

各向异性点模型去噪算法*

胡国飞^{1,2+}, 彭群生¹

¹(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

²(浙江大学 计算机学院, 浙江 杭州 310027)

An Anisotropic Denoising Algorithm for Point-Sampled Models

HU Guo-Fei^{1,2+}, PENG Qun-Sheng¹

¹(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

²(Department of Computer Science, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-571-87951045, E-mail: mori@cad.zju.edu.cn, http://www.cad.zju.edu.cn

Received 2004-04-05; Accepted 2004-07-05

Hu GF, Peng QS. An anisotropic denoising algorithm for point-sampled models. *Journal of Software*, 2004, 15(Suppl.):215~221.

Abstract: An anisotropic denoising algorithm for point-sampled models is proposed in this paper. Point-sampled models obtained by 3D scanning devices inevitably contain some undesirable noises. Aiming at quickly removing the isolated noises and preserving the appearance of geometrical sharp features, the local spatial geometry and range components including normal and curvature information are considerably taken into account, and the noises are anisotropically diffused by applying Gaussian kernel function to compute influence weights of neighbors and moving vertex along normal direction. The method is compared with previous algorithms. It is proved that it is simple and efficient.

Key words: point-sampled model; PCA; surface variation; anisotropic; denoising

摘要: 提出一种点模型各向异性去噪算法。三维扫描仪获取的点模型不可避免地附有噪声,而去噪算法的目标是在对具有大规模数据量的点模型进行快速处理的同时,保持模型固有的几何特征。针对这两个标准提出算法,首先通过局部邻域主元分析估计采样点的法向和曲率等内蕴几何量,并充分考虑采样点的空间分布以及内蕴几何量之间的关系,应用 Gaussian 核函数来各向异性地扩散噪声信号,达到快速去噪和光滑点模型的目的。实验结果和对比数据表明,所提出的算法简单而高效。

关键词: 并发性;面向对象;继承反常;渐增式继承;范畴论

基于点的三维模型是具有复杂表面几何的三维物体的主流表示方法之一,在生成三维数据时,难免会因为人为扰动或者扫描仪本身的缺陷使之带有噪声。因此,在对三维数据进行数字几何处理和绘制之前必须对其进

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60103017 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312101 (国家重点基础研究发展规划(973))

作者简介: 胡国飞(1977-),男,浙江义乌人,博士生,主要研究领域为真实感图形学,离散微分几何和数字几何处理;彭群生(1947-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形,虚拟现实,红外仿真,基于点的造型与绘制。

行去噪处理。去噪的目标是在剔除噪声获取离散曲面更高阶光滑性的同时,尽量防止模型产生收缩和过光滑。在网格的去噪和光滑算法中,从算法复杂性角度分析,可分为基于 Laplacian 算子的光滑方法,基于最优化的方法,以及简单的非迭代方法等方法,特别地,根据特征保持性和噪声在各个方向上的扩散方式,可以分为各向同性算法和各向异性算法^[1]。目前大部分去噪和光滑算法考虑的对象都是具有一定拓扑信息的三角网格,近几年,随着基于点的计算机图形学的发展,特别是基于点的建模和几何处理以及点绘制技术发展的要求,直接对点模型进行去噪处理成为一个必不可少的环节。但由于点模型本身并没有显示的拓扑连接信息,因此已有的网格算法不能简单的推广到点模型上来,点模型去噪则变得相对比较困难。

