

由矩形确定摄像机内参数与位置的线性方法*

吴福朝, 王光辉⁺, 胡占义

(中国科学院 自动化研究所 模式识别国家重点实验室, 北京 100080)

A Linear Approach for Determining Intrinsic Parameters and Pose of Cameras from Rectangles

WU Fu-Chao, WANG Guang-Hui⁺, HU Zhan-Yi

(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

+Corresponding author: Phn: 86-10-62542946, E-mail: ghwang@nlpr.ia.ac.cn

<http://nlpr-web.ia.ac.cn/english/rv>

Received 2001-11-30; Accepted 2002-02-27

Wu FC, Wang GH, Hu ZY. A linear approach for determining intrinsic parameters and pose of cameras from rectangles. *Journal of Software*, 2003,14(3):703~712.

Abstract: In this paper, a linear approach is proposed to determine the camera's intrinsic parameters as well as its pose. At first, the images of the two circular points are derived from the images of two unparallel coplanar rectangles in space, then some linear constraints on the intrinsic parameters are established via the obtained images of the circular points. In addition, the necessary and sufficient condition of the constraint system for a unique solution is also provided. Having obtained intrinsic parameters, the camera's pose can be computed from the homography between the image plane and the space plane. Besides, a linear approach is also presented to retrieve the metric information (i.e., the Euclidean one up to a scale) of the rectangles by means of the Laguerre theorem. The main advantage of these approaches lie in that neither the metric information of the rectangles nor the correspondences between images are required, and the involved algorithms are all linear. Extensive simulations and experimental results with real images show that these proposed approaches are both accurate and robust.

Key words: camera calibration; camera's pose; circular point; rectangle; 3D reconstruction

摘要: 提出了一种求解摄像机内参数及确定摄像机位置的线性方法.首先通过空间平面上两个非平行矩形的图像来计算圆环点的图像,进而由圆环点对摄像机内参数的约束方程标定摄像机内参数,并给出了此约束方程具有惟一解的充要条件.摄像机方位是通过计算图像与空间平面间的单应矩阵来确定的.另外,还给出了在相差一个比例因子的情况下,由拉盖尔定理恢复矩形欧氏度量信息的线性方法.该方法的特点在于,无须知道矩形的任何几何信息,也不涉及图像匹配问题,而且所有计算方法均是线性的.大量的模拟和真实图像实验结果表明,所给出的方法具有求解精度高、鲁棒性强的优点.

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant Nos.60075004, 60033010, 69975021 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1998030502 (国家重点基础研究发展规划 (973))

第一作者简介: 吴福朝(1957—),男,安徽安庆人,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机视觉,人工智能.

关键词: 摄像机标定;摄像机位置;圆环点;矩形;三维重建

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

从二维图像获取空间三维信息(如估计运动参数、恢复 3D 形状等),摄像机标定(确定摄像机内参数)是必不可少的步骤.传统的标定方法需要设计一个高精度的几何物体(标定块),然后利用标定块的精确数据与其图像数据进行匹配,再求出摄像机内参数.1992 年,Hartley^[1]和 Faugeras^[2]首次提出摄像机自标定的思想.所谓摄像机自标定,是指仅通过摄像机运动所获取的图像序列来标定内参数,而不需要知道场景中物体的几何数据.摄像机自标定已成为计算机视觉领域的研究热点之一^[1-13].如果对场景的几何知识与摄像机的运动信息一无所知,所有的自标定算法都是非线性的,从而需要非常复杂的计算,而且标定结果是非常不鲁棒的.是否存在一种简单、灵活且鲁棒的标定方法呢?张正友在文献[14]中提出了一种较为简单、灵活的标定方法,这种方法是利用一个具有精确定位的点阵模板代替传统定标块,然后使模板和摄像机作相互运动,获得 3 个以上不同方位的模板图像,通过模板数据和图像数据计算出图像与模板间的单应矩阵(homography),最后利用单应矩阵来线性求解摄像机内参数.该方法的不足之处是需要绘制精确定位的点阵模板.对此,孟晓桥、胡占义等人在文献[15]中提出一种新方法,用一种由圆和通过圆心的若干条直线所构成的平面模板来代替精确定位的点阵模板,然后利用圆环点图像来确定摄像机的内参数.该方法在模板制作过程中也需要对圆心进行精确定位,但该文的最大贡献在于提出了基于圆环点来标定摄像机的一般方法.本文在此基础上提出了基于空间平面上两个非平行矩形(矩形的边长和位置均是未知的),通过计算两个圆环点的图像来标定摄像机的方法,同时给出了通过图像来恢复矩形的欧氏度量及摄像机方位(即旋转矩阵及平移向量)的方法.大量的模拟和真实图像实验表明,本文所提出的标定方法原理简单,不涉及图像匹配问题,而且具有较高的定标精度和鲁棒性,是一种较为理想、实用的摄像机标定方法.本文所提出的恢复矩形的欧氏度量及摄像机方位的方法也具有较高的求解精度.

1 基于矩形的摄像机内参数线性求解方法

1.1 平面上的圆环点

设 Π 是空间上的一张有限远平面,分别取平面 Π 上两条相互正交的直线为 x 轴和 y 轴,以通过两个轴的交点 O 且与平面正交的直线为 z 轴,建立坐标系 $O-xyz$.于是平面 Π 的方程为: $z=0$. Π 上的无穷远直线为平面 Π 与无穷远平面的交线,其方程为

$$\begin{cases} w=0 \\ z=0 \end{cases} \quad (1)$$

设 c 是平面 Π 上的任意一个圆,圆心坐标为 $(x_0, y_0, 0, 1)^T$, 半径为 r , 则圆的方程为

$$\begin{cases} (x-x_0w)^2 + (y-y_0w)^2 = w^2r^2 \\ z=0 \end{cases}, \quad (2)$$

其中 $(x, y, z, w)^T$ 为圆上点的齐次坐标.

