强大的全局搜索能力有利于提高高维复杂空间中 MOEAs 的计算性能.

2 基于全局排序的高维多目标差分进化算法

为提高现有 MOEAs 在高维多目标优化问题上的求解性能, 本文提出一种基于全局排序的高维多目标差分进化算法 GR-MODE. 针对高维多目标特性对 MOEAs 模型中的个体适应度赋值方法及精英选择策略进行全面改进, 进化策略采用 DE, 提高高维复杂空间中的计算能力, 力争获得 MOEAs 整体求解性能的提升.

2.1 高维多目标优化的全局排序策略

现有 MOEAs 在高维多目标优化问题上表现不佳的关键原因在于其采用的支配排序方法在高维环境下性能受限, 支配排序方法的功能在于综合衡量个体在多个目标上的目标值, 从而决定个体之间的优劣关系以进行精英选择. 现有 MOEAs 绝大多数基于 Pareto 支配, 然而 Pareto 支配在高维多目标情况下存在着严重的缺陷, 即: 当目标维数增多时, Pareto 支配关系衡量个体优劣的功能逐渐弱化, 使得种群中非支配解个体的数量呈指数级上升, 通常数次迭代后种群中几乎所有个体均为非支配个体, MOEAs 无法从种群中选择出相对优秀的个体进入下一代, 这大大削弱了种群逼近 Pareto 前沿的选择压力, MOEAs 的收敛性能受到严重破坏, 极易导致陷入局部最优或求解失败.

国内外学者针对这一问题进行了大量研究工作, 现有的主要改进方法可以分为两种:(1) 应用缩小空间技术或利用用户偏好信息降低目标维数, 简化高维多目标优化问题, 降低求解难度^[8-10], 然而该方法仅适用于能够

预知冗余目标和用户偏好信息的情况,不具有普适性;(2) 采用较为宽松的 Pareto 支配方法,通过放宽 Pareto 支配关系增大个体之间收敛性能差异的可比较性,增大种群精英选择压力,避免非支配个体比例过高,利用收敛性较优的个体引导种群进化,增强算法收敛性能^[11-13],然而该方法降低了排序结果的合理性与可信性,并且随着目标个数的持续增加,仍面临选择压力退化的问题,不能从根本上解决问题。

目前,最前沿的解决方法是采用非 Pareto 支配的排序方法,通过设计新的评价准则对种群个体进行比较与排序,从而彻底消除 Pareto 支配所带来的问题^[15,16,18]。基于这种思想,本文所提算法 GR-MODE 采用一种新的非 Pareto 支配排序方法^[5],即全局排序(global ranking,简称 GR),应用新的评价准则对种群个体进行比较与排序。在新的全局排序机制中,个体两两在目标空间中进行比较,定义种群 POP 中每个个体 X_i 的全局排序值 $GR(X_i)$ 等于该个体在所有目标上与种群中所有其他个体相应目标值的差值之和,计算公式如公式(2)所示。

$$GR(X_i) = \sum_{\substack{X_j \in POP \\ X_j \neq X_i}} \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_j), 0) \tag{2}$$

其中,个体 X_j 为种群 POP 中不同于 X_i 的任意个体; $m \in [1, M]$ 为目标维数; f_m 为个体在第 m 个目标上的归一化函数值,计算公式如公式(3)所示。

$$f_m(X_i) = \frac{g_m(X_i) - g_{m,\min}}{g_{m,\max} - g_{m,\min}}, m = 1, 2, \dots, M \tag{3}$$

其中, $g_{m,\max}$ 和 $g_{m,\min}$ 分别为当前种群 POP 中所有个体在第 m 维目标函数上的最大值和最小值。根据 GR 排序机制,对于个体 X_i 和 X_j ,若 X_i 在第 m 个目标上优于 X_j ,即 $f_m(X_i) < f_m(X_j)$,则二者差值取值为 0;否则,差值等于 $f_m(X_i) - f_m(X_j)$ 。只有当 X_i 与种群中所有其他个体相比,在所有目标上的差值之和 $GR(X_i)$ 小于 X_j 与种群中所有其他个体相比,在所有目标上的差值之和 $GR(X_j)$ 时,才能够称 X_i 的收敛性优于 X_j 。全局排序能够综合衡量个体在种群中与其他所有个体之间在各维目标上的差异程度,只有当某个体在各维目标上的适应度值与其他个体相比整体较优时,才被视为优秀个体。该方法能够精确定位种群中每个个体的优劣程度,每个个体具有全局唯一的排序值,大幅提升了种群个体等级多样性,有效增强了精英选择的压力。