实际上,点模型的采样点与图像中的像素具有某种相似性,而区别在于图像中像素的采样率是规则的,三维模型的采样点是非规则的。因此,可以通过参数化三维数据,并对参数进行均匀重采样,然后扩展图像处理中较成熟的滤波技术对三维数据进行去噪处理。但是由于离散点参数化技术本身的难度,使得此类方法去噪效果并不理想^[2]。另外一类比较有效的方法则是基于曲面曲线拟合理论,通过选取光滑曲面对离散点进行拟合重建达到去噪的目的,这类方法去噪光滑效果很大程度上取决于所采用的拟合曲面的形式,欲获得光滑的曲面表示皆比较费时^[3,4]。第3类则可基于概率统计和微分几何的曲面曲线论,对三维模型采样点进行离散几何分析,直接在三维空间对点数据进行估计处理,这类方法绕过了参数化和曲面拟合重建等复杂费时的过程,在算法复杂度和运算效率上都很有优势^[1]。本文提出的算法就属于这类方法,利用顶点的法向和曲率等内蕴几何信息,根据 Gaussian 核函数计算噪声扩散的权值来估计顶点位置,从而达到快速去噪的目的,实质上是一种基于鲁棒几何估计的各向异性去噪方法。由于直接对点模型进行去噪的文献较少,因此下面同时介绍一些前人在网格和点模型去噪和光滑的相关工作。

1 相关工作

Laplacian 光滑方法是通过一致扩散高频几何噪声达到光滑目的,但容易使得模型的体积快速收缩,并容易产生过光滑而使模型的凹凸特征变模糊。Vollmer 等用 HC 算法处理收缩变形问题,即通过插值 Laplacian 算子,减缓新点收缩的速度,但没有从根本上解决收缩问题^[5]。Desbrun 等人给出了一个鲁棒的离散网格点平均曲率求法,通过顶点在法向上以平均曲率值的速度移动的方法,获得比较理想的光滑结果^[6]。由于网格的噪声都是各向异性的局部扰动,Taubin 给出了一个滤波器,通过组合非对称邻域的 Laplacian 算子和适当的权值改进了 Laplacian 算法,使得在不同方向上高频信息非均匀扩散,达到消除高频信号并保持甚至增强低频信号^[7]。Bajaj 等人也提出类似图像处理的各向异性扩散概念,并把该理论从二维扩展到三维,提出了特征保持的曲面磨光 (fairing) 方法^[8]。虽然这些方法部分地解决了因过光滑引起的特征丢失问题,但是这类方法要么通过多次迭代求解线性系统,或者需要求解非线性系统,计算量大。Jones 等人提出了一个非迭代的各向异性算法,该方法可以通过控制顶点相邻区域的大小来保持网格模型的特征^[9]。Fleishman 等人基于图像双边滤波器思想提出了网格双边去噪方法^[10],通过在顶点的法向上移动位置,使得曲面的光滑阶数快速提高而达到光滑效果,该算法处理稍大的噪声时会引起过光滑而不能有效地保持网格的细小特征。类似地,Choudhury 等人提出适用图像和网格的三边滤波器^[11]。胡国飞等人提出了一种基于三步顶点预测的鲁棒网格光滑算法改进了 Fleishman 和 Jones 的方法^[12]。在点模型上,Pauly 和 Gross 等人借助点模型的切割和分段平面参数化技术,把傅立叶变换和谱分析技术引入到点模型,进行点模型的去噪处理^[2]。实际上,所有这些方法都需要建立一个局部的拓扑结构或者一个局部的参数化信息。注意到点模型本身不具备这些信息,一方面散乱点的重建,三角化以及参数化工作并不容易,代价也相当大^[13,14],另一方面,如果散乱点本身带有噪声,则会不可避免地影响重建和参数化的精度和效果。因此我们将直接对带有噪声的点模型进行去噪处理,主要思想是通过考虑顶点的法向和曲率信息,以及该顶点与邻域点之间的空间位置关系,对附有噪声的采样点进行各向异性估计,使得算法在消除噪声的同时,有效地保持表面的几何特征。同时快速的顶点估计策略减少了算法的迭代次数,从而有效减缓点模型的变形和体积收缩。下面首先介绍点模型的法向和曲率估计的算法,然后在此基础上后提出我们的各向异性去噪算法。

