

# 基于几何信号频谱分析的网格编辑\*

赵向军<sup>1+</sup>, 张宏鑫<sup>1</sup>, 周昆<sup>2</sup>, 鲍虎军<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310013)

<sup>2</sup>(微软亚洲研究院, 北京 100080)

## Mesh Editing Based on Geometry Signal Spectrum Analysis

ZHAO Xiang-Jun<sup>1+</sup>, ZHANG Hong-Xin<sup>1</sup>, ZHOU Kun<sup>2</sup>, BAO Hu-Jun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310013, China)

<sup>2</sup>(Microsoft Research Asia, Beijing 100080, China)

+ Corresponding author: E-mail: xjzhao@cad.zju.edu.cn, <http://www.cad.zju.edu.cn/home/xjzhao/SpectrumEdit/>

Received 2004-04-05; Accepted 2004-07-05

Zhao XJ, Zhang HX, Zhou K, Bao HJ. Mesh editing based on geometry signal spectrum analysis. *Journal of Software*, 2004,15(Suppl.):190~196.

**Abstract:** A novel scheme of mesh editing is proposed based on geometry signal spectrum analysis, which effectively combines mesh deformation in space domain and the geometry signal processing techniques in frequency domain. For intuitive interaction purpose, a geometry proxy of the original mesh is constructed, the consistent parameterization for both mesh and proxy are established. With signal spectrum analysis and conveying the deformation information from the geometry agent to the original mesh, we finally achieve the goal of mesh editing. The crucial innovation is the optimization of parameterizational mesh feature alignment scheme based on the radial basis function method. Additionally, an adaptive sampling approach is also devised for better sampling original model geometry signal. As extensions of spectrum editing scheme demonstrated in this paper, the editing principle is applied to mesh morphing and geometry details transferring with satisfying results.

**Key words:** mesh editing; feature alignment; adaptive sampling; mesh morphing; digital geometry processing

**摘要:** 提出了一种基于几何信号频谱分析的网格编辑新方法.该方法通过空域中形变编辑和频域中几何信号处理技术的有机结合达到直观交互的目的.为此,通过引入原始网格的一个几何代理,然后构造两者的一致性参数化,并实施频谱分析,在频率域上将几何代理上的形变结果传递到原始网格,达到编辑的目的.其关键创新在于改进了基于径向基函数的参数化网格特征对齐方法,并给出一种崭新的自适应采样方法来更加合理地采样

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60333010 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312101 (国家重点基础研究发展规划(973)); the National Science Fund for Creative Research Groups of China under Grant No.60021201 (国家创新研究群体科学基金); the National Research Foundation for the Doctoral Program of Higher Education of China under Grant No.20030335083 (国家教育部博士点基金)

**作者简介:** 赵向军(1974-),男,河南安阳人,博士生,主要研究领域为数字几何处理,曲面造型;张宏鑫(1975-),男,博士,主要研究领域为几何造型,细分曲面,计算机动画;周昆(1977-),男,博士,主要研究领域为计算机图形学,多媒体;鲍虎军(1966-),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为真实感图像,计算机动画,虚拟现实,曲面造型.

原始模型几何信号,进一步地,将频谱编辑方法进行了推广,将其应用于网格形状混合和几何细节特征迁移,获得了良好的合成效果。

**关键词:** 网格编辑;特征对齐;自适应采样;网格混合形变;数字几何处理

三角网格因其良好的几何性质以及表示处理简洁方便,基于三角网格的实体造型和编辑已成为图形学研究的重要领域.如何高效快捷的处理和编辑该类模型,一直是人们追求的目标.

在几何造型中,一类典型的形体编辑思路就是通过操作简单几何代理实现对原始模型的编辑.传统 FFD(自由形体变形)<sup>[1]</sup>以及基于骨架的变形方法等,即可视为该方法的特例.然而几何自由变形方法控制过分自由,较多依赖于用户的使用经验,无法对影响区域直接控制,较难对细节精雕细刻,所以研究者一直试图寻找与探索更合适的几何形体编辑途径.

与此同时,在三角网格模型编辑方面提出了层次细节编辑的系列方法<sup>[2,3]</sup>.层次细节编辑技术借鉴了分层递阶控制的思想,用不同层次的网格对不同分辨率的特征实施控制、编辑.该技术可大大减少编辑操作的交互量且增加了模型的可控性,曾一度成为网格编辑研究热点.但是层次细节编辑过分注重细节信息的迁移,不同分辨率模型之间的对应关系复杂且细节信息计算繁琐,在编辑幅度较大时容易出现不可预料的编辑结果.

