碰撞检测中的固定方向凸包包围盒的研究*

魏迎梅[1]， 王 涌[1]， 吴泉源[1]， 石教英[2]

[1](国防科学技术大学 并行与分布处理国家重点实验室,湖南 长沙 410073);

[2](浙江大学 CAD & CG 国家重点实验室,浙江 杭州 310027)

E-mail: wangyon@public.cs.hn.cn

http://www.zju.edu.cn

摘要：碰撞检测在计算机图形学、CAD、仿真、虚拟现实等领域都有重要的研究意义.包围盒层次是解决碰撞检测问题固有的时间复杂性的一个有效途径.论述了用固定方向凸包(fixed directions hulls,简称FDH)作为包围盒进行碰撞检测的方法,证明了固定方向凸包适用于复杂环境中的精确碰撞检测,包括软体对象环境中的碰撞检测,并通过实验数据与其他包围盒进行了性能分析与比较.

关键词：碰撞检测;包围盒;包围盒层次;固定方向凸包

中图法分类号：TP391 **文献标识码**：A

碰撞检测问题在计算机图形学中有很长的研究历史.近年来,随着虚拟现实、分布交互仿真等技术的兴起,碰撞检测再一次成为研究的热点.精确的碰撞检测对提高虚拟环境的真实性、增强虚拟环境的沉浸感起着至关重要的作用,而虚拟环境自身的复杂性和实时性对碰撞检测提出了更高的要求.碰撞检测系统的输入模型是构成几何模型的基本几何元素(通常是三角形)的集合.输入模型的表示是无结构的,无须知道模型中的几何特征和拓扑结构.其任务是确定在某一时刻两个几何模型是否发生干涉,即它们的交集是否不为空,如果发生碰撞,则还需确定碰撞部位(参与碰撞的基本几何元素).目前的几何模型多为四面体网模型,最原始、最简单的碰撞检测算法就是对两个输入模型中的所有基本几何元素进行两两相交测试.当模型的复杂度增高时,这种$O(n^2)$次的相交测试显然是无法容忍的.因此,提高算法速度以保证虚拟环境的实时交互性是碰撞检测问题的核心.

包围盒层次(bounding volume hierarchy)是解决这一问题的一个有效的方法.其基本思想是通过建立对象的包围盒层次来逐渐逼近对象的几何模型,从而用体积略大而形状简单的包围盒代替复杂的几何对象参加碰撞检测,通过包围盒间的相交测试快速地排除不相交的基本几何元素对,以减少相交测试的次数.对用于碰撞检测的包围盒有以下两方面的约束:(1) 简单性:包围盒应该是简单的几何体,至少应该比被包围的几何对象简单.简单性不仅表现为几何形状简单、易于计算,而且包括相交测试算法的快速简单.(2) 紧密性:包围盒应该尽可能地贴近被包围的几何对象.紧密性可以用包围盒B与被包围对象G间的Hausdorff距离τ来衡量($\tau=\max\limits_{b\in B}\min\limits_{g\in G} dist(b,g)$).$\tau$越小,紧密性越好.紧密性直接关系到需要进行相交测试的包围盒的数目.传统的包围盒类型有沿坐标轴的包围盒AABB(axis-aligned bounding boxes)[1,2]和球形包围盒(spheres)[3].一个给定对象

* 收稿日期：1999-12-21；修改日期：2000-03-23

基金项目：国家自然科学基金资助项目(69823003);浙江省自然科学基金资助项目(699083)

作者简介：魏迎梅(1972－),女,陕西扶风人,博士,讲师,主要研究领域为虚拟现实,图形图像处理;王涌(1970－),男,河南开封人,博士生,主要研究领域为分布计算;吴泉源(1942－),男,上海人,教授,博士生导师,主要研究领域为分布计算,人工智能与智能软件;石教英(1937－),男,浙江宁波人,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机图形学,虚拟现实,多媒体.