2 法向和曲率的估计

不妨设点模型的采样点集为 $P = \{p_i\}_{i=1}^N$, p_i 的 k 个最近相邻点的集合记为 $N(p_i) = \{q_j\}_{j=1}^k$. 我们通过平面 $D: r_i \cdot n_i - d = 0$ 来最小二乘拟合 p_i 的邻域点集, 并以该平面的法向作为 p_i 的法向, 以曲面变分近似为该点曲率. 实际上拟合问题可以转化为如下最小化问题:

$$\min_{z \in X} \left(\sum_{j=1}^k (q_j \cdot n_i - d)^2 \right) \quad (1)$$

而这问题等价于对顶点的相关矩阵进行主元分析(PCA)^[15,16]:

$$C_i = \begin{bmatrix} q_{i1} - \bar{p}_i \\ q_{i2} - \bar{p}_i \\ \dots \\ q_{ik} - \bar{p}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{i1} - \bar{p}_i \\ q_{i2} - \bar{p}_i \\ \dots \\ q_{ik} - \bar{p}_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 \bar{p}_i 为邻域点集的重心, C_i 为半正定的三阶对称矩阵, 计算该矩阵的 3 个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 以及与其对应的单位特征向量 e_1, e_2, e_3 , 不妨假设 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$, 于是顶点 p_i 的法向 n_i 和曲率 H_i 分别为 $n_i = e_1, H_i = \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)$. 实际上, 可以用更加复杂的公式估计这些内蕴几何量, 但由于点模型数量本身比较大, 且带有噪声, 因此 PCA 方法是比较合适的, 因为 PCA 方法本身有助于顶点法向的光顺. 另外, 使用该方法时, 邻域个数 k 的选取也会影响法向和曲率估计的光滑过渡程度.

3 点模型的去噪算法

本节首先介绍传统的 Laplacian 去噪算子, 然后引进我们的各向异性去噪算法, 并且分析比较新算法的特色.

3.1 Laplacian 去噪

由于离散 Laplacian 光顺算子中都是顶点之间的关系, 因此很容易应用到点模型中. 于是, 与网格情况类似, Laplacian 算子可表示为

$$p_i := p_i + \lambda \left(\sum_{j=1}^k \omega_{ij} q_j - p_i \right), i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

由上面公式可以看出, Laplacian 光顺方法是通过一致扩散高频几何噪声达到光顺目的, 实际上是一种各向同性的光顺和去噪算法. 算法虽然简单, 但是随着迭代次数的增加, 容易产生过光顺而使模型的凹凸特征变模糊.

3.2 各向异性的去噪算法

扫描获得的点模型中每个采样点都是真实三维物体表面的一个逼近, 而噪声实际上是附加在采样点上的一个偏移量: $p_i = p_i^* + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, N$. 其中 p_i^* 为真实值, ε_i 为噪声. 在图像处理中, 噪声被认为是一种随机高频信号, 其频率大于某人为设定的阈值. 类似地, 点模型去噪过程中也需要阈值来区分高频信息和低频信息. 在曲面论中, 极小曲面的充要条件是平均曲率处处为 0, 并通过在法向方向以平均曲率的速度移动达到曲面光顺的目的. 以这两个理论为基础, 我们提出点模型的去噪算法:

$$p_i := p_i + \omega_i n_i \quad (4)$$

其中:

$$\omega_i = \frac{\sum_{q_j} W_i \langle n_i, p_i - q_j \rangle}{\sum_{q_j} W_i} \quad (5)$$

$$W_i = W_{\sigma_1}(d_i) W_{\sigma_2}(h_i) W_{\sigma_3}(e_i) (1 + r_i) \quad (6)$$

其中 $W_\sigma(x) = e^{-x^2/2\sigma^2}$ 为高斯核函数, 而 $d_i = \|p_i - q_j\|$ 为预处理的噪声点离邻域点的距离, 从式(6)看出, d_i 越大, W_i 越小, 即距离较远的邻域点对预处理的噪声点的影响较小. 而且这种影响不是线性的, 是以高斯核函数来非线性计算影响因子. $h_i = \langle n_i, p_i - q_j \rangle$ 为向量 $p_i - q_j$ 在噪声点法向上的投影. 由式(5)可知, 经过权值规一化之后, 顶点的

