

基于多尺度边缘保持正则化的超分辨率复原*

张新明⁺, 沈兰荪

(北京工业大学 信号与信息处理研究室,北京 100022)

Super-Resolution Restoration with Multi-Scale Edge-Preserving Regularization

ZHANG Xin-Ming⁺, SHEN Lan-Sun

(Laboratory of Signal and Information Processing, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

+Corresponding author: Phn: 86-10-51874124 ext 6114, Fax: 86-10-51893262, E-mail: zhangxinming123@hotmail.com

<http://www.bjpu.edu.cn>

Received 2002-05-10; Accepted 2002-12-04

Zhang XM, Shen LS. Super-Resolution restoration with multi-scale edge-preserving regularization. *Journal of Software*, 2003,14(6):1075~1081.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1075.htm>

Abstract: Super-Resolution restoration is a technique for estimating an unaliased high-resolution image (or a sequence) from an aliased video sequence and combating additive noise and blurring due to the finite detector size and optics. In this paper, an improved Bayesian MAP estimator with multi-scale edge-preserving regularization for super-resolution restoration is proposed. The confidence of the motion estimation result is validated to eliminate motion artifact. The wavelet representation of an image is utilized to define the spatial activity measure of the image, and further to construct a novel multi-scale Huber-Markov model. The experimental results show that the multi-scale Huber-Markov model can be incorporated into Bayesian MAP estimator to preserve the edges of the super-resolution image effectively. This proposed algorithm is widely used for remote sensing, medical imaging, high-definition television (HDTV) standard and creation of synthetic 'video zoom'.

Key words: super-resolution; image restoration; wavelet transform; multi-scale; regularization

摘要: 超分辨率复原是一种由一序列低分辨率变形图像来估计一幅(或一序列)较高分辨率的非变形图像的技术,同时,它能够消除加性噪声以及由有限检测器尺寸和光学元件产生的模糊。提出了一种基于多尺度正则化先验的最大后验概率超分辨率复原算法。算法特点如下:(1) 对运动估计结果实施可信度验证;(2) 采用图像的多尺度小波表征来定义图像的空域活动性测度,并由此构建多尺度 Huber-Markov 先验模型。实验结果表明,该算法不仅具有较好的超分辨率图像边缘保持能力,而且能够有效地消除图像伪迹。该算法可以应用于遥感图像、医学成像、高清晰度电视标准和合成视频变焦等领域。

关键词: 超分辨率;图像复原;小波变换;多尺度;正则化

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

许多成像系统,如红外成像仪和 CCD 照相机等,在采集宽快速视场图像的过程中,受其固有的传感器阵列

* 第一作者简介: 张新明(1968—),男,内蒙古呼和浩特人,博士,助理研究员,主要研究领域为图像处理、智能仪器。

排列密度的限制,图像的分辨率不可能很高.同时,欠采样效应又会造成图像的频谱交叠,使获取的图像因变形效应而发生降质.

解决这一问题的一个有效办法就是超分辨率复原技术.这种技术就是由一些低分辨率变形图像来估计一幅较高分辨率的非变形图像,同时还能够消除加性噪声以及由有限检测器尺寸和光学元件产生的模糊.超分辨率复原技术广泛应用于遥感图像、医学成像、高清晰度电视标准和合成视频变焦等领域.

首先出现的超分辨率复原技术是频域方法^[1,2],这类方法只能局限于全局平移运动和线性空间不变降质模型,而且包含空域先验知识的能力有限.后来出现了多种空域方法,如非均匀空域样本内插法^[3]、迭代反投影法^[4]、集合理论复原法(凸集投影 POCS^[5,6])、统计复原法(最大后验概率估计器 MAP^[7-10])、混合 ML/MAP/POCS 法^[11]、自适应滤波方法^[12-14]等.空域方法比频域方法具有更大的灵活性和更广的适用范围.在空域方法中,目前研究较多的是凸集投影和最大后验概率估计器.

超分辨率复原过程是一个病态性过程,最大后验概率估计方法把图像的先验模型引入到超分辨率复原过程中,这样可以获得惟一而稳定的超分辨率图像估计.但通常采用的平滑先验模型不能有效地保持图像的边缘,本文提出一种基于多尺度正则化先验的最大后验概率算法.算法特点如下:(1) 对运动估计结果进行可信度验证,消除图像伪迹;(2) 采用多尺度小波表征来定义空域活动性测度,并构建多尺度 Huber-Markov 先验模型,这种模型能够更为有效地保持超分辨率图像的边缘特性.