命题 1. 种群个体的全局排序值 GR 具有唯一性。

证明:假设种群 POP 规模为 N , N 个个体的全局排序值分别为

$$\begin{aligned} GR(X_1) &= \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_1) - f_m(X_2), 0) + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_1) - f_m(X_3), 0) + \dots + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_1) - f_m(X_N), 0), \\ GR(X_2) &= \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_2) - f_m(X_1), 0) + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_2) - f_m(X_3), 0) + \dots + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_2) - f_m(X_N), 0), \\ &\dots \\ GR(X_i) &= \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_1), 0) + \dots + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_{i-1}), 0) + \\ &\quad \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_{i+1}), 0) + \dots + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_N), 0), \\ &\dots \\ GR(X_N) &= \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_N) - f_m(X_1), 0) + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_N) - f_m(X_2), 0) + \dots + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_N) - f_m(X_{N-1}), 0). \end{aligned}$$

对于种群中任意一个个体 $X_i (1 \leq i \leq N)$, 其在第 m 维目标上的归一化目标函数值 $f_m(X_i) \in [0, 1]$, 因此,

$$f_m(X_i) - f_m(X_1) \in [-1, 1], f_m(X_i) - f_m(X_2) \in [-1, 1], \dots, f_m(X_i) - f_m(X_N) \in [-1, 1],$$

由此得出:

$$\max(f_m(X_i) - f_m(X_1), 0) \in [0, 1], \max(f_m(X_i) - f_m(X_2), 0) \in [0, 1], \dots, \max(f_m(X_i) - f_m(X_N), 0) \in [0, 1],$$

由此得出:

$$\sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_1), 0) \in [0, M], \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_2), 0) \in [0, M], \dots, \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_N), 0) \in [0, M],$$

由此得出:

$$GR(X_i) = \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_1), 0) + \dots + \sum_{m=1}^M \max(f_m(X_i) - f_m(X_N), 0) \in [0, M \times N].$$

即,个体 X_i 的全局排序值 $GR(X_i)$ 为取值范围 $[0, M \times N]$ 内的任意实数.假设在种群 POP 中存在不同于个体 X_i 的任意一个个体 $X_j (1 \leq j \leq N)$, 个体 X_j 的全局排序值 $GR(X_j)$ 等于个体 X_i 的全局排序值 $GR(X_i)$ 的概率等同于在取值范围 $[0, M \times N]$ 内取一个特定的正实数使其数值等于 $GR(X_i)$.由于本文计算过程中目标函数值 f 的数值精度为 10^{-4} , 因此上述概率等于 $(10^4 MN)^{-1}$.由于 $M \geq 3$ 且 N 的取值为 100, 因此概率 $(10^4 MN)^{-1}$ 的取值小于 10^{-6} , 即, 种群 POP 中存在任意两个个体全局排序值 GR 相等的概率小于 10^{-6} , 在实际计算过程中可基本忽略不计, 因此可得出结论: 种群中个体的全局排序值 GR 具有全局唯一性. 证明完毕. \square

基于非 Pareto 支配的全局排序方法能够生成多样性良好的排序等级, 实验研究的结果表明: MOEAs 中排序等级多样性越好, 越有利于个体精英的选择, 从而增大了选择压力. 为验证全局排序方法 GR 对排序等级多样性的影响, 测量基于 GR 的典型多目标进化算法 NSGA-II 在通用测试函数 DTLZ $\{1, 2, 4, 5\}$ 上的排序等级多样性, 并与目前国内性能最优的 4 种支配及排序方法进行对比, 包括 Pareto 支配(简称 PD)、平均排序(简称 AR)、关系偏好(简称 RF)及 L 支配(简称 LD). 等级多样性衡量指标采用文献[19]中提出的排序等级平均相对熵 re . 对于规模为 N 的种群 POP, 定义 $R \in [1, N]$ 为种群中排序等级总数, 即, 种群中个体最少属于 1 个等级而最多属于 N 个等级. 函数 $D(r)$ 定义了第 r 等级中个体数目, $r \in [1, R]$, 排序等级平均相对熵 re 的计算公式如公式(4)所示.