移动幅度范围将控制在 $[\min(h_i), \max(h_i)]$ 之间,该阈值限定使得顶点估计是稳定的,即噪声(高频)经过处理后不会产生新的噪声,而是受限于表现为轮廓信息的几何信号(低频).其中 $e_i = 1 - \langle n_i, n_{q_i} \rangle$ 表明当噪声点法向与邻域点法向的夹角越小, e_i 越小, W_i 则越大,对预处理的噪声点的影响较大,反之则对噪声点影响小. $r_i = (H_i - H_{\min}) / (H_{\max} - H_{\min})$ 则表示曲率大的地方顶点移动幅度大,这点完全符合曲线曲面的光滑性理论,因此可认为这种估计是一种收敛估计.实际上,由曲面变分公式可知,很多区域曲率过大是因为噪声点偏离太远引起的,而我们设计权因子 r_i 的目的也是为了有效快速剔除这些稍大的噪声.进一步,如图 1 所示,根据法向关系确定主要影响区域,并根据与邻域点的距离分布关系,准确控制待处理噪声顶点的移动距离,能够有效处理棱角附近的噪声以及重叠扫描区域的噪声.

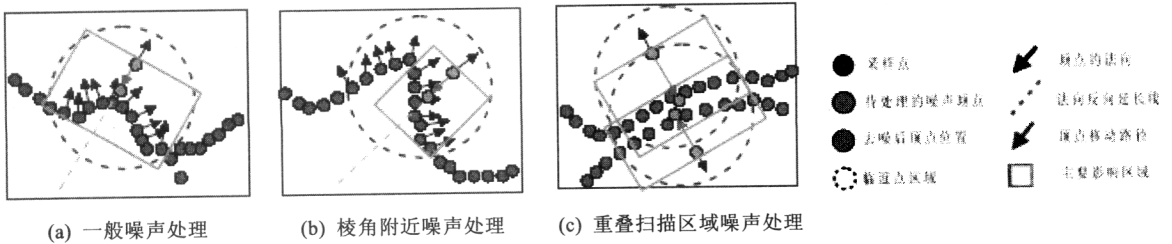


图1 顶点位置估计

参数设置.算法中共有 $k, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 这 4 个参数.模型的去噪和光滑在一定程度上与邻域点个数 k 的选取有关,通常 k 不能过小也不宜过大,我们认为 8~15 之间比较合适.这样有利于 PCA 估计法向和曲率的准确性和邻域搜索的效率.实际上如图 2 所示,通常 k 取越大,则去噪的效果越好,但 k 过大,则会引起模型的过光滑现象.而高斯误差函数的参数即尺度空间参数 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 通常取 2 附近的值,能取得较好效果.实验结果表面,尺度空间参数在 1.5~4 之间选取,对点模型的去噪效果并不敏感.另外,算法的迭代次数亦能影响去噪的效果,实际上我们的方法通常单次估计即可达到去噪的目的,而多次迭代则可获得更为光滑的点模型结果.

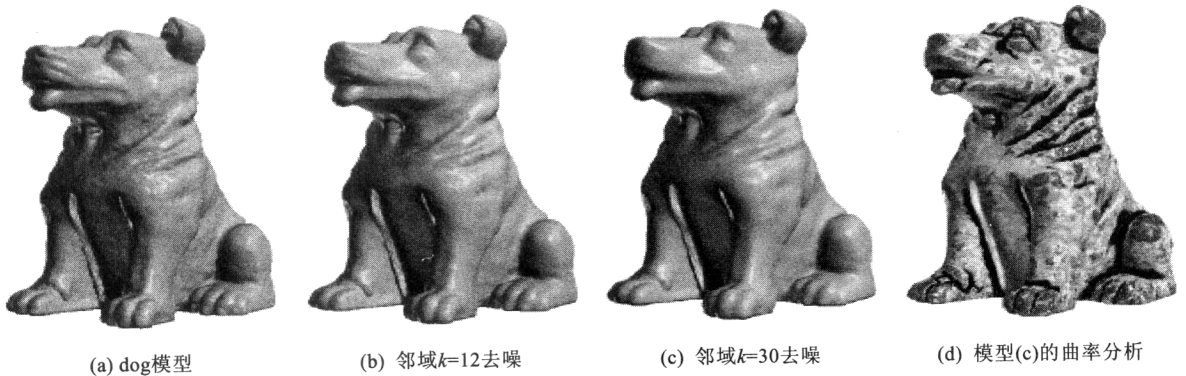


图2 选取不同邻域的去噪效果

误差度量.去噪算法通过各向异性地扩散顶点噪声,会产生顶点的偏移以及点模型的整体变形,因此以欧式空间的 L_2 和 L_∞ 作为变形的误差度量:

$$L_2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sqrt{(p_i - p_i^*)^2}}{N}, L_\infty = \max \left(\sqrt{(p_i - p_i^*)^2} \right).$$

本文用这些值来观测去噪的一个整体效果,但不能单纯地从这些值的大小来判定去噪算法的好坏.实际上,它们一方面衡量去噪后模型的变形程度,另一方面,则可表征算法的去噪能力.因此,需要对去噪的视觉效果和变形误差值进行双重考察,才可衡量算法的好坏.

4 算法实现及结果分析

我们在 VC++6.0 的环境下实现了本文算法,程序在主频 PIII1.6G,内存 512M 的 PC 机上运行,并分别采用了多个点模型来测试.图 3 中,把一幅图像映射到一个点模型表示的平面上(如图 3(a)所示),然后人为地加入一些随机噪声(如图 3(b)所示),可以看出 Laplacian 算法(如图 3(c)所示)的迭代次数远远大于本文算法(如图 3(d)所示)的迭代次数,而本文算法在去噪即磨光平面的同时,图像依然保持清晰,Laplacian 算法则使图像变模糊.同样,在图 4 中,Laplacian 的顶点漂移现象更加明显,随着迭代次数增加,整个模型收缩加剧,特别是眼睛部位,顶点分离相当明显,而本文算法不产生这种情况.并且我们在扫描 holehole 模型时,重复扫描导致模型在同一区域具有多层点集(如图 1(c)所示),实验结果表明,本文算法亦能有效处理此种情况.图 5 为本文算法和双边滤波器^[10]的去噪效果比较.实际上双边滤波器完全没有考虑邻域点法向之间的关系以及顶点曲率的分布信息,即式(6)中的 e_i 和 r_i 都取 0 值.而本文算法则充分考虑了这两个因素,因此可获得更好的效果.图中我们利用平均曲率值的统计分布对点模型进行着色,黑色或者白色部分都表示曲率绝对值大的区域,相反,绿色黄色部分则表示平坦区域.从图 5(c)和图 5(d)的颜色着色和曲率值的直方图分布来看,我们的算法曲率分布较为集中,曲率的变化率明显,更接近与原始点模型,说明我们的算法棱边特征保持性较好.表 1 给出了模型的基本数据以及本文算法的性能.其中时间 Time 包括邻域点的搜索,法向曲率估计和去噪的时间总和,实现中我们利用 kd 树数据结构加速邻域查找,并用 Jacobi 方法求解对称矩阵的特征值,再加上本身去噪算法的简便性,使得算法的运算时间较少.当然时间还取决于模型本身的规模,邻域的大小 k 的选择,迭代次数 *Iters*.以及 PC 硬件等.总体上来讲,基于顶点估计的新算法比基于频谱分析以及曲面拟合优化的方法都要省时.最后,结合图 4 和表 1 中 L_2 和 L_∞ 数据可以看出,本文算法具有很强的去噪能力,在剔除大噪声使得模型变得光滑的同时,亦不会出现表面撕裂的现象.