无穷远直线与圆的交点即为圆环点.由式(1)和式(2)可解出两个圆环点的坐标为

$$i = (1, i, 0, 0)^T, \quad j = (1, -i, 0, 0)^T, \quad (3)$$

其中 $i = \sqrt{-1}$.由此可见,圆环点是一对共轭点,且与圆的位置和半径大小无关.

不难验证圆环点 $i = (1, i, 0, 0)^T, j = (1, -i, 0, 0)^T$ 是绝对二次曲线 $\omega = \{x_\infty \mid x_\infty^T x_\infty = 0\}$ 上的点.

1.2 从两个矩形图像确定圆环点图像

设 $l_1, l_2; l_3, l_4$ ($k_1, k_2; k_3, k_4$) 是矩形 $A(B)$ 的两组对边.令 $l_{m1}, l_{m2}; l_{m3}, l_{m4}$ ($k_{m1}, k_{m2}; k_{m3}, k_{m4}$) 是矩形 $A(B)$ 对应的图像 $A_m(B_m)$ 的两组对边,它们可以从图像中确定.记 l_1, l_2 与 l_3, l_4 所确定的无穷远点分别为 $p_{\infty 1}, p_{\infty 2}, k_1, k_2$ 与 k_3, k_4 所确定的无穷远点分别为 $q_{\infty 1}, q_{\infty 2}$, 它们的像分别为 p_1, p_2 与 q_1, q_2 . p_i, q_i 是相应矩形图像四边形对边的交点, 因此

$$p_1 = l_{m1} \times l_{m2}, p_2 = l_{m3} \times l_{m4}, q_1 = k_{m1} \times k_{m2}, q_2 = k_{m3} \times k_{m4}. \quad (4)$$

显然, p_1, p_2, q_1, q_2 在无限远直线的像直线上,如图 1 所示.

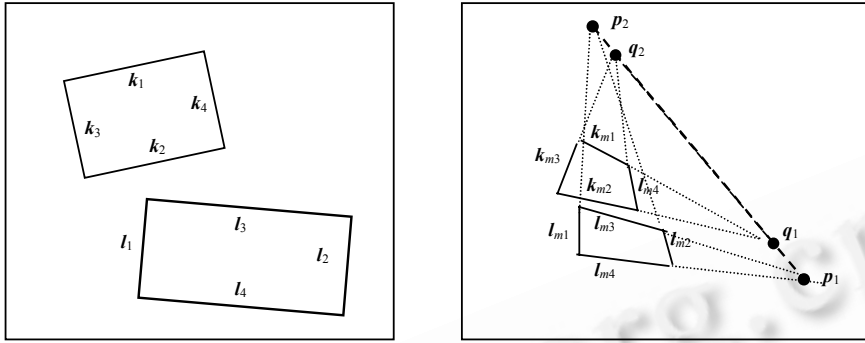


Fig.1 The rectangles on the world plane (left) and their corresponding image (right)

图 1 空间平面上的两个矩形(左)及其对应的图像(右)

因为两个圆环点 i, j 是一对共轭点, 所以其对应的图像点 m_i, m_j 也是一对共轭点, 因此可记为

$$m_i = (x_1 + ix_2, y_1 + iy_2, 1)^T, m_j = (x_1 - ix_2, y_1 - iy_2, 1)^T, \quad (5)$$

令 $p_i = (u_i^{(p)}, v_i^{(p)}, 1), q_i = (u_i^{(q)}, v_i^{(q)}, 1)$. 由于两个无穷圆点 $p_1, p_2 (q_1, q_2)$ 与两个圆环点 i, j 调和共轭^[16], 即

$$(p_{\infty 1} p_{\infty 2}, i, j) = -1, (q_{\infty 1} q_{\infty 2}, i, j) = -1, \quad (6)$$

其中, (a, b, c, d) 表示 a, b, c, d 这 4 个点的交比. 由射影变换下交比的不变性可知:

$$(p_1 p_2, m_i m_j) = \frac{x_1 + ix_2 - u_1^{(p)}}{x_1 + ix_2 - u_2^{(p)}} : \frac{x_1 - ix_2 - u_1^{(p)}}{x_1 - ix_2 - u_2^{(p)}} = \frac{y_1 + iy_2 - v_1^{(p)}}{y_1 + iy_2 - v_2^{(p)}} : \frac{y_1 - iy_2 - v_1^{(p)}}{y_1 - iy_2 - v_2^{(p)}} = -1, \quad (7)$$

$$(q_1 q_2, m_i m_j) = \frac{x_1 + ix_2 - u_1^{(q)}}{x_1 + ix_2 - u_2^{(q)}} : \frac{x_1 - ix_2 - u_1^{(q)}}{x_1 - ix_2 - u_2^{(q)}} = \frac{y_1 + iy_2 - v_1^{(q)}}{y_1 + iy_2 - v_2^{(q)}} : \frac{y_1 - iy_2 - v_1^{(q)}}{y_1 - iy_2 - v_2^{(q)}} = -1. \quad (8)$$

从式(7)和式(8)可推知

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - (u_1^{(p)} + u_2^{(p)})x_1 + u_1^{(p)}u_2^{(p)} = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 - (u_1^{(q)} + u_2^{(q)})x_1 + u_1^{(q)}u_2^{(q)} = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} y_1^2 + y_2^2 - (v_1^{(p)} + v_2^{(p)})y_1 + v_1^{(p)}v_2^{(p)} = 0 \\ y_1^2 + y_2^2 - (v_1^{(q)} + v_2^{(q)})y_1 + v_1^{(q)}v_2^{(q)} = 0 \end{cases}. \quad (10)$$