的AABB被定义为包含该对象且边平行于坐标轴的最小的正六面体,球形包围盒被定义为包含该对象的最小的球体.这两类包围盒的相交测试都是十分简单的,但它们的紧密性相对较差.近年来,比较著名的包围盒是带方向的包围盒OBB(oriented bounding box)[4].一个给定对象的OBB被定义为包含该对象且相对于坐标轴方向任意的最小的正六面体.OBB最大的特点是其方向的任意性,这使得它可以根据被包围对象的形状特点尽可能紧密地包围对象,但同时也使得它的相交测试变得复杂.紧密性最好的包围盒应该是对象的凸包(convex hull).凸包的定义保证它是包围对象的最小的凸多面体,但凸包自身的计算复杂性及其相交测试的困难使其难以用于碰撞检测.

AABB在碰撞检测的研究历史中使用得最久、最为广泛,AABB自身也的确很具有吸引力:易于计算和存储、相交测试算法简单,但它的紧密性太差,尤其对于沿斜对角方向放置的瘦长形对象,用AABB将留下很大的边角空隙,从而导致大量没有必要的包围盒相交测试.在本文中,我们将讨论用固定方向凸包FDH(fixed directions hulls)作为包围盒来进行碰撞检测的方法.FDH是一种特殊的凸包,它继承了凸包紧密性好的优点.同时,FDH也可以看做是AABB的扩展,而且又具有AABB简单性的特点.用FDH来近似地描述对象的思想最初是由Kay和Kajiya于1986年在他们的光线跟踪算法中提出来的[5~7].我们将证明FDH具有许多优秀的特性,很适合用于复杂环境中的碰撞检测问题的研究,特别是可变形的动态环境中该问题的研究.

本文第1节给出FDH的定义和基本属性.第2节讨论用于碰撞检测的FDH树及其构造原则.第3节着重论述FDH适用于碰撞检测的性质以及在碰撞检测中需要解决的问题.第4节为实验结果分析,我们将与OBB,AABB等包围盒进行分析和比较.

1 固定方向凸包(FDH)

Kay和Kajiya用平行平面对(slab)来描述AABB和FDH[5].AABB可以看做是与坐标轴正交的3对平行的平面对的交集.两个AABB相交当且仅当所有的3对平行平面对都分别相交,这个条件很容易检测.进而扩展AABB的思想,用超过3对的平行平面对来逼近对象,而这些平行平面对的法向量是固定不变的,即所有对象的包围盒的面的法向量是相同的.由于所有的平行平面对均可由方向相反的两个法向量所定义的半空间相交得到,我们可以进一步给出FDH更为精确和通用的定义.

1.1 FDH的定义

定义1. 设 $d\in\mathscr{R}^k$ 为一非零向量,$X\in\mathscr{R}^k$ 为一非空点集,我们定义 X 在方向 d 上的最大范围值:$b_d(X)=\sup\{d^Tx\mid x\in X\}$.

定义2. 根据定义1,$\mathscr{R}$ 中满足条件 $d^Tx=b_d(X)$ 的点 x 所组成的集合 $P_d(X)=\{x\mid d^Tx=b_d(X)\}$ 称为 X 在方向 d 上的支撑超平面.其中 d 称为支撑超平面的法向量,满足条件 $x\in P_d(X)\cap X$ 的点 x 称为支撑点.

定义3. 根据定义2,由 x 在方向 d 上的支撑超平面所定义的 $\mathscr{R}^k$ 中的闭半空间 $H_d(X)=\{x\mid d^Tx\leqslant b_d(X)\}$ 称为 X 在方向 d 上的包围半空间.其中 d 称为 $H_d(X)$ 的法向量.

从以上定义可以得到包围半空间的以下性质:

性质1. $X\subseteq H_d(X)$,且 $H_d(X)$ 是在方向 d 上包含 X 的最小的闭合的半空间.

X 在方向 d 与方向 $-d$ 上的包围半空间定义了 X 在方向 d 上的最大区间范围,由此我们可以给出固定方向凸包FDH的定义.

定义 4. 设$D=\{d_1,d_2,\ldots,d_n\}$,其中$d_1,d_2,\ldots,d_n$为$\mathscr{R}^k$中的n个固定不变的非零向量,且对$\forall\ d_i\in D$,必$\exists\ d_j\in D$,使得$d_j=-d_i$. 对于非空的点集X,我们定义其包围半空间的集合$(H_d(X))_{d\in D}$构成X关于D的固定方向凸包:$\mathrm{FDH}_D(X)=(H_d(X))_{d\in D}$.