$$re = \frac{\sum_{r=1}^R \frac{D(r)}{N} \log\left(\frac{D(r)}{N}\right)}{\log(1/N)} \quad (4)$$

从公式(4)可知: 熵值 re 越大, 表明种群中个体等级分布多样性越大, 越能够保证充足的选择压力; 反之, 熵值 re 越小, 表明种群中个体等级分布多样性就越不充足, 选择压力有待于加强. 实验中, DTLZ $\{1, 2, 4, 5\}$ 函数目标维数取值为 $\{4, 10, 30\}$, 相应的决策变量维数取值为 $\{10, 20, 50\}$. 实验统计结果如表 1 和图 2 所示, 各项数据为独立运行 30 次的平均值.

Table 1 Average relative entropy of ranks distribution

表 1 等级分布平均相对熵对比结果

目标维数	支配排序方法	DTLZ1	DTLZ2	DTLZ4	DTLZ5	平均值
M=4	PD	0.234 5	0.251 3	0.342 4	0.232 3	0.265 1
	AR	0.915 7	0.910 8	0.933 8	0.949 6	0.927 5
	RF	0.017 0	0.084 0	0.057 0	0.287 1	0.111 3
	LD	0.633 4	0.633 0	0.709 1	0.538 7	0.628 6
	GR	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0
M=10	PD	0.180 2	0.147 4	0.021 3	0.156 1	0.126 3
	AR	0.972 9	0.978 9	0.953 7	0.982 7	0.972 1
	RF	0.104 0	0.047 0	0.100 0	0.174 9	0.106 5
	LD	0.555 9	0.588 2	0.735 5	0.570 1	0.612 4
	GR	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0
M=30	PD	0.065 7	0.155 7	0.003 3	0.076 0	0.075 2
	AR	0.997 0	0.984 9	0.969 9	0.988 0	0.985 0
	RF	0.117 0	0.020 0	0.014 7	0.201 0	0.088 2
	LD	0.548 1	0.591 2	0.727 6	0.629 5	0.624 1
	GR	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0

根据表 1 中的数据绘制出各支配排序机制平均相对熵的分布图, 如图 2 所示.

图 2 显示了 5 种支配排序方法对应排序等级分布的相对熵 re , 其中, PD 的平均相对熵 re 在目标维数增多时逐渐下降, 说明种群中个体排序等级逐渐减少, 非支配个体逐渐增多, 选择压力减小; AR 的平均相对熵 re 随目标维数的增加而增大, 说明其选择压力逐渐提升; RF 的平均相对熵 re 最小, 排序性能始终不佳; LD 的相对熵较为稳

定,始终保持在相对较高水平.5种方法中,只有GR的平均相对熵 re 始终为1,说明其能够有效维持种群个体等级多样性及选择压力,可促进种群收敛.

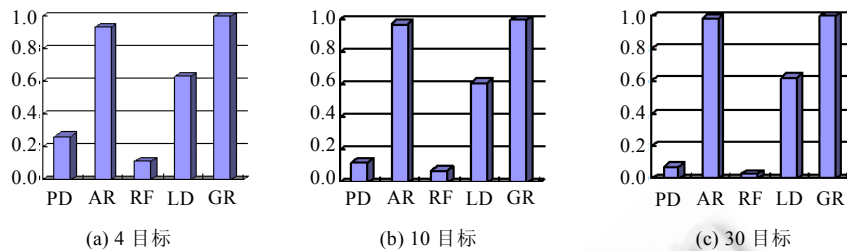


Fig. 2 Average relative entropy of ranks distribution

图2 排序等级分布平均相对熵

2.2 高维多目标优化的全局密度估计

高维多目标优化问题的求解目标之一,即为维护进化群体的多样性,使求得的近似 Pareto 最优解集在目标空间中具有较好的分布特性(如均匀分布),且分布范围尽可能广.实现该目标需要体现出种群个体在目标空间的分布情况,个体之间的结构和联系主要表现为个体在目标空间中的疏密远近,但截止到目前,尚未有公认的有效分布度评价方法^[20].早期的分布度评价方法多采用小生境法,即区域法,新近发展的 MOEAs 中通常引入密度评估策略为个体估计邻域密度值,以反映个体周围的拥挤程度,密度值越大,则个体分布性越差.通过在进化群体(或设置的外部种群)中保留邻域密度较小的个体,保证搜索到的最优解集的分布特性.