求解上述方程组, 可得到 m_i 的如下 4 个可能的解

$$m_i^{(1)} = (x_1^* + ix_2^*, y_1^* + iy_2^*)^T, m_i^{(2)} = (x_1^* - ix_2^*, y_1^* - iy_2^*)^T, \quad (11)$$

$$m_i^{(3)} = (x_1^* - ix_2^*, y_1^* + iy_2^*)^T, m_i^{(4)} = (x_1^* + ix_2^*, y_1^* - iy_2^*)^T, \quad (12)$$

其中:

$$x_1^* = \frac{u_1^{(p)}u_2^{(p)} - u_1^{(q)}u_2^{(q)}}{u_1^{(p)} + u_2^{(p)} - u_1^{(q)} - u_2^{(q)}}, y_1^* = \frac{v_1^{(p)}v_2^{(p)} - v_1^{(q)}v_2^{(q)}}{v_1^{(p)} + v_2^{(p)} - v_1^{(q)} - v_2^{(q)}},$$

$$x_2^* = \sqrt{\frac{(u_1^{(p)} - u_1^{(q)})(u_1^{(q)} - u_2^{(p)})(u_1^{(p)} - u_2^{(q)})(u_2^{(p)} - u_2^{(q)})}{(u_1^{(p)} + u_2^{(p)} - u_1^{(q)} - u_2^{(q)})^2}},$$

$$y_2^* = \sqrt{\frac{(v_1^{(p)} - v_1^{(q)})(v_1^{(q)} - v_2^{(p)})(v_1^{(p)} - v_2^{(q)})(v_2^{(p)} - v_2^{(q)})}{(v_1^{(p)} + v_2^{(p)} - v_1^{(q)} - v_2^{(q)})^2}}.$$

不难看出, 这 4 个可能解正好分成两组(式(11)和式(12)), 每组中的两个解互为共轭. 因此, 如果组中有一个是 m_i 的解, 则另一个必然是 m_j 的解. 下面我们将证明在这两组解中, 只有一组是合理的.

假定两组解都是合理的, 则 $m_i^{(1)}, m_i^{(2)}$ 与 $m_i^{(3)}, m_i^{(4)}$ 均在 p_1, p_2 两点所确定的直线上, 因此必有

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \begin{array}{ccc} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ x_1^* + ix_2^* & y_1^* + iy_2^* & 1 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ x_1^* & y_1^* & 1 \end{array} \right| + i \left| \begin{array}{ccc} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ x_2^* & y_2^* & 0 \end{array} \right| = 0 \\ \left| \begin{array}{ccc} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ x_1^* - ix_2^* & y_1^* + iy_2^* & 1 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{ccc} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ x_1^* & y_1^* & 1 \end{array} \right| + i \left| \begin{array}{ccc} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ -x_2^* & y_2^* & 0 \end{array} \right| = 0 \end{array} \right.$$

于是

$$\begin{cases} (v_1^{(p)} - v_2^{(p)})x_2^* + (u_2^{(p)} - u_1^{(p)})y_2^* = 0 \\ -(v_1^{(p)} - v_2^{(p)})x_2^* + (u_2^{(p)} - u_1^{(p)})y_2^* = 0 \end{cases} \quad (13)$$

在退化情况下,即当矩形所在的平面与像平面某个坐标轴平行时,矩形所在的平面与像平面的交线平行于像平面的 u 轴或 v 轴,方程组(9)或(10)中的方程是同解的,此时无法确定圆环点的图像.当矩形所在的平面与像平面的每一个坐标轴都不平行时,因平面上无穷远直线的像直线平行于这个平面与像平面的交线,因此, $u_2^{(p)} - u_1^{(p)} \neq 0$ 且 $v_1^{(p)} - v_2^{(p)} \neq 0$. 所以,必有

$$\begin{vmatrix} v_1^{(p)} - v_2^{(p)} & u_2^{(p)} - u_1^{(p)} \\ -(v_1^{(p)} - v_2^{(p)}) & u_2^{(p)} - u_1^{(p)} \end{vmatrix} = (v_1^{(p)} - v_2^{(p)})(u_2^{(p)} - u_1^{(p)}) \neq 0.$$

于是,在式(11)和式(12)中, $x_2^* = 0, y_2^* = 0$. 这样,圆环点图像必为实点,这是不可能的.因此,在式(11)和式(12)两组解中,仅有一组是圆环点的合理解.

从上面的讨论可以看出:通过验证 $m_l^{(1)}, m_l^{(2)}$ 和 $m_l^{(3)}, m_l^{(4)}$ 是否与 p_1, p_2 共线即可确定圆环点的图像.

算法 1. 从两个矩形图像确定圆环点图像.

- (1) 检测矩形 $A(B)$ 的图像 $A_m(B_m)$ 的两组对边: $l_{m1}, l_{m2}; l_{m3}, l_{m4}$ ($k_{m1}, k_{m2}; k_{m3}, k_{m4}$);
- (2) 利用式(4)计算两组对边的交点: p_1, p_2, q_1, q_2 ;
- (3) 利用式(11)和式(12)计算 $m_l^{(1)}, m_l^{(2)}, m_l^{(3)}, m_l^{(4)}$;

- (4) 若 $\begin{vmatrix} u_1^{(p)} & v_1^{(p)} & 1 \\ u_2^{(p)} & v_2^{(p)} & 1 \\ x_2^* & y_2^* & 0 \end{vmatrix} = 0$, 则 $m_l^{(1)}, m_l^{(2)}$ 是两个圆环点的图像;否则 $m_l^{(3)}, m_l^{(4)}$ 是两个圆环点的图像.