随着三维几何获取设备的广泛使用,为了有效地对数据进行消除噪声等,近年来几何信号处理研究取得了较大进展<sup>[4,5]</sup>.但在频域内进行信息的处理和调整,直接用于编辑往往不够直观,且对空域中的局部变形控制能力不强.

针对三角网格编辑所存在的问题,结合近年来数字几何处理的最新进展,我们将空域编辑和频域处理有机结合在一起:

(i) 提出了将简化模型作为几何代理,通过一致性参数化和原始模型建立良好的对应关系.在此基础上给出了一套集几何信号的分析、处理于一体的编辑流程和相关的具 体算法,同时对其中的关键技术——参数化、特征对齐和采样进行了深入的探索和研究.

(ii) 并将这一方法推广应用为解决网格混合形变和细节特征迁移等问题之中.

本文考虑开网格模型以及相应平面参数化作为基于频谱分析的网格编辑方法的基础.

## 1 基于频谱分析的编辑方法概述

设原始稠密网格模型为  $M$ ,编辑后的目标网格为  $M'$ .本文提出的基于频谱分析的编辑方法主要步骤如下:

(1) 建立网格  $M$  的参数化网格  $P$ .

(2) 用网格简化算法将网格  $M$  简化为低分辨率网格  $M_i$ ,参数化网格  $P$  也同步简化为  $P_i$ .

(3) 网格  $M_i$  经过交互获得编辑后的网格  $M'_i$ ,参数网格仍为  $P_i$ ,注意此时所携带的几何信号发生了变化.

(4) 利用本文提供的方法,对转化到参数化网格上的几何信号(通常是位置信号)进行自适应采样、频谱分析,得到各自的频谱  $f_{M_i}$ ,  $f_{M'_i}$  和  $f_{P_i}$ ,而后进行频谱合成.

(5) 最后利用频谱逆变换和逆采样等可得到目标网格  $M'$ .

本文第 2 节介绍基于频谱分析的网格编辑框架理论.第 3 节和第 4 节分别对两个关键技术——参数化与特征对齐、采样算法提出改进.第 5 节介绍具体实现、拓展和实例.最后对本文的工作进行简要概括,同时对未来工作进行展望.

## 2 基于频谱分析的网格编辑

### 2.1 几何信号频谱分析一般流程

几何信号是附着在多边形网格  $M$  顶点上的各类属性总称,它包括坐标、法向量、纹理、反射系数等,记为  $F_M$ .位于  $M$  上非顶点处的几何信号值,通常由该点所在面片的几个顶点插值给出<sup>[5]</sup>.

概括来说基于几何信号频谱分析的一般流程分为 7 大步(如图 1 所示).第 1 步,为网格  $M$  建立一个定义在

单位区域上的参数化网格  $P, M$  上的几何信号  $F_M$  被传递到  $P$  上得到  $F_P$ . 单位区域可以是单位平面  $[0,1] \times [0,1]$  或单位球面等. 第 2 步, 为了进行频谱分析, 需要进行规则采样. 由于采样会带来信号损失, 为尽量减少参数化不均匀所带来的频谱变化, 同时也为了在不损失精度的前提下有效减少采样网格的密度, 需要考虑采用更合理的采样方法, 详见第 4 节. 第 3 步, 利用频谱分析技术如 Fourier 变换、小波变换等手段得到相应频谱  $f_R$ . 第 4 步通过滤波或频谱合成等得到新的频谱信号  $f_R$ . 接下来的第 5 步~第 7 步对应于前 3 步的逆过程: 进行频谱逆变换得到处理后的规则几何信号  $F_R$ . 在空域中, 做从规则网格到参数化网格的再次采样, 即所谓逆采样, 得到参数域上的几何信号  $F_P$ . 最终将之逆映射到三维空间中, 从而获得编辑后的网格  $M'$ .