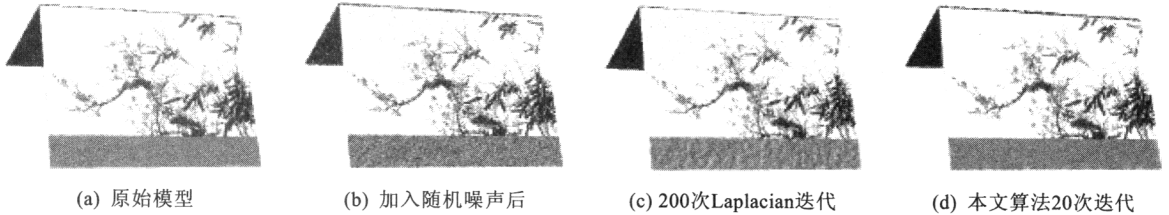


图3 本文算法去噪效果和Laplacian算法的比较

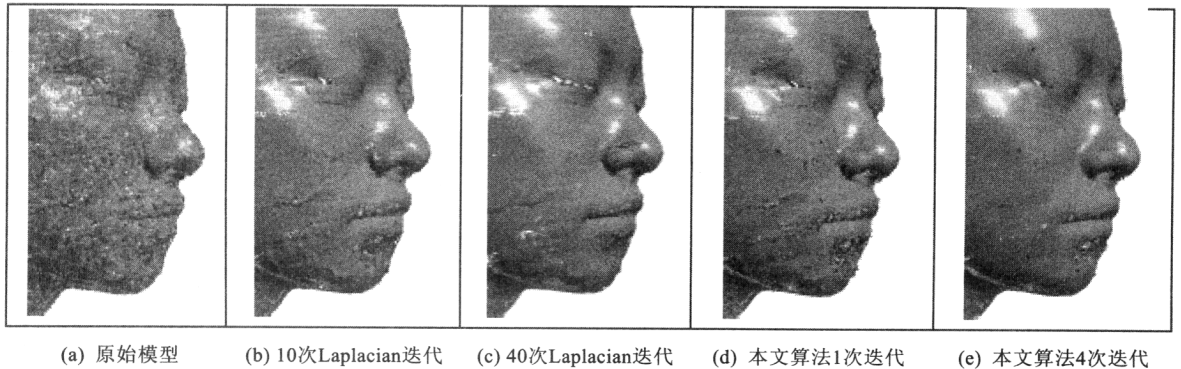


图4 本文算法去噪效果和Laplacian算法的比较

表1 模型数据以及算法性能分析

Model	Figure	Verts(k)	k	Iters.	Time (s)	L_2	L_∞
dog	Fig.2(b)	196	12	1	4.85	4.90e-4	.0159
corner	Fig.3(c)	240	10	200	3.75	69.00e-4	.0188
	Fig.3(d)	240	10	20	4.57	85.61e-4	.0335
holehole	Fig.4(c)	103	12	40	40.66	48.12e-4	.0222
	Fig.4(e)	103	12	4	38.66	47.86e-4	.0248
fandisk	Fig.5(c)	175	10	10	11.15	25.52e-4	.0186
	Fig.5(d)	175	10	10	13.95	26.09e-4	.0178