注:从一个矩形和两条正交直线的图像仍可确定圆环点图像.因为从矩形的两组对边的图像我们可以确定无穷远直线的图像直线 $l_{p_1 p_2}$, 两条正交直线的两个远点的图像 q_1, q_2 必在直线 $l_{p_1 p_2}$ 上,所以 q_1, q_2 是两条正交直线的对应图像 l_1, l_2 与无穷远直线 l 的交点,如图 2(左)所示.这样,我们仍可得到式(7).特别地,仅从一个正方形图像即可确定圆环点图像,如图 2(右)所示,这是因为正方形有一对正交的对角线.

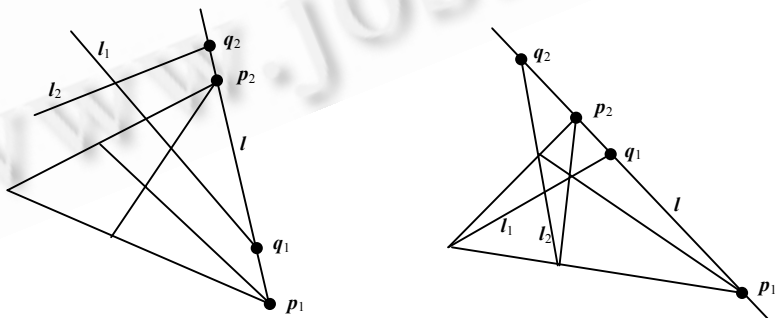


Fig.2 Determining circular points from one rectangle and two orthogonal lines (L) or from one square (R)

图 2 由矩形和两条正交直线的图像确定圆环点图像(左)或由正方形图像确定圆环点图像(右)

1.3 摄像机内参数的线性求解方法

令摄像机内参数矩阵为 K , 摄像机关于世界坐标系的运动为 (R, t) , 空间点的齐次坐标记为 $x = (x, y, z, w)^T$, 对应的图像点齐次坐标记为 $m = (u, v, 1)^T$, 则必有 $\lambda m = K[R, t]x$; 令 m 是绝对二次曲线上点 $x \in \omega$ 的像点, 则可推知

$$m^T K^{-T} K^{-1} m = 0. \tag{14}$$

这说明绝对二次曲线的像也是图像空间上一条二次曲线, 并且与摄像机的方位无关. 由于圆环点 $i = (1, i, 0, 0)^T, j = (1, -i, 0, 0)^T$ 在绝对二次曲线上, 它们的像 m_i, m_j 必满足二次曲线的方程(14), 即有

$$m_i^T C m_i = 0, m_j^T C m_j = 0, \tag{15}$$

其中 $C = K^{-T} K^{-1}$, m_i, m_j 是一对共轭点. 所以, 上述两个方程只能提供下面两个关于摄像机内参数的线性约束

$$\text{Re}(m_i^T C m_i) = 0, \text{Im}(m_i^T C m_i) = 0, \tag{16}$$

其中 Re, Im 分别表示实部与虚部.

摄像机在 3 个不同方位 $(R^{(i)}, t^{(i)})$, $i = 1, 2, 3$, 获得 3 幅图像, 计算每幅图像上圆环点的图像坐标 $m_i^{(i)}, m_j^{(i)}$, 得到如下线性方程组:

$$\begin{cases} \text{Re}(m_i^{(1)T} C m_i^{(1)}) = 0, \text{Im}(m_i^{(1)T} C m_i^{(1)}) = 0 \\ \text{Re}(m_i^{(2)T} C m_i^{(2)}) = 0, \text{Im}(m_i^{(2)T} C m_i^{(2)}) = 0. \\ \text{Re}(m_i^{(3)T} C m_i^{(3)}) = 0, \text{Im}(m_i^{(3)T} C m_i^{(3)}) = 0 \end{cases} \tag{17}$$

求解线性方程组(17)可得到 C 的解, 最后对矩阵 C 进行乔里斯基(Cholesky)分解即可确定摄像机的全部 5 个内参数.

众所周知, 平面上 5 个点惟一确定一条非退化二次曲线的充要条件是这 5 个点的任意 3 点不共线. 因此不难看出, 方程组(17)有惟一解的充要条件是对任意的 4 点 $m_i^{(i)}, m_j^{(i)}, m_i^{(j)}, m_j^{(j)}$ ($i \neq j$) 不共线.

2 摄像机方位的确定

2.1 恢复矩形的欧氏度量

本节我们讨论在相差一个比例因子的情况下, 如何从图像恢复矩形的欧氏度量.

如图 3 所示, 令 l_i 是通过 o, i 两点的直线, l_j 是通过 o, j 两点的直线, 记 $\theta(l_5, l_6)$ 为矩形的两条对角线的夹角, 则由拉盖尔(Laguerre)定理^[16]可得

$$\theta(l_5, l_6) = \frac{1}{2i} \ln(l_5 l_6, l_i l_j), \tag{18}$$

其中 $(l_5 l_6, l_i l_j)$ 为矩形对角线 l_5, l_6 与直线 l_i, l_j 的交比. 由交比的不变性可知

$$(l_5 l_6, l_i l_j) = (l_{m5} l_{m6}, l_{mi} l_{mj}), \tag{19}$$

其中 $l_{mi} = o_m \times m_i, l_{mj} = o_m \times m_j$. 于是

$$\theta(l_5, l_6) = \frac{1}{2i} \ln(l_{m5} l_{m6}, l_{mi} l_{mj}). \tag{20}$$

这样, 我们就可以从图像求解矩形两对角线的夹角. 令矩形的对角线长为 r , 则矩形两个相邻的边长分别为

$$\begin{cases} a = r \cos(\theta / 2) \\ b = r \sin(\theta / 2) \end{cases} \tag{21}$$