令集合D中的n个向量的位置也固定不变,则可以用一个$n\times k$的矩阵A来表示集合D,从而可以把$\mathrm{FDH}_D(X)$表示为$Ax\leqslant b_D(X)$的形式,其中$b_D(X)=(b_{d_1}(X),\ldots,b_{d_n}(X))^T$. 对于一个给定的$D$,$A$的值是固定不变的,因此,$\mathrm{FDH}_D(X)$可以由$b_D(X)$唯一地确定,从而可以把FDH表示为$\mathscr{R}^n$空间中的向量$b_D(X)$.

1.2 固定方向集的选择

固定方向集D中的固定向量为共线且方向相反的向量对. 由FDH的定义可知,AABB是FDH的一个最简单的特例$\mathrm{FDH}_{D_6}(X)$,$D_6=\{\pm(1,0,0),\pm(0,1,0),\pm(0,0,1)\}$. 随着$D$中固定向量个数$n$的增加,FDH的紧密性的提高,计算复杂度和相交测试的复杂度也随之增加. 另一个极端情况是D包含了$\mathscr{R}^k$中的所有向量的方向,FDH发展成为凸包. 因此,通过调整D的取值,FDH有望在AABB的简单性好、紧密性差与凸包的简单性差、紧密性好之间达到一定的折衷,从而提高碰撞检测的效率.

前面曾经提到AABB的一个缺点是,当它包围对象时会留下较大的边角空隙,故我们在考虑D的取值时,可以选取能"砍"去AABB边角的方向,同时D中的法向量的坐标值尽量取自较小的整数集合如$\{-1,0,1\}$,以减少乘法运算的可能.

我们构造固定方向集$D_{14}=\{\pm(1,0,0),\pm(0,1,0),\pm(0,0,1),\pm(1,1,1),\pm(1,-1,1),\pm(1,1,-1),\pm(1,-1,-1)\}$,定义$\mathrm{FDH}_{14}$;构造$D_{18}=\{\pm(1,0,0),\pm(0,1,0),\pm(0,0,1),\pm(1,1,0),\pm(1,0,1),\pm(0,1,1),\pm(1,-1,0),\pm(1,0,-1),\pm(0,1,-1)\}$,定义$\mathrm{FDH}_{18}$.

2 FDH 树

我们可以通过把FDH包围盒组织成层次结构来逐渐逼近对象的几何模型.

对于给定的n个基本几何元素的集合S,定义S上的包围盒层次$\mathrm{BVT}(S)$为一棵树. $\mathrm{BVT}(S)$的每个结点v对应于S的一个子集$S_v(S_v\subseteq S)$和S_v的包围盒$b(S_v)$,根结点对应于全集S. $\mathrm{BVT}(S)$的每个内部结点(非叶结点)有两个以上的子结点,内部结点的最大子结点数称作度,记为δ. 对应于结点v的子结点的S的子集构成对应于v子集S_v的一个划分. 我们说$\mathrm{BVT}(S)$是完全的,当且仅当每一个叶结点对应于S的一个单元素子集. $\mathrm{BVT}(S)$最多有$2n-1$个结点;一棵完全的$\mathrm{BVT}(S)$的高度至少为$\lceil\log_\delta n\rceil$,此时称树是平衡的. 在本文中,包围盒为FDH,故我们默认S的包围盒层次$\mathrm{BVT}(S)$为S的FDH树.

由$\mathrm{BVT}(S)$的定义可以得知,对于两个几何模型的基本几何元素集合S_1和S_2,其包围盒层次分别为$\mathrm{BVT}(S_1)$和$\mathrm{BVT}(S_2)$. 若$\mathrm{BVT}(S_1)$中的某个结点v_1对应的子集S_{v_1}的包围盒$b(S_{v_1})$与$\mathrm{BVT}(S_2)$中的某个结点v_2对应的子集S_{v_2}的包围盒$b(S_{v_2})$不相交,则S_{v_1}与S_{v_2}不相交. 若根结点对应的包围盒不相交,则这两个几何模型不相交. 构造层次的目的是尽可能快地排除所有不可能相交的几何元素对. 一棵理想的FDH树应该是一棵平衡的树,树的所有结点的包围盒体积最小,每个结点的所有子结点的包围盒的交集最小. 因此,在构造FDH树时应依照一定的构造原则,以求在以后的碰撞检测中能够获得较好的性能.