1 视频序列的观测模型

1.1 运动补偿亚采样矩阵

假设低分辨率视频序列包含 M 帧 $N_1 \times N_2$ 大小的图像,将其排列成 $N_1 N_2$ 维列矢量,记作 $\mathbf{y}^{(l)}$, $l = k - \frac{M-1}{2}, \dots, k, \dots, k + \frac{M-1}{2}$. 以 $\mathbf{y}^{(k)}$ 为参考帧.超分辨率图像 $\mathbf{z}^{(k)}$ 的大小为 $qN_1 \times qN_2$, 这里, q 是整数内插因子.视频序列的观测模型用 $N_1 N_2 \times q^2 N_1 N_2$ 维的运动补偿亚采样矩阵 $\mathbf{A}^{(l,k)}$ 来表示,这个矩阵涉及运动场矢量、空间可变模糊点扩散函数、非理想亚采样等内容.测量误差假设为加性高斯噪声,用 $N_1 N_2$ 维的列矢量 $\mathbf{n}^{(l,k)}$ 来近似.观测模型如下:

$$\mathbf{y}^{(l)} = \mathbf{A}^{(l,k)} \mathbf{z}^{(k)} + \mathbf{n}^{(l,k)} = \mathbf{E}^{(l)} \mathbf{I}^{(l)} \mathbf{S}^{(l)} \mathbf{O}^{(l)} \mathbf{M}^{(l,k)} \mathbf{z}^{(k)} + \mathbf{n}^{(l,k)}. \quad (1)$$

这里, $\mathbf{E}^{(l)}$ 表示抽样矩阵; $\mathbf{I}^{(l)}$ 表示帧内模糊矩阵; $\mathbf{S}^{(l)}$ 表示传感器模糊矩阵; $\mathbf{O}^{(l)}$ 表示光学模糊矩阵; $\mathbf{M}^{(l,k)}$ 表示运动变形矩阵.

为了构建 $\mathbf{A}^{(l,k)}$, 必须获得 $\mathbf{y}^{(l)}$ 的运动矢量场.假设运动矢量模型是局部平移模型:

$$\mathbf{y}^{(l)}(i, j) = \mathbf{y}^{(k)}(i - v_i, j - v_j). \quad (2)$$

这里, $\mathbf{y}^{(l)}(i, j)$ 表示 $\mathbf{y}^{(l)}$ 上的像素点; $\mathbf{v}_{i,j}^{(l,k)} = [v_i, v_j]^T$ 表示 $\mathbf{y}^{(l)}(i, j)$ 的运动矢量.本文采用如下的整合观测模型:

$$\mathbf{y}^{(l)}(i, j) = \frac{1}{q^2} \left(\sum_{r=qI-q+1}^{qI} \sum_{s=qJ-q+1}^{qJ} [\mathbf{O}^{(l)} \mathbf{z}^{(k)}]_{r,s} \right) + \mathbf{n}^{(l,k)}(i, j), \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{z}^{(l)}(r, s) = \mathbf{z}^{(k)}(r - qv_i, s - qv_j). \quad (4)$$

这里, $\mathbf{z}^{(l)} = \mathbf{M}^{(l,k)} \mathbf{z}^{(k)}$ 表示 $\mathbf{z}^{(k)}$ 的运动补偿版本; 传感器模糊和抽样矩阵采用求平均运算来模拟.这里不考虑帧内运动模糊^[5].本文提出的算法分成两个独立的步骤:(1) 运动估计+可信度验证,以获得运动矢量场模型 $\mathbf{M}^{(l,k)}$; (2) MAP 估计过程.

1.2 块匹配运动估计及其可信度验证

块匹配方法适用于局部平移运动模型.本文采用分级块匹配方法来获得超分辨率复原所需的亚像素位移矢量^[15,16].首先在原始低分辨率图像上估计出整数位位移量,并以这个位移估计值作为下一级匹配的初始值.接着采用双线性内插方法对低分辨率图像进行上采样,并在上采样图像上继续进行块匹配,获得亚像素精度的运动矢量.这样,经过逐级地上采样和块匹配,直到获得要求的匹配精度为止.