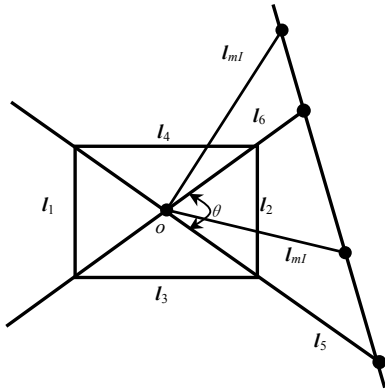


Fig.3 Retrieve the rectangles' Euclidean measurement
图3 从图像恢复矩形的欧氏度量

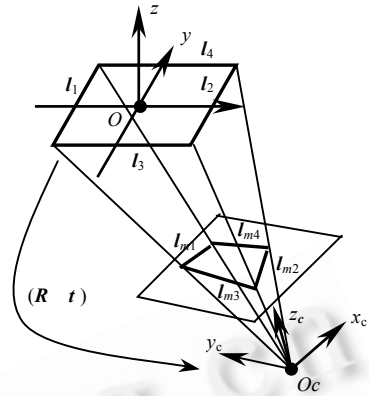


Fig.4 Retrieve the camera's pose from images
图4 从图像恢复摄像机的位置

2.2 确定摄像机位置

如图4所示,以矩形A的中心为坐标原点,矩形所在的平面xoy为坐标平面,并且x,y轴分别平行矩形的两组对边,建立物体坐标系.记摄像机关于物体的位置为(R,t),即摄像机坐标系与物体坐标系之间的关系为 $x_c = Rx + t$.令r为物体坐标系的度量单位,则矩形4条边所在直线可表示为

$$\begin{cases} l_1 = \left(1, 0, \cos \frac{\theta}{2}\right)^T, l_2 = \left(-1, 0, \cos \frac{\theta}{2}\right)^T \\ l_3 = \left(0, 1, \sin \frac{\theta}{2}\right)^T, l_4 = \left(0, -1, \sin \frac{\theta}{2}\right)^T \end{cases} \quad (22)$$

由于图像直线 $l_{mi}, i=1, \dots, 4$ 与空间直线 $l_i, i=1, \dots, 4$ 之间存在单应矩阵H,而且在相差一个常数意义下, $l_{mi} = H^T l_i$.4条直线的对应正好可以惟一确定单应矩阵H,经过简单的计算可得

$$H = (l_{m1}, l_{m2}, l_{m3})^{-T} \text{diag}(d_1, d_2, d_3) (l_1, l_2, l_3)^T \quad (23)$$

其中, $d_j = \frac{[(l_1, l_2, l_3)^{-1} l_4]_j}{[(l_{m1}, l_{m2}, l_{m3})^{-1} l_{m4}]_j}, j=1,2,3, [a]_j$ 表示向量a的第j个分量.

另外,由透视投影模型不难看出,矩形平面到像平面的单应矩阵是 $H = K(r_1, r_2, t)$,其中 r_j 是旋转矩阵R的第j列向量.因此,存在常数s使得

$$sH = K(r_1, r_2, t) \quad (24)$$

令 $K^{-1}H = (a_1, a_2, a_3)$,可得

$$(r_1, r_2, t) = s(a_1, a_2, a_3) \quad (25)$$

由于 $\|r_1\| = \|r_2\| = 1$,所以有

$$s = \pm \frac{1}{\|a_1\|} (= \pm \frac{1}{\|a_2\|}) \quad (26)$$

因此,我们可以求得摄像机的旋转矩阵R和平移向量t分别为

$$R_1 = \left(\frac{a_1}{\|a_1\|}, \frac{a_2}{\|a_2\|}, \frac{\varepsilon(a_1 \times a_2)}{\|a_1\| \cdot \|a_2\|} \right), t_1 = \frac{a_3}{\|a_1\|} \quad (27)$$

$$R_2 = \left(-\frac{a_1}{\|a_1\|}, -\frac{a_2}{\|a_2\|}, \frac{\varepsilon(a_1 \times a_2)}{\|a_1\| \cdot \|a_2\|} \right), t_2 = -\frac{a_3}{\|a_1\|} \quad (28)$$

其中, $\varepsilon = \text{Det} \left(\frac{a_1}{\|a_1\|}, \frac{a_2}{\|a_2\|}, \frac{a_1 \times a_2}{\|a_1\| \cdot \|a_2\|} \right)$.显然,在两组解中,只有一组解可以保证矩形位于摄像机的前方,此解即为摄像机方位的合理解.

3 模拟实验

模拟实验中,摄像机的内参数设置为: $f_u = 1300$, $f_v = 1200$, $u_0 = 512$, $v_0 = 384$, $s = 0$, 图像的分辨率为 1024×768 . 实验采用了 3 幅图像, 对应的摄像机姿态参数分别是: 旋转轴 $\mathbf{n}_1 = [0.4364, 0.2182, 0.8729]^T$, $\mathbf{n}_2 = [0.8165, 0.4082, 0.4082]^T$, $\mathbf{n}_3 = [0.4082, 0.4082, 0.8165]^T$; 旋转角 $\alpha_1 = \pi/8$, $\alpha_2 = \pi/6$, $\alpha_3 = -\pi/8$; 平移向量 $\mathbf{t}_1 = [-5, -10, 300]^T$, $\mathbf{t}_2 = [5, 0, 320]^T$, $\mathbf{t}_3 = [10, 5, 350]^T$.

摄像机定标实验采用两个矩形作为定标模板. 在矩形每条边上均匀选取 100 个点, 图像噪声加在相应的投影点上, 并用最小二乘法拟合出矩形每条边所对应的直线的方程. 噪声大小为 0pixel~3pixel, 间距为 0.1pixel. 图 5(a)~(c)分别给出了模拟实验所求出的 5 个摄像机内参数的绝对误差随噪声变化的情况, 图 5(d)~(f)为 5 个内参数在不同噪声水平下的均方差变化曲线. 其中, 在每一噪声水平下的结果均是 200 次独立实验的均值. 以下所有实验均采用相同的条件.