· FDH 树的度

我们的 FDH 树为二元树($\delta=2$),原因有两个. 首先,二元树是最简单的树,计算速度快. 其次,对一棵平衡的 δ 元树,搜索从根到叶的一条路径的代价与 $f(\delta)=(\delta-1)\log_{\delta}n$ 成正比,而当 $\delta=2$ 时,$f(\delta)$最小.

· 构造方法

有自顶向下和自底向上两种构造方法. 我们选用自顶向下的方法,其实现相对简单些. 首先计算全集 S 的 FDH 作为根结点,然后通过递归算法对 S 进行划分,直到叶结点为止.

· 数据结构

在构造 FDH 树时,数据结构有动态结构和静态结构之分. 静态结构是指 BVT(S)一旦建立就不再改变,如果 S 发生变化,则需重新构造. 动态结构是指当 S 变化时,能够通过修改 BVT(S)来适应 S,而不需全部重建. 静态结构相对简单一些,但前提是 S 在整个碰撞检测的过程中不会发生变化,大多数系统(如 RAPID[4],QCD[6]等)均采用这种结构. 但对于到软体对象环境中的碰撞检测,S 会经常改变,故应选择动态结构.

· 划分原则

在自顶向下构造 FDH 树的过程中,我们的任务是把结点 v 所对应的基本几何元素集合 S_v 划分成两个子结点 v_1 和 v_2 所对应的集合 S_{v_1}和 S_{v_2}. 对于二元树,共有 $2^{|S_v|-1}-1$ 种不同的划分方法. 我们考虑一类相对简单而且合理的划分:给 S_v 中的每一个三角形指定一个表现点(如中点),选择一个与 3 条坐标轴中的某一条正交的平面,根据表现点在平面的哪一侧而把集合 S_v 中的三角形划分到两个子集中. 这样,最多有 $3\cdot(|S_v-1|)$种不同的划分,划分原则包括划分轴的选择和划分点的选择. 一个好的划分应能把最相邻的基本几何元素划分到同一个子集中,并且两个子结点所对应的包围盒$b(S_{v_1})$和 $b(S_{v_2})$体积最小,同时使建立包围盒层次的代价尽可能小.

3 面向碰撞检测的 FDH 的特性

3.1 FDH 树的计算复杂度和存储需求

对于不同的包围盒类型,使用递归算法建立层次结构的时间开销相差无几,因此,包围盒层次的计算复杂度主要取决于包围盒自身的计算复杂度. 由第 1.1 节中 FDH 的定义可知,计算集合 S 的 FDH 可以通过计算 S 中的顶点与固定方向集 D 中的各个方向的最大点积得到,时间开销为 $O(kn)$,其中 $k=|D|$,$n=|S|$. 根据第 1.3 节中固定方向集的选择,点积的计算完全可以通过加减运算完成,所以 FDH 的计算是十分简单的. FDH 树对存储空间的要求也比较低. 对树中的每一个结点需存储定义 FDH 的 k 个标量和指向子结点的两个指针,对叶结点还需保留相应的基本几何元素的索引. 一棵完全的 FDH 树共有 $2n-1$ 个结点,故 FDH 树所需的存储空间约为$(16k+24)n$ 个字节. 而 OBB 方向的任意性使得它需要花费大量的时间来计算关于 S 的最佳方向,并且需要更多的存储空间($336n$ 个字节)[4].

3.2 FDH 相交测试

使用包围盒层次进行碰撞检测,其目的是通过两个对象的包围盒层次 BVT(S_a)和 BVT(S_b)中各结点所对应的包围盒 $b(S_{av})$和 $b(S_{bv})$间的相交测试,尽可能早地排除所有不可能相交的基本几何元素对(如 S_{av}中元素与 S_{bv}中的元素的组合),仅对有可能相交的基本几何元素对进行精确的三角形-三角形相交测试. 因此,包围盒间相交测试的速度直接影响到碰撞检测的速度,这也是衡量包

围盒性能的一个因素.