$\mathbf{y}^{(l)}$ 中的某些像素在 $\mathbf{z}^{(k)}$ 的运动补偿版本中观测不到,这些像素在超分辨率复原中对确定 $\mathbf{z}^{(k)}$ 没有贡献,可以采用运动估计的可信度验证方法来识别这些点.本文采用移位帧差值方法进行运动估计的可信度验证.

$$DFD^{(l,k)}(i,j) = \frac{1}{q^2} \sum_{r=q_i-q+1}^{q_i} \sum_{s=q_j-q+1}^{q_j} \left| \mathbf{y}^{\uparrow(l)}(r,s) - \mathbf{y}^{\uparrow(k)}(r-q\hat{v}_i, s-q\hat{v}_j) \right|. \quad (5)$$

这里, $\mathbf{y}^{\uparrow(l)}$ 表示 $\mathbf{y}^{(l)}$ 的最高分级上采样图像; $[\hat{v}_i, \hat{v}_j]$ 是点 $\mathbf{y}^{(l)}(i,j)$ 的运动矢量估计. $DFD^{(l,k)}(i,j)$ 与空域可变阈值 $\varepsilon^{(k)}(i,j)$ 进行比较,当 $DFD^{(l,k)}(i,j) < \varepsilon^{(k)}(i,j)$ 时,表明像素点 $\mathbf{y}^{(l)}(i,j)$ 在 $\mathbf{z}^{(k)}$ 上能够观测到,或其运动估计可信;当 $DFD^{(l,k)}(i,j) \geq \varepsilon^{(k)}(i,j)$ 时,表明 $\mathbf{y}^{(l)}(i,j)$ 在 $\mathbf{z}^{(k)}$ 上不能观测到,或其运动估计不可信.

空域可变阈值 $\varepsilon^{(k)}(i,j)$ 的确定依据图像 $\mathbf{y}^{(k)}$ 的局部空域活动性.通常运动估计不可信的像素点在空域活动性较低的区域引起的降质效应明显,所以在这类区域,阈值 $\varepsilon^{(k)}(i,j)$ 应取较小的值;而在空域活动性较高的区域,引起的降质效应不明显,所以阈值 $\varepsilon^{(k)}(i,j)$ 可取较大的值.本文采用局部标准偏差来衡量空域活动性.

$$T^{(k)}(i,j) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{(\alpha,\beta) \in \mu(i,j)} (\mathbf{y}^{(k)}(\alpha,\beta) - a^{(k)}(i,j))^2}. \quad (6)$$

这里, $\mu(i,j)$ 表示像素点 $\mathbf{y}^{(k)}(i,j)$ 的一个矩形邻域; K 表示 $\mu(i,j)$ 内的像素数; $a^{(k)}(i,j)$ 表示邻域 $\mu(i,j)$ 内的像素平均值.本文采用

$$\varepsilon^{(k)}(i,j) = cT^{(k)}(i,j). \quad (7)$$

这里, c 是一个常数因子.

2 采用最大后验概率估计器进行超分辨率复原

2.1 最大后验概率估计器

最大后验概率估计就是使后验概率 $\Pr(\mathbf{z}^{(k)} | \{\mathbf{y}^{(l)}\})$ 达到最大.根据贝叶斯原理, $\Pr(\mathbf{z}^{(k)} | \{\mathbf{y}^{(l)}\})$ 的最大化等价于 $\Pr(\{\mathbf{y}^{(l)}\} | \mathbf{z}^{(k)})\Pr(\mathbf{z}^{(k)})$ 的最大化.最大后验概率估计为

$$\hat{\mathbf{z}}^{(k)} = \arg \max_{\mathbf{z}^{(k)} \in \Phi} \left\{ \sum_{l=k}^{k+\frac{M-1}{2}} \log \Pr(\mathbf{y}^{(l)} | \mathbf{z}^{(k)}) + \log \Pr(\mathbf{z}^{(k)}) \right\}. \quad (8)$$

这里,约束集合 Φ 定义为

$$\Phi = \left\{ \mathbf{z}^{(k)} : \mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{A}^{(k,k)} \mathbf{z}^{(k)} \right\}. \quad (9)$$