从实验结果可以看出, 本文提出的方法定标精确性很好, 鲁棒性也比较强, 在比较大的噪声情形下, 定标的结果仍然令人满意.

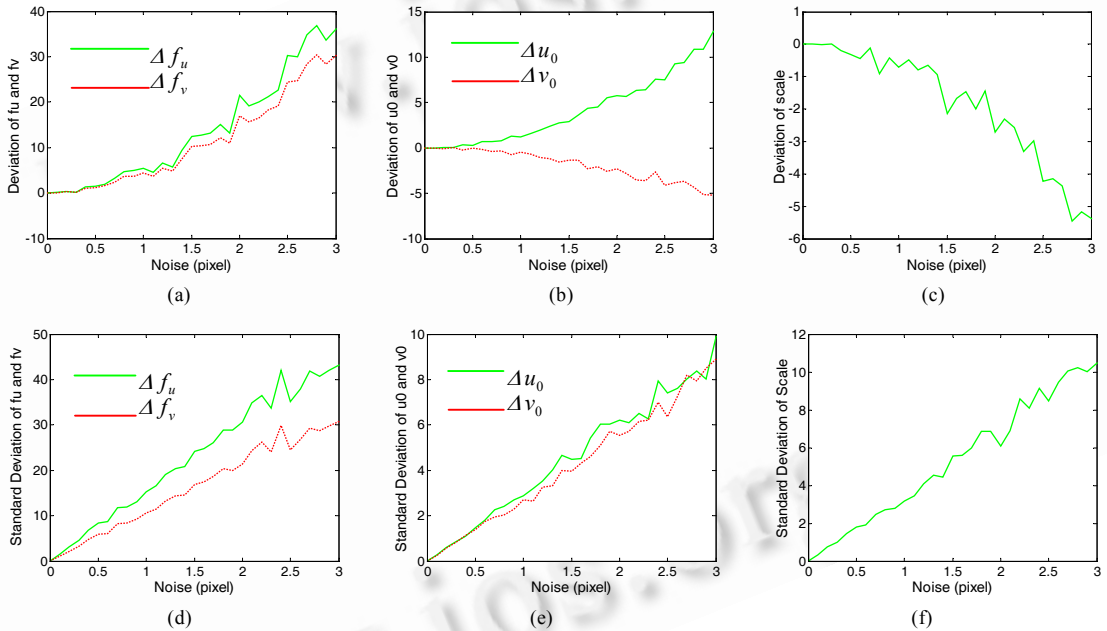


Fig.5 The absolute errors and standard deviations of the 5 intrinsic parameters under different noise level

图 5 5 个摄像机内参数的绝对误差及均方差在不同噪声水平下的变化曲线

确定摄像机方位实验仍采用与前面相同的实验数据和条件. 在恢复矩形欧氏度量时, 仅利用第 1 幅图像的信息, 由于矩形边长的恢复精度直接取决于其两对对角线夹角的测量精度, 所以文中只给出了其中一个矩形两对对角线夹角测量的相对误差和均方差随噪声变化的曲线, 如图 6(a)和图 6(e)所示. 在确定摄像机位置时, 我们采用本文所介绍的方法求解摄像机内参数矩阵 \mathbf{K} , 然后用此内参数值计算摄像机第 1 幅图像摄像机的旋转矩阵 \mathbf{R} 和平移向量 \mathbf{t} . 为便于分析实验结果, 我们将旋转矩阵分解为旋转轴和旋转角两部分, 图 6(b)和图 6(f)分别为旋转角测量的相对误差和均方差随噪声变化的曲线. 对于旋转轴的比较, 我们首先计算旋转轴的测量值与真实值之间的夹角. 在理想情况下, 测量值与真实值相同, 夹角为 0; 当存在噪声时, 我们在每一噪声水平下进行 200 次独立实验并计算该夹角的均值, 图 6(c)和图 6(g)分别为其均值和均方差随噪声变化的曲线. 对平移向量的比较采用与旋转轴相同的方法, 计算平移向量的测量值与真实值之间的夹角, 其均值和均方差变化曲线如图 6(d)和图 6(h)所示.

实验结果表明,采用本文介绍的方法,即使在存在较大噪声的情况下,也能较好地恢复矩形的欧氏度量 and 摄像机的位置信息.由于摄像机位置的计算是在本文定标结果和矩形欧氏度量恢复的基础上进行的,这也同时验证了本文定标结果的精确性和鲁棒性.

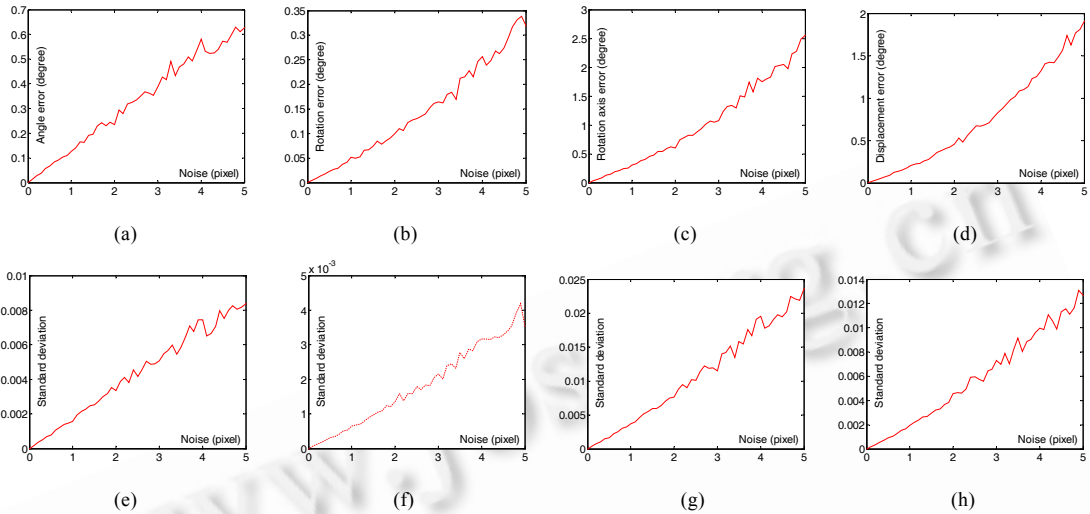


Fig.6 The absolute errors and standard deviations of the rectangles' Euclidean measurement and camera's pose under different noise level