所有的 FDH 都由同一个包含 n 个向量的固定方向集来定义,因此,一个 FDH 完全可以由描述它在这些方向上的范围的 $n/2$ 个区间来定义. AABB 作为 FDH 的一个特例,其相交测试可以通过它在 3 个坐标轴上的 3 个区间的重叠测试来完成:若 3 个区间均重叠,则 AABB 相交,否则,若有一个不重叠,则 AABB 不相交. 这种简单而有效的区间重叠测试方法是否可以推广到 FDH 呢?

定理 1. 给定 R^3 中有凸多面体 P 和 Q,若它们内部不相交,则必然存在一个分离超平面 h,它由平行于 P 或 Q 的边的两个向量生成.

证明:$P\cap Q=\varnothing$ 当且仅当 $0\notin P-Q^*$

当且仅当存在一个支撑超平面 H 把 0 从 $P-Q$ 中分离出去,且 H 平行于 $P-Q$ 的某个面.

$P-Q$ 的面可以表示为 $F-G$(F 和 G 分别为 P 和 Q 面)的形式,这样的一个面可由 $F-G$ 的两条边生成. $F-G$ 的边平行于 F 的边或 G 的边,从而平行于 P 的边或 Q 的边. □

由定理 1 可以得到以下推论,其中 $\pi(P,l)$ 表示 P 在直线 l 上的投影.

推论 1. $P\cap Q=\varnothing$ 当且仅当存在 $l\in L$ 使得 $\pi(P,l)\cap\pi(Q,l)=\varnothing$. L 为来自 P 和 Q 的所有边的叉积所确定的方向的集合.

令 $C(D_n)=\{x\,|\,x=a\times b, a,b$ 为 FDH 的边方向$\}$,根据 FDH 的定义,由于 D_n 中的方向定义了 FDH 的面方向,故 $D_n\subseteq C(D_n)$. 由推论 1 可以得到以下结论:如果两个 FDH 在 D 所确定的 $n/2$ 个区间上的某一个区间不重叠,则它们必然不相交;但如果全部区间都重叠,则只有当 $D_n=C(D_n)$ 时可以确定两个 FDH 相交,否则还不能确定. 只有当 $n=6$ 时,等式才成立,这就是 AABB 能使用区间重叠测试的原理.

但是,我们使用包围盒的目的是尽可能早地排除所有不可能相交的情况,因此,对 FDH 同样可以使用区间重叠测试法. 如果两个 FDH 在 D 所确定的某一个区间上不重叠,则它们所包围的基本几何元素集合不相交;如果在所有区间上都重叠,我们可以保守地认为它们是相交的,若它们本来是不相交的,这样做只会稍微推迟一点排除不相交情况的时机,并不会影响到碰撞检测结果的准确性,而快速的 FDH 相交测试对提高整个碰撞检测系统的性能是非常有益的.

综上所述,两个 FDH 的相交测试只需 n 次比较运算,而两个 OBB 的相交测试则需 15 次比较运算、60 次加减运算、81 次乘法运算和 24 次绝对值运算[4]. 显然,FDH 相交测试的算法复杂度远低于 OBB.

3.3 面向活动对象的 FDH

虚拟环境中存在很多活动对象,它们可以通过运动改变其位置,尽管运动不会改变对象的几何特征和拓扑结构,但 FDH 也必须随之变化以适应新位置下的几何对象. 对象的运动可分解成旋转和平移,下面我们分别加以讨论.

· 平移. 对象的平移可以通过一个平移向量 t 表示:$x'=x+t$. FDH 对向量加运算是封闭的.

定理 2. 对任意非空点集 X 和 Y,有 $b_D(X+Y)=b_D(X)+b_D(Y)$.

证明:对$\forall\, d\in D$,由 FDH 的定义得 $b_d(X+Y)=\sup\{d^T(x+y)\,|\,x\in X, y\in Y\}$,又因为 x 和 y 的选取是独立的,所以 $b_d(X+Y)=\sup\{d^Tx\,|\,x\in X\}+\sup\{d^Ty\,|\,y\in Y\}=b_d(X)+b_d(Y)$,故 $b_D(X+Y)=b_D(X)+b_D(Y)$. □

* 这里,$P-Q=P+(-Q)$,为两个多面体的 Minkowski 和(Minkowski 和的定义为 $P+P'=\{p+p'\,|\,p$ is in P, p' is in $P'\}$).