假定观测误差 $\mathbf{n}^{(l,k)}$ 为独立同分布零均值高斯随机变量,这里 $l \neq k$,且观测误差是帧间独立的,则条件概率密度函数为

$$\Pr(\mathbf{y}^{(l)} | \mathbf{z}^{(k)}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N_1 N_2}{2}} \sigma^{(l,k)N_1 N_2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^{(l,k)^2}} \|\mathbf{y}^{(l)} - \mathbf{A}^{(l,k)} \mathbf{z}^{(k)}\|^2 \right\}. \quad (10)$$

这里, $l = k - \frac{M-1}{2}, \dots, k-1, k+1, \dots, k + \frac{M-1}{2}$. $\sigma^{(l,k)^2}$ 表示观测误差的方差.本文采用如下假设:

$$\sigma^{(l,k)^2} \propto \overline{DFD^{(l,k)}(i,j)} = \left(\sum_{(i,j) \in \tilde{\mathbf{y}}^{(l)}} DFD^{(l,k)}(i,j) \right) / \left(\sum_{(i,j) \in \tilde{\mathbf{y}}^{(l)}} 1 \right). \quad (11)$$

这里, $\tilde{\mathbf{y}}^{(l)}$ 表示图像 $\mathbf{y}^{(l)}$ 上运动估计可信的所有像素点.式(11)的含义是,平均观测误差较小的图像对超分辨率复原过程的贡献较大.

本文采用具有边缘保持能力的 Huber-Markov 模型作为超分辨率图像的先验模型^[7],其 Gibbs 概率密度函数为

$$\Pr(\mathbf{z}^{(k)}) = \frac{1}{Z} \exp \left\{ -\frac{1}{2\beta} \sum_{c \in C} \rho(\mathbf{d}_c^t \mathbf{z}^{(k)}, \alpha) \right\}. \quad (12)$$

这里, Z 是归一化常数, β 是 Gibbs 先验的温度参数, c 是一个局部像素组,称为团块,而图像上所有的团块构成集合

C. $d_c^t(z^{(k)})$ 是空域活动性测度.在超分辨率图像的平滑区域, $d_c^t(z^{(k)})$ 的值较小,而在边缘区域, $d_c^t(z^{(k)})$ 的值较大.Huber 边缘惩罚函数定义如下:

$$\rho(x, \alpha) = \begin{cases} x^2, & |x| \leq \alpha \\ 2\alpha|x| - \alpha^2, & |x| > \alpha \end{cases} \quad (13)$$

这里,阈值参数 α 控制先验模型的不连续性大小.

2.2 小波变换与多尺度 Huber-Markov 先验模型

本文采用图像的小波表征来定义空域活动性测度 $d_c^t(z^{(k)})$.小波理论的综合性介绍可以参考文献[17,18].通常采用可分离的小波变换获得图像的多分辨率表征,这种小波分解是通过对图像的行、列分别进行一维滤波而获得的.图像的多级分解的结果将产生一个低通子带图像和一系列带通子带图像.这里采用冗余的小波变换,因其具有平移不变性,所以有利于分析同一像素点在不同分析层次和方向上的特性.

本文通过多级小波系数来定义空域活动性测度:

$$d_{l,j}^t z^{(k)}|_{(m,n)} = W_{l,j} z^{(k)}|_{(m,n)}. \quad (14)$$

这里, $l=1,2,\dots,L$, $j=1,2,\dots,M$ 分别表示小波分解的层次和方向, L 和 M 分别表示分解层次和方向数目,当 $M=3$ 时,分别对应水平、垂直和对角线方向; $W_{l,j}$ 表示二维小波分解矩阵; $W_{l,j} z^{(k)}|_{(m,n)}$ 表示第 i 层第 j 方向的小波系数.