图 6 矩形欧氏度量及摄像机位置确定绝对误差及均方差在不同噪声水平下的变化曲线

4 真实图像实验

在真实图像实验中,摄像机采用 CCD 数码相机,图像分辨率为 1024×768.实验过程中,我们没有采用专用定标模板,而是直接拍摄了 3 幅定标块图像,通过边缘检测和曲线拟合方法,提取出每幅定标块图像顶部平面的一个正方形,如图 7 所示.这样,利用图 2(右)所示方法确定圆环点图像,再由方程组(7)或(8)求解出摄像机内参数.定标结果见表 1.

Table 1 The calibration results via the technique proposed in the paper

表 1 采用本文的方法的摄像机内参数实验定标结果

f_u	f_v	u_0	v_0	s
2 550.24	2 575.04	716.19	283.77	75.46

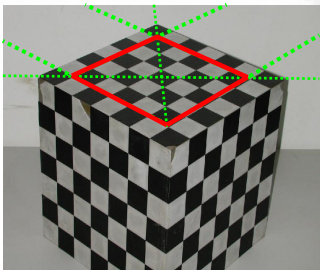


Fig.7 One of the three images used for calibration

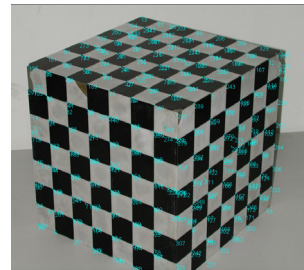
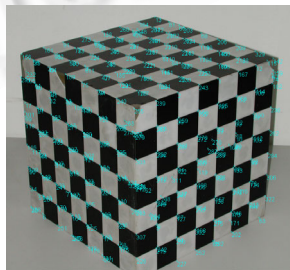


Fig.8 Two images with correspondence used for reconstruction

图 7 用于定标的 3 幅图像之一

图 8 用于重建的两幅图像及其匹配点

为了检验摄像机定标结果的合理性,我们采用立体视觉的方法,通过重建三维物体的结构来检验前面所得到的摄像机内参数.首先,我们选取前面用于定标的 3 幅图像中的两幅,由文献[17]的方法自动提取出 329 对对应

点,如图 8 所示.应用文献[18]的运动与结构重建算法,我们重建出定标块的 3 个面,图 9 分别给出了在不同视角下观察重建的三维空间点、三角化及贴纹理显示后的结果.从图中可以看出,重建出的每个面上的点确实是共面的.

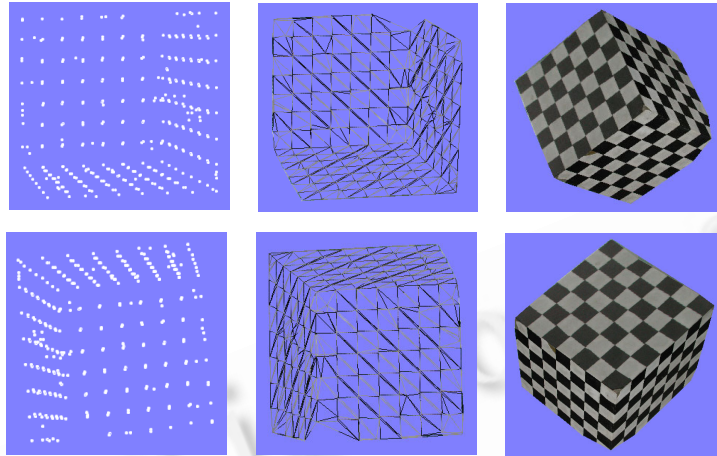


Fig.9 The reconstructed points, triangulations and texture results under different viewpoint

图 9 重建出的三维空间点、三角化及贴纹理显示后在不同视角下的观察结果

由重建出的三维空间点的坐标可以求出定标块 3 个面的方程分别为

$$\begin{aligned} P1: & -0.0271X + 0.5515Y + 0.2479Z + 1 = 0, \\ P2: & 0.1773X - 0.1127Y + 0.2682Z + 1 = 0, \\ P3: & -0.4279X - 0.1395Y + 0.2347Z + 1 = 0, \end{aligned}$$

其中,P1 为顶部平面,P2 为左部平面,P3 为右部平面.3 个定标块平面 P1 与 P2,P2 与 P3,P1 与 P3 间的夹角分别为 90.13°,89.07°和 91.34°,这与实际值 90±0.5°是非常吻合的.实验结果说明,本文所提出的方法具有较好的定标精度,可以比较精确地重建出物体的三维结构.

在真实图像实验中,我们也对矩形欧氏度量的恢复算法和摄像机位置的确定算法进行了实验.由于真实图像实验采用一个正方形进行定标,两对角线间的夹角为 90°,在 3 幅图像上所求得的夹角也正好为 90°,与真实值完全相同.利用本文的定标结果确定摄像机方位,实验结果分别为:对第 1 幅图像,旋转轴为 [0.8808, 0.4339, 0.1895]^T,旋转角为 25.0231°,平移方向为 [-0.0538, 0.0258, 0.9982]^T;对第 2 幅图像,旋转轴为 [0.9498, 0.2851, 0.1288]^T,旋转角为 26.7237°,平移方向为 [-0.0375, 0.0241, 0.9990]^T;对第 3 幅图像,旋转轴为 [0.8329, 0.5153, 0.2019]^T,旋转角为 23.7492°,平移方向为 [-0.0690, 0.0378, 0.9969]^T.这一结果与图像的真实拍摄情况是十分接近的.