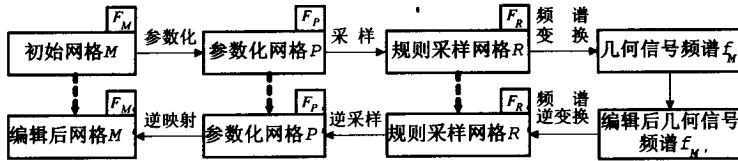


图 1 几何信号频谱分析一般流程

### 2.2 基于频谱分析的网格编辑原理

针对以上单纯空域编辑方法的不足, 结合近年来几何信号处理的最新进展, 我们试图通过空域编辑与频谱分析相结合的方法来解决网格交互编辑的难题. 本文所提出的方法充分利用了几何信号在空间域和频率域之间自由切换的特性, 在空域中进行编辑操作, 而将形变变量合成计算放在频域中进行, 最后在空域中得到编辑结果.

由频谱分析知识容易得到几何信号的频谱. 又变形前后低分辨率网格模型  $M_i$  与  $M'_i$  之间的频谱差异, 实质就是形变的频谱信号, 则将此频谱差合成到原始网格  $M$  的频谱  $f_M$  上去, 频谱逆变换后可得结果网格模型. 为保证目标网格  $M'$  的光滑性, 以及获得特殊效果如细节增强等, 通常需要对这 3 个模型的频谱信号进行滤波操作, 设三者的滤波器分别为  $g_M(u, v), g_{M'_i}(u, v)$  和  $g_{M_i}(u, v)$ , 则一般性的公式表示为

$$F_{M'}(m, n) = \int_{-l}^l \int_{-l}^l S(g_M(u, v)f_M(u, v), g_{M'_i}(u, v)f_{M'_i}(u, v), g_{M_i}(u, v)f_{M_i}(u, v))\Psi'(u, v)du dv \quad (1)$$

根据需要, 可设计不同的滤波器和频谱合成器. 但滤波器通常符合这样的条件:  $g_M(u, v) = g_{M'_i}(u, v)$  或  $g_{M'_i}(u, v) = g_{M_i}(u, v)$ . 频谱合成器最常用的是线性合成器, 比如  $f'_M + a(f'_{M'_i} - f_{M_i}), b(f'_M - f_{M_i}) + f'_{M'_i}$  ( $a, b$  为常数,  $'$  表示滤波后的频谱信号), 此二者的几何意义分别对应于: 缩放形变信号后再作用到原始网格上、缩放细节信息而后传递到修改完毕的低分辨率网格上. 信号经过不同的滤波器, 可达到磨光或信号增强等不同效果(流程如图 2 所示, 处理效果如图 3 所示).

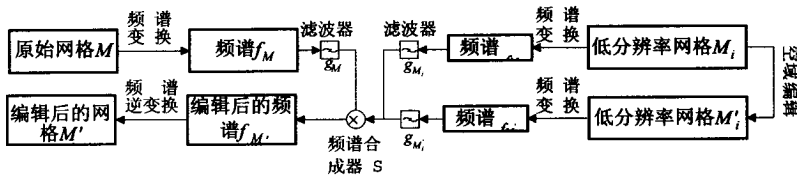


图 2 基于几何信号频谱分析的网格编辑流程

本文采用 Fourier 变换、信号频谱线性合成, 其离散变换公式可表示为

$$f_M(l, k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} F_M(m, n) e^{j2\pi \left( \frac{l}{N} m + \frac{k}{N} n \right)} \quad (2)$$

相应的逆变换公式为

$$F_{M'}(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (g_M(l, k)f_M(l, k) + a(g_{M'_i}(l, k)f_{M'_i}(l, k) - g_{M_i}(l, k)f_{M_i}(l, k))) e^{-j2\pi \left( \frac{m}{N} l + \frac{n}{N} k \right)} \quad (3)$$