由定理 2 可知,在处理平移运动时,FDH 的变换是十分简单的($b'_d=b_d+d^Tt$),也就是说,平移后的 FDH 依旧是平移后的几何对象的基于固定方向集 D 的最小的 FDH.

· 旋转. 对象的旋转可以通过一个旋转矩阵 R 来表示:$x'=Rx$. 由于 FDH 基于一个固定的方向集合 D,如果我们对 FDH 进行同样的旋转,得到的则来自另一个方向集 FDH,这就违背了用 FDH 做包围盒的初衷. 两个来自不同方向集合的 FDH 间的相交测试不能使用区间重叠测试方法,其代价要比来自同一个方向集的 FDH 的相交测试大得多. 如果重新计算 FDH 树的每个结点的 FDH,代价仍然很大. 我们希望能在原来的 FDH 的基础上得到符合要求的新的 FDH.

一个比较简单的方法是计算旋转后的 FDH 的 FDH. 令 $b=\mathrm{FDH}_D(S)$,如果 b 随 S 一起旋转,则得到 $b'=\mathrm{FDH}_{D'}(S')$,其中 $D'=DR^{-1}$. 令 $b''=\mathrm{FDH}(b')$,则有 $b''\supseteq b'\supseteq S'$. b''是 FDH,并且包含了旋转后的 S,只不过它不是包围 S 的最小的 FDH,但这对碰撞检测并没有太大的影响. 如果我们用通过这种方法更新过的 FDH 树进行碰撞检测,一样可以通过区间重叠测试法判断两个结点的包围盒是否相交,如果不相交,则它们所包围的旋转后的基本几何元素的集合也一定不相交. 这种方法的缺点是有可能降低了 FDH 包围盒的紧密性(即使降低了紧密性,b''与 b' 也不会相差很大),但与精确更新 FDH 树节省的开销相比,远远超过了有可能因此而带来的负面影响.

此外,在更新 FDH 树时并不需要在活动对象的每个位置更新树中的所有结点,可以只对用到的结点进行更新. 例如,如果活动对象 A 的 FDH 树中的某一结点 v 的 FDH 与环境对象 B 的 FDH 树的根结点的 FDH 不相交,则我们不再需要对结点 v 的所有后代结点进行更新.

3.4 面向软体对象的 FDH

对于软体对象的碰撞检测,软体会因为碰撞而发生变形,从而使几何模型发生改变,在碰撞检测中表现为基本几何元素集合中某些元素不同程度的变化. 因为 FDH 树是建立在最初的基本几何元素集合 S 上的,S 的变化势必导致 FDH 树中的某些结点(对应的基本几何元素子集包含发生变化的元素)的 FDH 不再是有效的. 但是,如果在每次发生变形后都重新构造 FDH 树,额外的开销将严重影响碰撞检测的效率. 一个有效的方法是通过对 FDH 树的快速更新使它能适应新的模型.

定理 3. 对非空点集 X 和 Y,若 $b^1=b_D(X)$,$b^2=b_D(Y)$,则 $b^1\vee b^2=b_D(X\cup Y)$. 其中 $b^1\vee b^2=(\max\{b_i^1,b_i^2\})$.

证明:考虑 FDH $b=b_D(X\cup Y)$. 由 FDH 的定义可以得到,对$\forall\ d\in D$,$b_d=\sup\{d^Tx\mid x\in X\cup Y\}$,由 sup 的性质有 $b_d=\max\{\sup\{d^Tx\mid x\in X\},\sup\{d^Tx\mid x\in Y\}\}=\max\{b_d^1,b_d^2\}$. 故 $b=b^1\vee b^2$. □

定理 3 的几何意义是,对基本几何元素集合 S,$S_1\subset S$,$S_2\subset S$,$S_1\cup S_2=S$,令 B_1 和 B_2 分别为包围 S_1 和 S_2 的最小的 FDH,则 $B=B_1\cup B_2$ 是包围 S 的最小的 FDH. 根据这个性质,当几何模型发生变形后,我们可以重新计算所有发生变化的基本几何元素所对应的叶结点的 FDH,然后严格按照自底向上的顺序,根据定理 3,通过两个子结点的 FDH 包围盒更新其父结点的 FDH 包围盒. 这样,更新一个结点只需要 k 次比较运算,并且更新后的包围盒的紧密性不会改变. 这个操作可以按照树的后序遍历方法加以实现.