现有的密度评估策略主要包括 NSGA-II 采用的拥挤距离法、PAES 采用的网格法以及 SPEA 采用的聚类法等,这些方法都需要使用距离测度,MOEAs 将两个个体间的距离定义为相应目标向量间的欧式距离.相较于网格法和聚类法,拥挤距离法无需用户参数设置,计算复杂度低,耗时较小,因此适用性更强.然而,现有的拥挤距离法的本质均为基于欧式距离的局部密度估计法,仅估计个体自身邻域范围内 2 或 $k(k < N)$ 个个体之间的拥挤程度,不能精确反映目标空间中个体之间的结构和联系^[21].

因此,本文采用 Harmonic 平均距离^[21]对种群个体进行全局密度估计,在个体两两之间欧氏距离计算的基础上进行二次距离计算,利用种群中所有个体之间的距离信息精确衡量每个个体在全局范围内的拥挤程度,从而有效避免少数“极值解”或“偏远解”对个体拥挤程度的影响.对于种群中的个体 X_i ,假设目标空间中与其距离最近的 k 个个体的欧式距离分别为 $d_{i,1}, d_{i,2}, d_{i,3}, \dots, d_{i,k}$,则个体 X_i 的 Harmonic 平均距离 $Hd(X_i)$ 如公式(5)所示.

$$Hd(X_i) = \frac{k}{\frac{1}{d_{i,1}} + \frac{1}{d_{i,2}} + \dots + \frac{1}{d_{i,k}}} \quad (5)$$

为保证在全局范围内对个体拥挤程度进行精确估计,公式(5)中, k 取值为 $N-1$.即,个体 X_i 的密度估计考虑种群中除自身外所有个体的影响,由此在一定程度上提高拥挤距离的精确性,提升目标空间中个体间疏密远近程度的测量精度,以促进种群多样性的提升.

2.3 高维多目标优化的精英选择

现有大多数 MOEAs 在精英选择时首先保留收敛性指标较好的个体,分布性指标居于次要位置.在这一思想的引导下,国内外现有大多数 MOEAs 的适应值评价方法仅仅计算个体在各维目标上的函数值,再通过各类支配排序方法比较其优劣,并没有将个体分布性指标(如拥挤距离)计算在内.高维多目标优化问题中,决策及目标空间搜索范围极大扩张,改进后的支配排序方法虽然能在一定程度上增强选择压力,提升收敛性能,但若未对分布性给予足够重视,将极易导致种群陷入局部最优甚至收敛停滞.针对这一问题,GR-MODE 设计了新的精英选择策略及相应的个体适应值评价方法,综合考虑收敛性指标和分布性指标,以决定精英个体的选择.对于种群中个体 X_i ,假设其在所有目标函数上与种群中其他个体相应目标值的差值之和为 $GR(X_i)$,且其在种群中的

Harmonic 平均距离为 $Hd(X_i)$, 则其全局适应度值 $fitness(X_i)$ 如公式(6)所示.

$$fitness(X_i) = w_1 \times GR(X_i) - w_2 \times HD(X_i) \quad (6)$$

其中, w_1 和 w_2 为在 $[0,1]$ 之间取值的权重系数, 用于协调收敛性及分布性的权重, 文中取值分别为 1.5 和 0.5.

2.4 GR-MODE 算法流程

基于上述全局排序策略、全局密度估计以及精英选择这 3 个方面的改进措施, 提出基于全局排序的高维多目标差分进化算法 GR-MODE. GR-MODE 的复杂度主要来自全局排序和全局密度估计, 设种群规模为 N , 目标数为 M , 算法 GR-MODE 的计算复杂度为 $O(MN^2)$, 与 NSGA-II 相当. GR-MODE 算法的具体操作步骤如下:

- Step 1. 随机生成算法初始种群, 确定算法相应参数: 种群规模 N , 最大迭代次数 Gen . 将初始种群作为最初父代种群, 计算个体适应度值;
- Step 2. 判断是否满足终止条件: 若不满足, 则转到 Step 3; 否则, 输出当前种群作为最终的最优解集;
- Step 3. 对当前种群进行进化操作, 包括变异、交叉和选择, 生成规模为 N 的子代种群;
- Step 4. 合并父代种群和生成的子代种群, 规模为 $2N$;
- Step 5. 根据第 2.1 节、第 2.2 节所述, 分别对合并后种群进行全局排序、全局密度估计操作;
- Step 6. 在全局排序及全局密度估计结果的基础上, 根据第 2.3 节所述, 对合并后种群进行精英选择操作, 剪切种群至规模 N . 转至 Step 2.