将式(10)、式(12)和式(14)代入式(8)中,则最大后验概率估计为

$$\hat{z}^{(k)} = \arg \min_{z^{(k)} \in \Phi} f(z^{(k)}) = \arg \min_{z^{(k)} \in \Phi} \left\{ \sum_{\substack{l=k \\ l \neq k}}^{k+M-1} \lambda^{(l,k)} \|y^{(l)} - A^{(l,k)} z^{(k)}\|^2 + \sum_{(m,n)} \sum_l \sum_j \rho(W_{l,j} z^{(k)}|_{(m,n)}, \alpha_{l,j}) \right\}. \quad (15)$$

这里,约束集合 Φ 的定义与式(9)相同; $f(z^{(k)})$ 是目标函数; $\lambda^{(l,k)}$ 是与 $y^{(l)}$ 对应的信任参数, $l \neq k$. $\lambda^{(l,k)}$ 存在如下的关系式:

$$\lambda^{(l,k)} = \frac{\beta}{\sigma^{(l,k)^2}} \propto \frac{1}{DFD^{(l,k)}(i,j)}. \quad (16)$$

在空频域中,图像边缘与噪声具有一些不同的特性:噪声主要存在于小尺度信号中,随着分析尺度的不断增加,噪声下降得很快,而对于边缘,这种下降要慢一些;噪声的幅度通常比边缘的幅度要小;噪声和边缘的分布特性具有方向性.因此在不同尺度和方向上,阈值参数 $\alpha_{l,j}$ 应该取不同的值,但 $\alpha_{l,j}$ 取不同的值会使模型过于复杂,所以本文采用如下的简单模型:

$$\alpha_{l,j} = \alpha_l = \alpha_1 2^{-(l-1)}. \quad (17)$$

这里, α_l 是与第 l 级小波分解系数对应的阈值参数.图 1 是本文采用的多尺度 Huber 函数组的波形示意图.多尺度 Huber 函数组对大尺度子带图像中的边缘惩罚性较弱,对小尺度子带图像中的边缘惩罚性较强.

Huber 函数是凸的,所以目标函数 $f(z^{(k)})$ 存在惟一最优解.可以用梯度下降最优化方法来获得超分辨率图像的估计^[19].

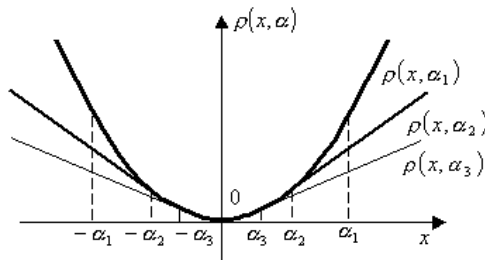


Fig.1 Schematic of multi-scale Huber function group
图 1 多尺度 Huber 函数组的波形示意图

3 实验与分析

本文采用文献[18]中的二维二进小波变换来构建多尺度 Huber-Markov 先验模型,并且取小波分解级数 $L=3$,方向数目 $M=3$.如果小波分解级数取得太大,不仅增加了运算复杂度,而且大尺度带通子带图像中的边缘定位精度较低,所以本文只选择 $L=3$.

(1) 低分辨率图像序列是由一幅高分辨率图像经过平移运动(模拟照相机的对角线平移)、光学模糊(用高斯卷积函数来模拟)、整合(4×4 像素块平均)和亚采样($q=4$)产生的,共有 7 帧图像($M=7$),取中间帧为参考帧.式(3)中的光学模糊用如下公式来模拟:

$$[D^{(l)}z^{(l)}]_{r,s} = \sum_{\alpha=r-2}^{r+2} \sum_{\beta=s-2}^{s+2} \frac{1}{4\delta_r\delta_s} \exp\left\{-\frac{\alpha^2+\beta^2}{4\delta_r\delta_s}\right\} z^{(l)}(\alpha, \beta). \quad (18)$$

这里,取 $\delta_r = \delta_s = 2$.

从理论上讲, M 越大,超分辨率复原的效果有可能越好,但 M 太大不仅会增加运算量,而且 M 增大到某一值后,复原效果不再明显改善,所以 M 的选择应该适中.在这个实验中,取 $5 \leq M \leq 7$ 比较合适.对于这个实验,除了进行直接视觉评估之外,还采用如下的信噪比增益作为定量评估测度:

$$\Delta_{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\|z^{(k)} - z_0^{(k)}\|^2}{\|z^{(k)} - \hat{z}^{(k)}\|^2} \text{ (dB)}. \quad (19)$$

这里, $z^{(k)}$ 是原始高分辨率参考图像; $\hat{z}^{(k)}$ 是图像复原结果;评估参考图像 $z_0^{(k)}$ 是 $y^{(k)}$ 经过 4×4 像素重复后获得的放大图像.