我们并不需要对所有的内部结点作更新,只有当一个结点的子结点的 FDH 发生变化时才需更新. 在很多情况下,软体变形只是轻微的变形,也就是说,很有可能是 b^1 和 b^2 发生了变化,但 $b^1\vee b^2$ 的值却不变. 这个更新算法比重新构造 FDH 树要快得多. 而 OBB 的方向任意性使得更新 OBB 树几乎是不可能的,当 OBB 用于变形模型时,通常只能在变形后重新构造 OBB 树,其代价远远高

于 FDH.

4 性能分析与评价

我们用 C 实现了基于 FDH 树的碰撞检测算法,并且利用 RAPID[4]包进行 OBB 树的测试.在本节中,我们将通过实验结果的比较,对 FDH 包围盒的性能做进一步的分析.在实验中,基本几何元素均为三角形.

基于包围盒层次的碰撞检测的代价可用下面的代价函数[4]来评估:

$$T_{total}=N_b\times C_b+N_p\times C_p.$$

其中 T_{total} 为一对几何模型相交测试的总的代价,N_b 为参与相交测试的包围盒对的个数,C_b 为一对包围盒相交测试的代价,N_p 为参与相交测试的基本几何元素对的个数,C_p 为一对基本几何元素相交测试的代价.选择不同的包围盒会影响到的参数有 N_b,N_p 和 C_b.紧密性较好的包围盒可以降低 N_b 和 N_p,但 C_b 相对会较高,而简单性较好的包围盒则与此相反,见表 1.

Table 1 Building bounding volume hierarchy time (s)

表 1 构造包围盒层次的时间开销 (s)

	Model① 1	Model 2	Model 3
Environment object triangles②	400	5 000	169 994
Active object triangles③	116	5 000	404
FDH_{14}	0.010 5	0.231	7.111
FDH_{18}	0.011 3	0.252	7.929
AABB(FDH_6)	0.008 1	0.180	5.168
OBB	0.017	0.416	17.293
OBB/FDH_{18}	1.50	1.65	2.20

①模型,②环境对象三角形数,③活动对象三角形数.

我们用 3 组模型进行实验.每组模型都包括一个环境对象模型和一个活动对象模型,模型 1:四面体和球;模型 2:静止的环和运动的环;模型 3:管道与手.在测试过程中,活动对象将进行一定步数的运动.所有测试在 SGI(R10000,195MHz,128M 内存)上完成,用 cc 编译器"O2"优化进行编译,见表 2.

Table 2 Performance comparison between FDH, AABB and OBB

(t_{cd} is the average collision detection time in one step

表 2 FDH 与 AABB,OBB 的性能比较(t_{cd}为每步的平均碰撞检测时间)

	Model① 1			Model 2			Model 3		
Motion steps②	1000			100			2528		
Actual collission detection③Ncd	2 306			39 802			84 931		
	N_b	N_p	t_{cd}(ms)	N_b	N_p	t_{cd}(ms)	N_b	N_p	t_{cd}(ms)
FDH_{14}	54 872	14 570	0.078	3.560M	131 068	21.431	3.616M	0.516M	1.133
FDH_{18}	53 851	14 601	0.085	2.761M	120 208	17.563	3.218M	0.505M	1.063
AABB	149 329	43 048	0.103	4.594M	152 352	26.380	7.866M	0.903M	1.939
OBB	11 889	2 512	0.157	662 198	78 191	28.920	0.542M	0.203M	1.905
OBB/FDH 18	0.21		1.85	0.26		1.65	0.20		1.80

①模型,②运动步数,③实际碰撞数.