为了进一步验证本文定标结果的准确性,我们采用与上文相同的 3 幅图像,用张正友^[14]的平面定标方法重新进行标定.程序源码采用张正友提供的 Easycalibration,下载地址为 <http://research.microsoft.com/~zhang/calib/>.定标时我们采用边缘提取和曲线拟合的方法在 3 幅定标图像上提取了 36 对精确匹配点,定标结果见表 2.然后与上文相同的图像和匹配数据重建出定标块的 3 个平面,重建出的平面方程分别为

$$\begin{aligned} P1: & -0.0364X + 0.5638Y + 0.2293Z + 1 = 0, \\ P2: & 0.1694X - 0.1022Y + 0.2773Z + 1 = 0, \\ P3: & -0.4412X - 0.1401Y + 0.2304Z + 1 = 0. \end{aligned}$$

3 个平面之间的夹角分别为 90.06°,88.87°和 91.84°.从重建的结果来看,本文的定标精度要略优于张正友的方法.

Table 2 The calibration results via Zhang's method

表 2 采用张正友方法的摄像机内参数实验定标结果

f_u	f_v	u_0	v_0	s
2 603.36	2 635.75	776.52	192.04	121.53

5 结 论

本文提出了基于空间平面上两个非平行矩形的图像来标定摄像机的方法,可以通过简单的线性方法求出摄像机的内参数.同时,本文还给出了通过图像来恢复矩形的欧氏度量及摄像机方位的一般性方法.大量的模拟和真实图像实验表明,本文所提出的标定方法原理简单,并具有较高的定标精度和较强的鲁棒性.本文所提出的恢复矩形的欧氏度量及摄像机方位的方法也具有较高的求解精度和较大的实用价值.

本文的方法的定标精度及后期摄像机位置的确定精度关键取决于前期图像边缘提取、直线拟和以及无穷远点和无穷远直线的求解精度.因此,在实际应用过程中,应注意选取适当的边缘检测和曲线拟合方法,从而提高计算结果的精度.

References:

- [1] Hartley R. Estimation of relative camera positions for uncalibrated cameras. In: Sandini G, ed. Proceedings of the European Conference on Computer Vision. NLCS 588, Springer-Verlag, 1992. 579~387.
- [2] Maybank SJ, Faugeras OD. A theory of self-calibration of a moving camera. International Journal of Computer Vision, 1992,8(2): 123~151.
- [3] Hartley R. Self-Calibration of stationary cameras. International Journal of Computer Vision, 1997,22(1):5~23.
- [4] Dron L. Dynamic camera self-calibration of from controlled motion sequences. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Computer Society Press, 1993. 501~506.
- [5] Du F, Brady M. Self-Calibration of the intrinsic parameters of cameras for active vision systems. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE Computer Society Press, 1993. 477~482.
- [6] Pollefeys M, Koch R, Gool LV. Self-Calibration and metric reconstruction in spite of varying and unknown internal camera parameters. In: Proceedings of the International Conference on Computer Vision. Bombay, 1998. 90~95.
- [7] Sturm P. Critical motion sequences for monocular self-calibration and uncalibrated Euclidean reconstruction. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Puerto Rico: IEEE CS Press, 1997. 1100~1105.
- [8] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision. Cambridge: University Press, 2000.
- [9] Li H, Wu FC, Hu ZY. A novel linear camera self-calibration technique. Chinese Journal of Computers, 2000,23(11):1121~1129 (in Chinese with English Abstract).
- [10] Lei C, Wu FC, Hu ZY. Kruppa equation and camera self-calibration. Chinese Journal of Automation, 2001,27(5):621~630 (in Chinese with English Abstract).
- [11] Wu FC, Li H, Hu ZY. A study on active vision based camera self-calibration. Chinese Journal of Automation, 2001,27(6):736~746 (in Chinese with English Abstract).
- [12] Yang CJ, Wang W, Hu ZY. An active vision based self-calibration technique. Chinese Journal of Computers, 1998,21(5):428~435 (in Chinese with English Abstract).
- [13] Ma SD. A self-calibration technique for active vision systems. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996,12(1): 114~120.
- [14] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11):1330~1334.
- [15] Meng XQ, Li H, Hu ZY. A new easy camera calibration technique based on circular points. In: Mirmehdi M, Thomas B, eds. Proceedings of the British Machine Vision Conference. Bristol: ILES Central Press, 2000. 496~501.
- [16] Semple JG, Kneebone GT. Algebraic Projective Geometry. London: Oxford University Press, 1952.
- [17] Zhang Z, Deriche R, Faugeras O, Luong QT. A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry. Artificial Intelligence, 1995,75(1~2):87~120.
- [18] Zhang Z. Motion and structure from two perspective views: from essential parameters to Euclidean motion via fundamental matrix. Journal of the Optical Society of America A, 1997,14(11):2938~2950.

附中文参考文献:

- [9] 李华,吴福朝,胡占义.一种新的线性摄像机自标定方法.计算机学报,2000,23(11):1121~1129.
- [10] 雷成,吴福朝,胡占义.Kruppa 方程与摄像机自标定.自动化学报,2001,27(5):621~630.
- [11] 吴福朝,李华,胡占义.基于主动视觉系统的摄像机自标定方法研究.自动化学报,2001,27(6):736~746.
- [12] 杨长江,汪威,胡占义.一种基于主动视觉的摄像机内参数自标定技术.计算机学报,1998,21(5):428~435.