3 仿真实验与结果分析

为了验证本文算法 GR-MODE 在高维多目标优化问题上的求解性能, 将其与 DEMO^[21], MOSAHS^[22], OMOPSO^[23], SDEMO^[24] 和 SPEA2^[25] 这 5 种目前具有代表性的 MOEAs 在 4, 10, 30 目标的 DTLZ 测试函数集上进行对比实验. 选用可扩展为任意目标维数和自变量维数的通用测试函数 $DTLZ\{1, 2, 4, 5\}$ ^[21-25]. 所有实验在硬件配置为 Intel Pentium, CPU: G620, 4G 内存, 2.6GHz 主频, win7 64 位操作系统的计算机上进行.

将 GR-MODE 与其他 5 种 MOEAs 分别在目标个数为 4, 10, 30 的 DTLZ 函数集上进行测试.

- 4 目标时 DTLZ 函数集参数设置为: 目标个数为 4, 变量 X 的维数为 10, 算法的迭代次数为 1 000;
- 10 目标时 DTLZ 函数集参数设置为: 目标个数为 10, 变量 X 的维数为 20, 算法的迭代次数为 3 000;
- 30 目标时 DTLZ 函数集参数设置为: 目标个数为 30, 变量 X 的维数为 50, 算法的迭代次数为 5 000.

种群规模 N 设置为 100, 采用 10 000 个均匀分布的 Pareto 最优解作为真实 Pareto 前沿的近似解集.

为了评价各种算法的性能, 选取目前国内外通用的世代距离 GD 和间距度量指标 S 作为收敛性和分布性评价标准^[21-25], 其中, 世代距离 GD 用于测量算法最终所得最优解集与真实 Pareto 前沿的逼近程度, 评价算法的收敛性; 间距度量指标 S 用来评价解集在目标空间上的分布性. 为保证实验公平性和科学性, 对比算法的控制参数设置均采用相应原文献中的推荐值, 且所有实验结果均为各种算法独立运行 30 次对应 GD 和 S 的统计平均值, 统计结果见表 2~表 5, 各项对比实验中的最优结果均用黑体加粗表示.

表 2~表 5 分别统计了函数 $DTLZ\{1, 2, 4, 5\}$ 求解过程中 GR-MODE 与 5 种先进 MOEAs 收敛性指标 GD 和分布性指标 S 的统计平均值的对比实验结果. 分析表中的统计数据可以看出: GR-MODE 在高维多目标函数求解中与目前性能较优的 5 种多目标进化算法相比, 具有明显优势, 具体表现为以下 3 点.

(1) GR-MODE 在 4~30 维 $DTLZ\{1, 2, 4, 5\}$ 上的平均世代距离 GD 值均远远小于其他 5 种算法, 说明 GR-MODE 的收敛性能大幅度提升, 所获得的最优解集更逼近理论 Pareto 前沿. 原因在于 GR-MODE 算法中的全局排序方法 GR 是从解个体之间“优于目标数目”及“优于目标幅度”两个角度来度量个体之间的接近程度的. 由于任意个体在种群中相比较于其他所有个体时, “优于目标数目”的总和可能与其他个体相同, 但“优于目标幅度”的总和在 10^{-4} 精度下与其他个体相同的概率极低, 因此, 种群中每个个体拥有不同的 GR 值, 这实质上大幅细化了 Pareto 支配比较关系的粒度, 提高了关系的区分能力, 因而可以大幅度提高种群选择压力, 促使种群向 Pareto 最优前沿逼近.