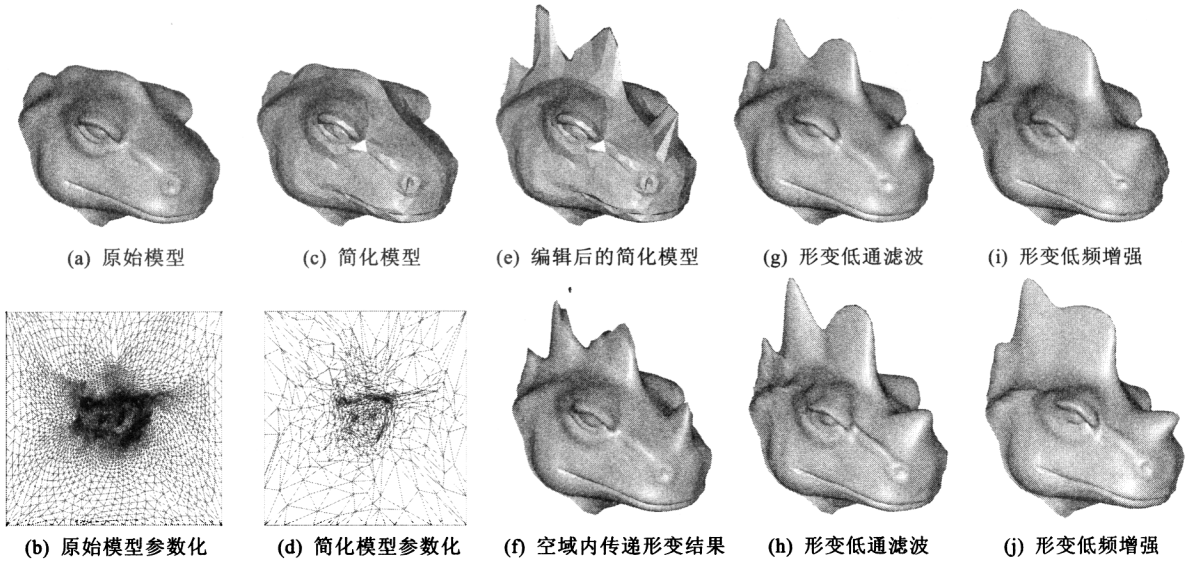


图3 恐龙头部模型的编辑结果.图3(g)~图3(j)为形变信号采用不同滤波器所产生的不同效果示意图

注意到由于模型网格,参数化网格以及规则采样网格三者所承载的几何信号存在对应关系,因此为利于实际计算,我们采用的是规则采样网格上的几何信号.另外,对于矢量信号,需要分别对各分量实施以上频谱分析与合成过程.

需特别指出的是,参数化的好坏对于频谱分析的效果具有决定性的影响,并且基于频谱分析的网格编辑对参数化提出了特殊要求.为了能高效、高质量地进行编辑,我们对参数化、特征对齐和采样两个关键技术进行了改进.

### 3 参数化及特征对齐

#### 3.1 一致性参数化

在基于频谱分析的网格编辑算法中,对应部位的形变信号迁移要求原始网格  $M$  和简化网格  $M_i$  之间通过一致性参数化来做到特征对齐.即需要特征对齐下的整体一致性参数化.为此,我们从原始网格  $M$  及其参数化网格  $P$  出发,采用顶点删除的网格简化方法<sup>[6]</sup>得到  $M_i$  及对应参数化网格  $P_i$ ,完成网格  $M$  与  $M_i$  之间特征自然对齐.在进行同步的顶点删除简化过程中,参数化网格  $P_i$  会出现局部三角形的翻转.为保证参数化网格质量,对发生翻转的区域可采取两种策略校正:局部顶点位置优化和局部重新三角化.

本文的参数化方法需要同时考虑信号采样的不均匀性和不同网格之间的对应.为此需改进和完善原有的单个网格模型参数化方法.这里,我们首先采用 Floater 的保角参数化方法<sup>[7]</sup>获得网格  $M$  的初始参数化网格  $P_0$ ,而后利用径向基函数(radial basis function,简称 RBF)方法对初始参数化网格  $P_0$  进行带约束的变形后处理工作,得到更能合乎要求的参数化网格  $P$ .

#### 3.2 基于RBF的参数化网格变形

RBF 方法作为一种重要的曲面插值技术,在图形学领域已经广为使用<sup>[8,9]</sup>.对于参数化网格特征对齐问题,在早期的实验中我们尝试了文献[9]的方法,即直接从原始模型到参数化区域建立具有特征点约束的映射.但是从实验结果中发现,当网格较稠密、并且原始网格曲率剧烈变化时,会出现参数化网格的重叠和翻转问题.为此我们采用两步法,首先用已有的参数化方法建立原始参数化网格,而后在平面域内进行带约束的变形.