在块匹配过程中,图像块大小的选择是一个比较关键的因素.当采用大的图像块时,运动估计的可靠性较高,但运动估计的精度较低.而当采用小的图像块时,运动估计的可靠性较低,但运动估计的精度较高.本文在每个块匹配级别上均采用 9×9 图像块(相对于超分辨率图像,第一、第二和第三级块匹配分别相当于采用 36×36 , 18×18 和 9×9 的图像块进行运动估计).邻域 $\mu(i, j)$ 的选择应该适中,如果邻域 $\mu(i, j)$ 取得太大,不仅增加了运算量,而且降低了运动估计可信度验证算法的局部自适应性能.但是如果 $\mu(i, j)$ 取得太小,则图像的空域活动性不能用式(6)中的局部标准偏差来衡量.本文在实验中采用试探法,最终选取 $\mu(i, j)$ 为 15×15 邻域.常数因子取 $c=3$.

当 $\lambda^{(l,k)}$ 取较小值时,表明运动估计的可信度较低,反之,则运动估计的可信度较高.在这个实验中,图像序列只有平移运动,有了这个先验知识,可以对估计出的运动矢量进行求平均运算,这样可以极大地改善运动估计的准确性.所以在这个实验中, $\lambda^{(l,k)}$ 取较大的值是合适的,本文取 $\lambda^{(l,k)} = \frac{10000}{DFD^{(l,k)}(i, j)}$, 根据经验取 $\alpha_1 = 1$.表 1 给出

了 3 种算法的定量评价结果.图 2 是实验结果.

Table 1 Quantitative evaluation of three MAP algorithms

表 1 3 种算法的定量评价结果

Algorithm	Single-Frame MAP method	Method in Ref. [7]	Method in this paper
SNR gain (dB)	2.14	4.13	5.86

(2) 低分辨率图像序列是一个实际摄取的视频序列.取 11 帧图像,定中间帧为参考帧.内插因子 $q=4$.这个实验处理的对象是实际视频序列,所取的图像帧数如果太少,则超分辨率复原效果不明显.另外,在实际过程中确定准确的光学模糊函数比较困难,而采用不准确的光学模糊函数会恶化超分辨率复原结果,所以在这个实验中,本文暂不考虑光学模糊.在每个块匹配分级上均采用 9×9 图像块进行运动估计.在这个实验中,也取 $\mu(i, j)$ 为 15×15 邻域, $c=3$.这个实验由于没有关于运动的先验知识,运动估计的可信度不如前面的实验高,所以 $\lambda^{(l,k)}$ 的取值不应太大,本文取 $\lambda^{(l,k)} = \frac{100}{DFD^{(l,k)}(i, j)}$, $\alpha_1 = 1$.图 3 是实验结果.