GR-MODE 在 4~30 维 DTLZ1, DTLZ2 和 DTLZ4 上的分布性指标 S 值均相对较小, 说明 GR-MODE 获得的

最优解集中个体分布更加均匀,Harmonic 平均拥挤距离能够在一定程度上提高个体密度估计精度,促进解集分布性维护;

(2) GR-MODE 能够成功求解函数 DTLZ $\{1,2,4,5\}$ 并获得最佳的性能指标值.根据 DTLZ $\{1,2,4,5\}$ 函数各自功能特性可以看出:GR-MODE 在高维多目标优化过程中能够获得良好的收敛性能和分布性能,且目标维数增多时仍具有较强的运算能力;

(3) GR-MODE 在函数 DTLZ $\{1,2,4,5\}$ 的求解过程中,当目标维数目由 4 增至 30,即目标维数逐渐增大时,由于求解复杂度的大幅提升,GR-MODE 与其他算法一样呈现出性能恶化的趋势,但 GR-MODE 的收敛性和分布性指标仍能稳定保持在相对较高的水平.说明 GR-MODE 具有相对较强的稳定性,适合于高维多目标优化问题的求解.

Table 2 Experimental results on DTLZ1 problem

表 2 测试函数 DTLZ1 的实验统计结果

算法	4 目标		10 目标		30 目标	
	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>
DEMO	28.000 4	2.042 3	45.219 2	4.383 5	74.789 3	9.082 3
MOSAHS	11.585 6	1.725 1	39.392 6	3.005 8	87.441 4	3.015 3
OMOPSO	6.617 3	1.074 4	39.986 0	3.996 0	63.209 1	6.899 1
SDEMO	29.387 8	2.158 6	58.932 2	5.318 0	109.156 4	9.241 6
SPEA2	5.883 8	0.287 8	48.252 9	6.682 8	128.584 7	28.325 2
GR-MODE	1.704e-4	9.686e-4	0.539 2	0.924 3	16.435 2	1.933 7

Table 3 Experimental results on DTLZ2 problem

表 3 测试函数 DTLZ2 的实验统计结果

算法	4 目标		10 目标		30 目标	
	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>
DEMO	0.062 3	0.011 7	0.129 0	0.030 5	0.166 7	0.045 6
MOSAHS	0.030 3	0.008 3	0.059 1	0.011 5	0.141 7	0.002 0
OMOPSO	0.012 6	0.007 5	0.069 9	0.021 1	0.108 0	0.032 8
SDEMO	0.054 6	0.010 6	0.142 7	0.031 1	0.238 3	0.044 1
SPEA2	0.041 0	0.013 5	0.213 3	0.044 4	0.435 7	0.129 1
GR-MODE	4.762e-6	2.003e-4	3.557e-5	2.369e-3	3.908e-5	1.346e-2

Table 4 Experimental results on DTLZ4 problem

表 4 测试函数 DTLZ4 的实验统计结果

算法	4 目标		10 目标		30 目标	
	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>
DEMO	0.060 4	0.013 1	0.114 0	0.033 8	0.185 7	0.085 0
MOSAHS	0.032 5	0.009 6	0.076 5	0.003 0	0.155 3	0.004 4
OMOPSO	0.005 8	0.003 5	0.080 5	0.021 4	0.140 7	0.064 5
SDEMO	0.029 2	0.011 9	0.115 9	0.032 9	0.226 5	0.062 3
SPEA2	0.034 5	0.034 5	0.202 6	0.059 2	0.418 9	0.143 9
GR-MODE	1.157e-6	2.083e-4	2.386e-5	3.347e-3	1.681e-4	1.926e-4

Table 5 Experimental results on DTLZ5 problem

表 5 测试函数 DTLZ5 的实验统计结果

算法	4 目标		10 目标		30 目标	
	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>	<i>GD</i>	<i>S</i>
DEMO	0.019 8	0.005 3	0.011 6	0.005 0	0.008 1	0.004 0
MOSAHS	0.010 0	0.003 1	0.007 7	0.005 9	0.004 9	0.003 5
OMOPSO	0.021 3	0.004 4	0.013 9	0.003 7	0.007 9	0.004 0
SDEMO	0.024 9	0.004 9	0.015 7	0.004 9	0.007 5	0.003 9
SPEA2	0.040 2	0.007 0	0.025 1	0.004 7	0.018 9	0.003 7
GR-MODE	4.509e-05	9.168e-04	3.507e-05	2.986e-04	2.334e-04	1.652e-04

4 结束语

为了提高现有多目标进化算法 MOEAs 在高维多目标优化问题上的求解性能,提出一种基于全局排序的高维多目标差分进化算法 GR-MODE. GR-MODE 采用了新的全局排序策略,有效增强了算法选择压力,无需用户偏好和目标主次信息;采用了基于 Harmonic 平均拥挤距离的全局密度估计方法,提高了解集分布性;设计了新的精英选择策略和新的适应度值评价函数,有效平衡了个体的收敛性及分布性.