平面域内进行带约束的变形问题可描述为:给定平面上  $n$  个不同的原始点  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ,和平面上  $n$  个不同

的目标点  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  欲寻找一个光滑的函数  $f(v)$  使得  $f(v_i) = p_i, i=1, 2, \dots, n$ . 该问题可用径向基函数法来求解, 即可令  $f(v) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \phi(\|v - v_i\|) + p(v)$ , 其中  $p(v) = c_1 + c_2 x + c_3 y$  为线性多项式, 用于描述  $f$  中的线性和常数部分, 系数  $\lambda_i, c_1, c_2, c_3$  都是二维矢量, 分别对应  $x, y$  的变换.  $\|\cdot\|$  为  $R^2$  中的欧式距离. 这里  $\phi(\|v - v_i\|)$  即为径向基函数, 通常双调和 (biharmonic) 样条  $\phi(\|v - v_i\|) = \|v - v_i\|^4$ , 以及三调和 (triharmonic) 样条  $\phi(\|v - v_i\|) = \|v - v_i\|^3$  都是常见的选择, 结合正交条件  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i^x = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i^y = 0$ , 可导出一个线性方程组<sup>[9]</sup>, 求解该方程组即得到函数中的各待定系数.

在实际的操作中我们发现, 采用双调和样条进行变换稳定性好但光滑性较差, 三调和样条进行变换光滑性较好但稳定性不佳, 容易网格畸变. 这里, 我们先用稳定性好的双调和样条进行大致对齐, 得到参数化网格  $P_1 = f(P_0)$ ; 然后再用三调和样条进行精确对齐, 得到最终参数化网格  $P_2 = f_3(P_1)$ . 图 3(b) 是特征点约束下生成的参数化网格, 图 4(f) 和图 4(g) 为利用本节方法实现的网格特征点对齐结果.

#### 4 自适应采样

为了获得与原信号频谱相近的信号, 必须构造一个与原网格的顶点分布密度一致的参数化网格. 但是对于形状稍微复杂的网格模型, 只靠参数化方法改进构造均匀的参数化网格模型往往效果还不够理想. 因此, 我们设计了一种自适应采样方法, 利用它可以得到和原信号频谱更为接近的采样信号<sup>[5]</sup>.

概括地说就是用松弛算法重新分布规则采样网格  $R_0$  直到它与原始网格  $M$  的密度分布一致, 从而得到几何信号  $F_R$ . 本文中, 定义顶点序号为  $i$  处的顶点分布密度是

$$D_M(i) = \frac{Valence(i) + 1}{\sum_{\Delta \in Neigh(i)} Area(\Delta) / Area(M)} \quad (4)$$

其中  $Area(M)$ 、 $Area(\Delta)$  分别表示网格  $M$  的所有三角形面积之和、单个三角形  $\Delta$  面积,  $Neigh(i)$  是包含顶点  $i$  所有三角形的集合,  $Valence(i)$  指与顶点  $i$  直接连接边的数目. 注意到, 采样过程以参数化网格做跳板对原始网格间接采样, 因此几何信号的频谱分布同时受此二者的影响, 因此需先后与此二者进行顶点分布密度对齐.

首先, 调整初始采样网格  $R_0$  中的顶点分布, 生成与参数化网格  $P$  顶点分布密度相同的采样网格  $R_1$ . 采样网格  $R_0$  内任一点在  $P$  上都能找到唯一的对应位置, 则采用松弛算子重新分布采样网格  $R_0$  中的每个顶点  $i$  的位置  $r_i$ , 使得该处的顶点分布密度和参数化网格  $P$  中对应位置  $i'$  处的顶点分布密度尽可能一致, 顶点  $i$  的新位置用下面公式计算得到:

$$r_i^{new} = \frac{1}{\sum_{j \in N(i)} \mathfrak{R}(j)} \sum_{j \in N(i)} (\mathfrak{R}(j) r_j) \quad (5)$$

其中  $N(i)$  为顶点  $i$  的一邻域顶点集合,  $\mathfrak{R}(j) = \frac{D_P(j')}{D_{R_0}(j)}$ ,  $D_{R_0}(j)$  和  $D_P(j')$  分别为  $R_0$  中  $j$  顶点处的顶点分布密度及其在  $P$  中的对应位置  $j'$  处的顶点分布密度. 若设  $j'$  所在面片的 3 个顶点的顶点分布密度分别为  $D_u, D_v, D_w$ , 且  $j'$  处的重心坐标为  $(u, v, w)$ , 则  $D_P(j') = uD_u + vD_v + wD_w$ . 调整  $R_0$  的顶点分布, 直至  $R_0$  和  $P$  之间的密度分布误差小于一个阈值  $\varepsilon$ . 第 1 步调整结束, 得中间结果网格  $R_1$ .