Fig.2
图 2

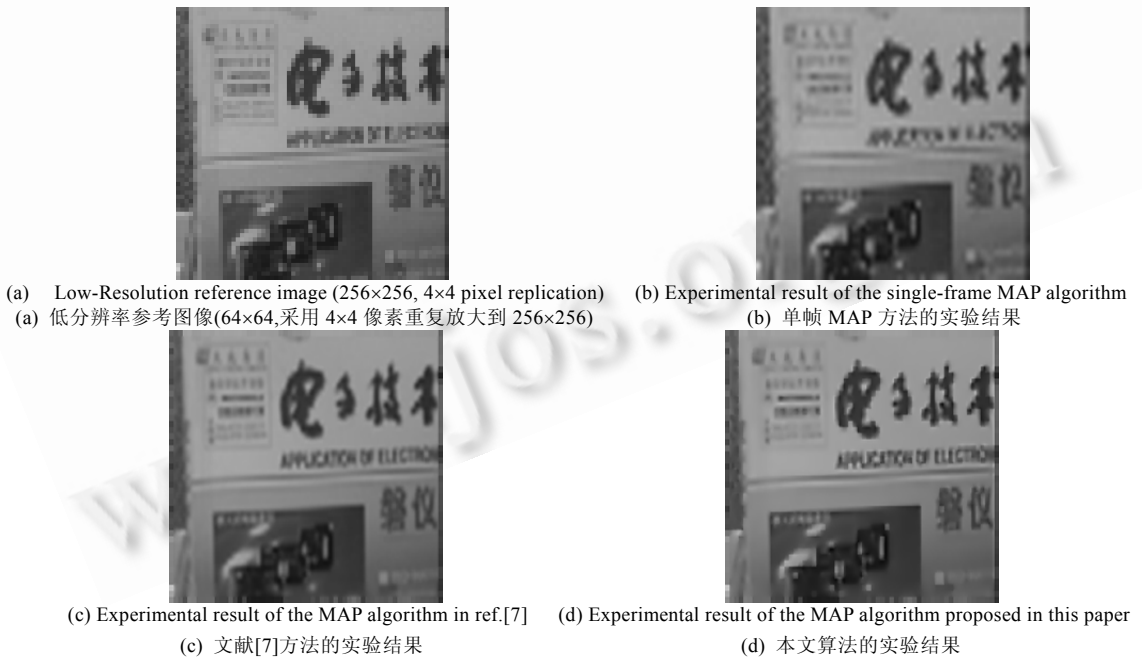


Fig.3
图 3

4 结 论

最大后验概率估计方法通过引入关于超分辨率图像的先验信息来获得稳定而惟一的最优解.本文把小波

变换引入到超分辨率图像的先验模型中,通过构建多尺度 Huber-Markov 模型,达到自适应边缘保持的目的.另外,本文采用一种具有空域自适应特性的运动估计可信度验证方法来消除图像伪迹.实验结果表明,本文的算法具有较好的边缘保持能力,是一种比较实用的超分辨率复原方法.

References:

- [1] Ur H, Gross D. Improved resolution from sub-pixel shifted pictures. *CVGIP: Graph. Models Image Processing*, 1992,54(2):181~186.
- [2] Kim S, Su WY. Recursive high-resolution reconstruction of blurred multi-frame images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1993,2(4):534~539.
- [3] Shah NR, Zakhor A. Resolution enhancement of color video sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999,8(6):879~885.
- [4] Irani M, Peleg S. Improving resolution by image registration. *CVGIP: Graph. Models Image Process*, 1991,53(3):231~239.
- [5] Patti AJ, Sezan MI, Tekalp AM. Super-Resolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997,6(8):1064~1076.
- [6] Eren PE, Sezan MI, Tekalp AM. Robust, object-based high-resolution image reconstruction from low-resolution video. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997,6(8):1446~1451.
- [7] Schultz RR, Stevenson RL. Extraction of high-resolution frames from video sequences. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996,5(6):996~1011.
- [8] Hardie RC, Barnard KJ, Armstrong EE. Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997,6(12):1621~1633.
- [9] Baker S, Kanade T. Limits on super-resolution and how to break them. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002,24(9):1167~1183.
- [10] Nguyen N, Milanfar P, Golub G. A computationally efficient super-resolution image reconstruction algorithm. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001,10(4):573~583.
- [11] Elad M, Feuer A. Restoration of a single super-resolution image from several blurred, noisy and undersampled measured images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997,6(12):1646~1658.
- [12] Alam MS, Bogner JG, Hardie RC, Yasuda BJ. Infrared image registration and high-resolution reconstruction using multiple translationally shifted aliased video frames. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2000,49(5):915~923.
- [13] Elad M, Feuer A. Super-Resolution restoration of an image sequence: adaptive filtering approach. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999,8(3):387~395.
- [14] Elad M, Feuer A. Super-Resolution reconstruction of image sequences. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999,21(9):817~834.
- [15] Bierling M, Thoma R. Motion compensating field interpolation using a hierarchically structured displacement estimator. *Signal Processing*, 1986,11(4):387~404.
- [16] de Haan G, Beizen PWAC. Sub-Pixel motion estimation with 3-D recursive search block-matching. *Signal Processing: Image Communication*, 1994,6:229~239.
- [17] Mallat S. A theory for multi-resolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989,11(7):674~693.
- [18] Mallat S, Zhong S. Characterization of signals from multi-scale edges. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992,14(7):710~732.
- [19] Zhao RA, Wu F. Theory and Methods for Nonlinear Optimization. Hangzhou: Zhejiang Publishing House of Science and Technology, 1992 (in Chinese).

附中文参考文献:

- [19] 赵瑞安,吴方.非线性最优化理论和方法.杭州:浙江科学技术出版社,1992.