4,10,30 目标测试函数集 DTLZ{1,2,4,5} 的实验结果显示:GR-MODE 与现有多种高效 MOEAs 相比,在收敛性和分布性上都有较大幅度的提升,适合于高维复杂多目标优化问题的求解.

References:

- [1] Villalobos CAR, Coello CAC. A new multi-objective evolutionary algorithm based on a performance assessment indicator. In: Soule T, ed. Proc. of the 14th Annual Conf. on Genetic and Evolutionary Computation. New York: ACM Press, 2012. 505–512. [doi: 10.1145/2330163.2330235]
- [2] Yang DD, Jiao LC, Gong MG, Yu H. Clone selection algorithm to solve preference multi-objective optimization. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2010,21(1):14–33 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3551.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2010.03551]
- [3] Gong MG, Jiao LC, Yang DD, Ma WP. Research on evolutionary multi-objective optimization algorithms. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2009,20(2):271–289 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3483.htm>
- [4] Zou XF, Chen Y, Liu MZ, Kang LS. A new evolutionary algorithm for solving many-objective optimization problems. IEEE Trans. on Systems, MAN, and Cybernetics—Part B: Cybernetics, 2008,38(5):1402–1412. [doi: 10.1109/TSMCB.2008.926329]
- [5] Fabre MG, Pulido GT, Coello CAC. Two novel approaches for many-objective optimization. In: Proc. of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2010). Barcelona: Springer-Verlag, 2010. 1–8. [doi: 10.1109/CEC.2010.5585930]
- [6] Huang LF, Luo WJ, Wang XF. Density estimation strategies in high-dimensional MOEAs. Journal of University of Science and Technology of China, 2011,41(4):353–361 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2011.04.011]
- [7] Kong WJ, Jing JL, Chai TY. Survey on large-dimensional multi-objective evolutionary algorithms. Control and Decision, 2010, 25(3):321–325 (in Chinese with English abstract).
- [8] Qiu FY, Wu YS, Qiu QC, Wang LP. Many-Objective evolutionary algorithm based on bipolar preferences dominance. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2013,24(3):476–489 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4273.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2013.04273]
- [9] Jaimes AL, Coello CAC, Chakraborty D. Objective reduction using a feature selection technique. In: Keijzer M, ed. Proc. of the 10th Annual Conf. on Genetic and Evolutionary Computation. New York: ACM Press, 2008. 673–680. [doi: 10.1145/1389095.1389228]
- [10] Deb K, Saxena DK. On finding Pareto-optimal solutions through dimensionality reduction for certain large-dimensional multi-objective optimization problems. Kargal Report, Vol.2005011. Kanpur: Kanpur Genetic Algorithms Laboratory, 2005. 1–19.
- [11] Li MQ, Liu L, Lin D. A fast steady-state ϵ -dominance multi-objective evolutionary algorithm. Computational Optimization and Applications, 2011,48:109–138. [doi: 10.1007/s10589-009-9241-x]
- [12] Guo SH, Gong XS. Research of orthogonal E-dominance strategy to solve large-dimensional objective optimization problems. Computer Science, 2012,39(2):276–310 (in Chinese with English abstract).
- [13] Wang GP, Jiang HW. Fuzzy-Dominance and its application in evolutionary many objective optimization. In: Kellenberger P, ed. Proc. of the 2007 Int'l Conf. on Computational Intelligence and Security Workshops. Piscataway: Odyssey Press, 2007. 195–198. [doi: 10.1109/CISW.2007.4425478]
- [14] Fabre MG, Pulido GT, Coello CAC, Tello ER. Effective ranking+speciation=many-objective optimization. In: Proc. of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). New Orleans: Springer-Verlag, 2011. 2115–2122. [doi: 10.1109/CEC.2011.5949876]
- [15] Li MQ, Zheng JH, Li K, Yuan QZ, Shen RM. Enhancing diversity for average ranking method in evolutionary many-objective optimization. Lecture Notes in Computer Science, 2010,6238:647–656. [doi: 10.1007/978-3-642-15844-5_65]
- [16] Drechsler N, Drechsler R, Becker B. Multi-Objective optimisation based on relation favour. Lecture Notes in Computer Science, 2001,1993:154–166. [doi: 10.1007/3-540-44719-9_11]