其次, 调整  $R_1$  中的顶点分布, 生成顶点分布密度与原始网格  $M$  相同的采样网格  $R$ . 因为  $R_1$  中任意顶点, 都能借助  $P$  在  $M$  上找到唯一对应. 替换上一步公式中的  $P$  为  $M$ ,  $j'$  为  $j''$ , 采用类似步骤可调整采样网格为  $R$ . 利用  $R$  和  $P$  位置对应可完成采样.

### 5 算法实现及扩展

#### 5.1 算法实现

本文所涉及的所有算法都已经在 VC 7.0 上进行了实现, 例子均使用我们的实验系统生成. 在具体实现中, 全局参数化、采样、频谱分析等步骤预计算完成后, 可达实时交互速度. 同时对于局部编辑来说, 可以通过交互

选择待处理的网格区域,因为选取的局部区域一般都不太大,重新进行参数化、采样乃至频谱分析,很多时候效果更好,并且同样可以到达实时要求.图3给出了恐龙头部模型的编辑结果,图中可以清楚看出,对形变信号采用不同的滤波器,达到了不同的编辑结果;与单纯空域内形变传递结果相比,不仅结果更加丰富多样,同时更光滑合理.需要说明这里采用的是预计算全局参数化的方法.

## 5.2 网格混合形变与细节迁移

### 5.2.1 网格混合形变(morphing)

一般来说建立源网格与目标网格之间的对应关系是 Morphing 最关键的一步,最常用的方法是通过公共的参数域实现特征的对齐;Hughes 曾提出在频率域插值的算法<sup>[10]</sup>,该算法对不同的频率段采用不同的插值函数,为控制混合形变过程提供了一条新的思路.

基于频谱分析的网格编辑流程建立了不同网格之间的一致性参数化和特征对齐下的规则采样,因此经略微调整后即可用于网格混合形变.若欲实现  $M_a$  到  $M_b$  的线性混合形变过程,可将图2算法流程中的网格模型做如下替换:  $M_a \leftarrow M_i = M$ ,  $M_b \leftarrow M'_i$ ,并使用线性合成器

$$f_{M'} = f_{M_a} + \alpha(f_{M_b} - f_{M_a}) = (1-\alpha)f_{M_a} + \alpha f_{M_b} \quad (6)$$

当系数  $\alpha$  从0变化到1时,  $f_{M'}$  逆变换到空域内即可连续生成  $M_a$  到  $M_b$  的过渡模型.其中,  $M_a$  和  $M_b$  的特征对齐是问题的关键,可采用上文中所述的参数化网格变形方法来完成.即在  $M_a$  和  $M_b$  各自建立参数化网格之后,计算特征点对在参数化网格中的平均位置,而后采用第3.2节中所述基于RBF技术的网格变形方法,将各自参数化网格的特征点映射到对应平均位置.

图4陈列了牛头模型到 Mannequin 模型的混合形变过程,我们希望牛头的眼睛、嘴巴和鼻子等特征部位在形变过程中能够对应到 Mannequin 的相应特征部位,因此在牛头模型和 Mannequin 模型各个特征部位指定了13对特征点.在实现各自参数化完成后,利用参数化网格变形实现特征对齐,一致性参数化结果如图4(f)和图4(g)所示.图4(a)~图4(e)展示了整个混合形变过程.

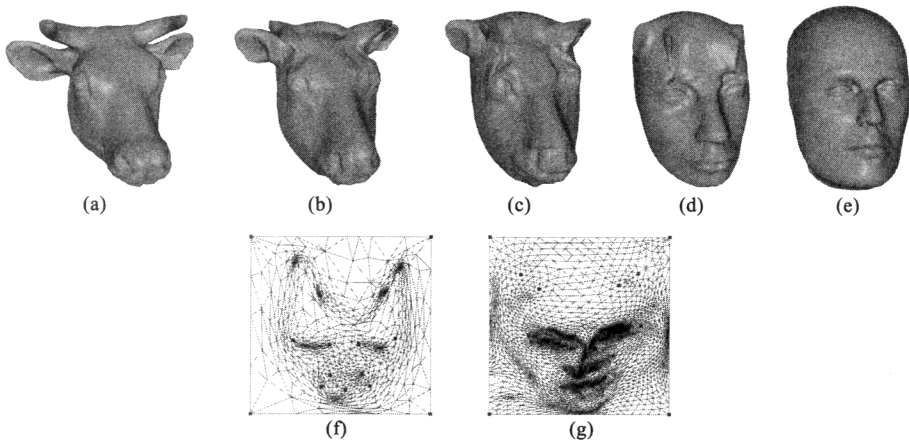


图4 Mannequin 到牛头模型 Morphing 结果.图4(b)~图4(d)为 Morphing 中间模型,图4(f)和图4(g)分别为牛头模型和 Mannequin 的一致性参数化