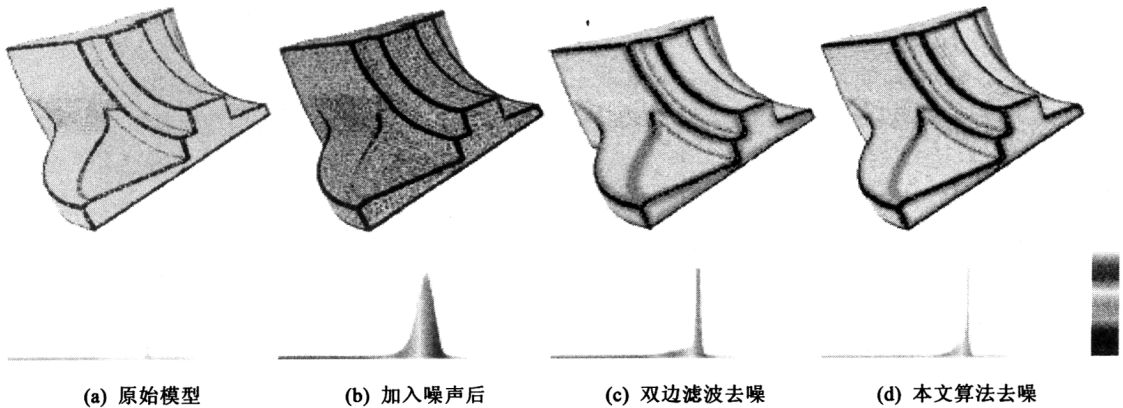


图5 与双边滤波去噪结果比较

5 结束语

本文提出并实现了一个点模型各向异性去噪算法。该算法基于鲁棒的顶点估计机制,使得算法对各种噪声都能进行有效的处理。实验结果和对比数据表明,新算法能快速处理大数据量的点模型,并且能够保持点模型的棱边角等几何特征。基于本文的点模型去噪处理,将有利于进一步基于点的数字几何处理和点绘制,亦可提高散乱点重建的精确性。

References:

- [1] Hu GF, Peng QS, Forrest AR. Robust mesh smoothing. *Journal of Computer Science & Technology*, 2004.
- [2] Pauly M, Gross M. Spectral processing of point-sampled geometry. In: Slothower D, ed. *Proc. of the ACM SIGGRAPH 01*. Los Angeles: ACM Press, 2001. 379~386.
- [3] Carr JC, Beatson RK, Cherrie JB, et al. Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions. In: Slothower D, ed. *Proc. of the ACM SIGGRAPH 01*. Los Angeles: ACM Press, 2001. 67~76.
- [4] Levin D. The approximation power of moving least squares. *Mathematics of Computation*, 1998,67(224):1517~1531.
- [5] Vollmer J, Mencl R, Muller H. Improved laplacian smoothing of noisy surface meshes. *Computer Graphics Forum*, 1999, 18(3):131~138.
- [6] Desbrun M, Meyer M, Schroder P, et al. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. In: Seitz S, Szeliski R, eds. *Proc. of the SIGGRAPH'99*. Los Angeles: ACM Press, 1999. 317~324.
- [7] Taubin G. A signal processing approach to fair surface design. In: Cook R, ed. *Proc. of the ACM SIGGRAPH'95*. Los Angeles: ACM Press, 1995. 351~358.
- [8] Bajaj C, Xu C. Anisotropic diffusion on surfaces and functions on surfaces. *ACM Trans. on Graphics*, 2003,22(1):4~32.
- [9] Jones T, Durand F, Desbrun M. Non-iterative, feature preserving mesh smoothing. In: Strickon J, Paradiso JA, eds. *Proc. of the SIGGRAPH 03*. San Diego: ACM Press, 2003. 943~949.
- [10] Fleishman S, Drori I, Cohen-Or D. Bilateral mesh denoising. In: Strickon J, Paradiso JA, eds. *Proc. of the SIGGRAPH 03*. San Diego: ACM Press, 2003. 950~953.

- [11] Choudhury P, Tumblin J. The trilateral filter for high contrast images and meshes. In: Christensen P, Cohen-Or D, eds. Proc. of the Eurographics 2003. Aire-la-Ville: Eurographics Association, 2003. 186~196.
- [12] Hu GF, Peng QS. Feature-Preserving mesh smoothing based on vertex estimation. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2004 (in Chinese with English abstract).
- [13] Amenta N, Bern M, Kamvysselis M. A new voronoi-based surface reconstruction algorithm. In: Cohen MF, ed. Proc. of the ACM SIGGRAPH'98. Orlando: ACM Press, 1998. 415~422.
- [14] Gopi M, Krishnan S, Silva C. Surface reconstruction based on lower dimensional localized delaunay triangulation. Computer Graphics Forum, 2000,19(3):467~478.
- [15] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, *et al.* Reconstruction from unorganized points. In: Catmull EE, ed. Proc. of the ACM SIGGRAPH'92. Chicago: ACM Press, 1992. 71~78.
- [16] Pauly M, Gross M, Kobbelt L. Efficient simplification of point-sampled geometry. In: Rhyne TM, Treinish L, eds. Proc. of the IEEE Visualization 02. Boston: IEEE Computer Society, 2002. 163~170.

附中文参考文献:

- [12] 胡国飞,彭群生.基于顶点预测的特征保持网格光顺算法,浙江大学学报(工学版),2004.