- [17] Montano AA, Coello CAC. MODE-LD+SS: A novel differential evolution algorithm incorporating local dominance and scalar selection mechanisms for multi-objective optimization. In: Proc. of the CEC 2010. Barcelona: Springer-Verlag, 2010. [doi: 10.1007/978-3-642-15871-1_3]
- [18] Pierro FD, Khu, ST, Savic DA. An investigation on preference order ranking scheme for multiobjective evolutionary optimization. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2007,11(1):17-45. [doi: 10.1109/TEVC.2006.876362]
- [19] Corne D, Knowles J. Techniques for highly multiobjective optimisation: some nondominated points are better than others. In: Thierens D, ed. Proc. of the 2007 Genetic and Evolutionary Computation Conf. (GECCO 2007), Vol.1. London: ACM Press, 2007. 773-780. [doi: 10.1145/1276958.1277115]
- [20] Li XY. The research on diversity metric of multi-objective evolutionary algorithm [MS. Thesis]. Xiangtan: University of Xiangtan, 2005 (in Chinese with English abstract).
- [21] Robic T, Filipic B. DEMO: Differential evolution for multiobjective optimization. Lecture Notes in Computer Science, 2005,3410: 520-533. [doi: 10.1007/978-3-540-31880-4_36]
- [22] Chen YZ, Gao YL. Multi-Objective self-adaptive harmony search algorithm. Computer Engineering and Applications, 2011,47(31): 108-111 (in Chinese with English abstract).
- [23] Godinez AC, Espinosa LEM, Montes EM. An experimental comparison of multiobjective algorithms: NSGA-II and OMOPSO. 2010 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conf. (CERMA). Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2010. 28-33. [doi: 10.1109/CERMA.2010.13]
- [24] Bi XJ, Xiao J. Multi-Objective evolutionary algorithm based on self-adaptive differential evolution. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011,17(12):2660-2665 (in Chinese with English abstract).
- [25] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. Technical Report, TIK-Report 103, Berlin: Computer Engineering and Networks Laboratory, 2002. 95-100.

附中文参考文献:

- [2] 杨咚咚,焦李成,公茂果,余航.求解偏好多目标优化的克隆选择算法.软件学报,2010,21(1):14-33. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3551.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2010.03551]
- [3] 公茂果,焦李成,杨咚咚,马文萍.进化多目标优化算法研究.软件学报,2009,20(2):271-289. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3483.htm>
- [6] 黄林峰.高维多目标进化算法中的密度评估策略研究.中国科学技术大学学报,2011,41(4):353-361. [doi: 10.3969/j.issn.0253-2778.2011.04.011]
- [7] 孔维健,丁进良,柴天佑.高维多目标进化算法研究综述.控制与决策,2010,25(3):321-325.
- [8] 邱飞岳.基于双极偏好占优的高维目标进化算法.软件学报,2013,24(3):476-488. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4273.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2013.04273]
- [12] 郭思涵,龚小胜.正交设计的E占优策略求解高维多目标优化问题研究.计算机科学,2012,39(2):276-310.
- [20] 李旭勇.多目标进化算法中分布度评价方法的研究[硕士学位论文].湘潭:湘潭大学,2005.
- [22] 陈莹珍,高岳林.多目标自适应和声搜索算法.计算机工程与应用,2011,47(31):108-174.
- [24] 毕晓君,肖婧.基于自适应差分进化的多目标进化算法.计算机集成制造系统,2011,17(12):2660-2665.



肖婧(1985-),女,湖北十堰人,博士,讲师,主要研究领域为人工智能,智能信息处理,智能交通.



王科俊(1962-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为模式识别,智能系统.



毕晓君(1964-),女,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为人工智能,医学图像处理.