由表 1 中的数据可以看出,构造 OBB 树的代价约是 FDH_{14}和 FDH_{18}的两倍,FDH_{14}和 FDH_{18}的简单性优于 OBB.在表 2 中,OBB 参与相交测试的包围盒数日和基本几何元素数目最少,这表明 OBB 的紧密性最好,其次是 FDH_{14}和 FDH_{18},紧密性最差的是 AABB.从平均碰撞检测的时间可知,性能最好的是 FDH_{14}和 FDH_{18},尽管它们比 OBB 多进行了近 4 倍的相交测试,但是用它们进行碰

撞检测的速度约是 OBB 的 1.75 倍. 这说明,FDH_{14}和 FDH_{18}的相交测试的简单性足以弥补它们在紧密性上的欠缺. 而 AABB 尽管简单性是最好的,但它们的紧密性太差使得它们的总体性能降低. 综合表 1 和表 2 中的各项指标,FDH_{14}和 FDH_{18}在简单性和紧密性之间达到了较好的折衷,是比较理想的包围盒模型.

我们还对变形情况做了一些测试. 在我们的测试平台上,为一次变形(假设每个基本几何元素都发生变化)更新一棵 FDH 树的平均时间大约为构造树所需时间的 10%. 在软体对象环境中,OBB 包围盒的性能可能是最差的,因为到目前为止,还没有能对 OBB 树进行更新的有效的方法,而重构 OBB 树的代价大约是更新 FDH 树所需时间的 15 倍,因此在软体对象环境中,FDH 的性能远高于 OBB.

变形后包围盒层次的调整更新是软体环境碰撞检测的瓶颈,但在实际应用中,每一个时间阶发生变形的元素只是整个环境的一部分,而且变形也具有时间相关性. 如何充分利用这些特点提高 FDH 树的更新速度是我们下一步的目标.

References:

[1] Cohen, J. D., Lin, M. C., Manocha, D., *et al*. I-COLLIDE: an interactive and exact collision detection system for large-scale environments. In: Hanrahan, P., ed. Proceedings of the ACM Interactive 3D Graphics Conference. Monterey: ACM Press, 1995. 189~196.

[2] van den Bergen, G. Efficient collision detection of complex deformable models using AABB trees. Journal of Graphics Tools, 1997,2(4):1~13.

[3] Hubbard, P. M. Collision detection for interactive graphics applications. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1995,1(3):218~230.

[4] Gottschalk, S., Lin, M. C., Manocha, D. OBBTree: a hierarchical structure for rapid interference detection. In: Rushmeier, H., ed. Proceedings of the SIGGRAPH '96. New Orleans: ACM Press, 1996. 171~180.

[5] Kay, T. L., Kajiya, J. T. Ray tracing complex scenes. Compter Graphics, 1986,20(4):269~278.

[6] Klosowski, J. T., Held, M., Mitchell, J. S. B., *et al*. Efficient collision detection using bounding volume hierarchies of *k*-DOPs. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 1998,4(1):21~36.

[7] Zachmann, G. Rapid collision detection by dynamically aligned DOP trees. In: Burdea, G., ed. Proceedings of the IEEE Virtual Reality Annual International Symposium. Atlanta: Academic Press, 1998. 90~97.

Research on Fixed Direction Hull Bounding Volume in Collision Detection*

WEI Ying-mei[1], WANG Yong[1], WU Quan-yuan[1], SHI Jiao-ying[2]

[1](*National Laboratory for Parallel and Distributed Processing, National University of Defence Technology, Changsha* 410073, *China*);

[2](*State Key Laboratory of CAD & CG, Zhejiang University, Hangzhou* 310027, *China*)

E-mail: wangyon@public.cs.hn.cn

http://www.zju.edu.cn

Abstract: Collision detection is of significant meaning in many fields such as computer graphics, CAD, simulation and virtual reality. Bounding volume hierarchy provides an effective method to resolve the intrinsic time complexity in collision detection. In this paper, a method is proposed based on FDH (fixed direction hul) for collision detection and illustrate that FDH is applicable to exact collision detection in complex environments, as well as in deformable environments. The comparison of FDH and other bounding volumes are also presented through experimental data.

Key words: collision detection; bounding volume; bounding volume hierarchy; fixed direction hull

* Received December 21, 1999; accepted March 23, 2000

Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 69823003; the Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China under Grant No. 699083