### 5.2.2 细节特征迁移

模型的表面细节对应于几何信号的高频分量,因此我们可以把给定模型的高频分量作为形变信号施加到另一模型上去,依然可以借用基于频谱的网格编辑来完成.具体说,欲将  $M_a$  上的细节特征传输到  $M_b$  上,假设  $M_a$  滤除高频分量的模型是  $M'_a$ ,则将图2算法流程中的网格模型做替换:  $M_b \leftarrow M$ ,  $M'_a \leftarrow M'_i$ ,  $M_a \leftarrow M_i$ ,按照频谱编辑流程即可完成细节特征传输.图5(c)给出了 YODA 面部细节传输到苹果上的结果,图5(d)为连同法向量一并传输后的结果.

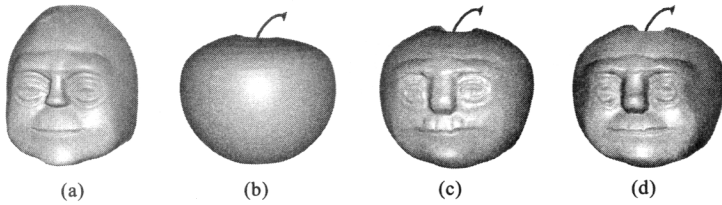


图5 YODA 面部细节传递到苹果上.图 5(c)为细节传递结果,图 5(d)为法向量一并传输后的结果

## 6 结论和展望

本文针对三角网格原有编辑方法的不足,提出了基于几何信号频谱分析的网格编辑方法,给出了相关理论和算法.针对该框架所涉及的关键技术进行了改进:① 提出了基于 RBF 的参数化网格特征对齐的新方法;② 为了能够忠实再现原始模型几何信号的频谱,提出了自适应采样的方法.最后介绍了该方法的实现和实例.网格混合形变和细节特征迁移也可以用频谱编辑方法实现,在本文的方法扩展部分各给出了一个实例.实验结果表明,基于几何信号频谱分析的编辑方法充分融合了空域与频域处理的优点,适用于几何造型等相关应用.未来的工作将围绕基于频谱分析的编辑框架,对各关键技术进一步开展研究.

### References:

- [1] Sederberg T, Parry S. Free-Form deformation of solid geometric models. *Computer & Graphics*, 1986,20(4):151~160.
- [2] Zorin D, Schröder P, Sweldens W. Interactive multiresolution mesh editing. In: *Proc. of the SIGGRAPH'97*. ACM, 1997. 259~268.
- [3] Kobbelt L, Campagna S, Vorsatz J, Seidel HP. Interactive multiresolution modeling on arbitrary meshes. In: *Proc. of the SIGGRAPH'98*. ACM, 1998. 105~114.
- [4] Gu XF, Gortler SJ, Hoppe H. Geometry Images. In: *Proc. of the SIGGRAPH 2002*. ACM, 2002. 355~361.
- [5] Zhou K. Digital geometry processing: theory and applications [Ph.D. Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2002 (in Chinese with English abstract).
- [6] Schroeder WJ, Zarge JA, Lorensen WE. Decimation of triangle meshes. *Computer & Graphics*, 1992,26(2):65~70.
- [7] Floater MS. Parameterization and smooth approximation. *Computer Aided Geometric Design*, 1997,14:231~250.
- [8] Carr JC, Beatson RK, Cherrie JB, Mitchell TJ, Fright WR, McCallum BC, Evans TR. Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions. In: *Proc. of the SIGGRAPH 2001*. ACM, 2001. 67~76.
- [9] Tang Y, Wang J, Bao HJ, Peng QS. RBF-Based constrained texture mapping. *Computers & Graphics*, 2003,27(3):415~422.
- [10] Hughes JF. Scheduled Fourier volume morphing. In: *Proc. of the SIGGRAPH'92*. ACM, 1992. 43~46.

### 附中文参考文献:

- [5] 周昆.数字几何处理:理论和应用[博士学位论文].杭州:浙江大学,2002.