

## 基于优先表的工程约束求解算法研究\*

刘晓平<sup>1,2</sup> 何涛<sup>3</sup> 黄永红<sup>3</sup> 唐卫清<sup>3</sup> 刘慎权<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院等离子体物理研究所 合肥 230031)

<sup>2</sup>(合肥工业大学计算机学院 合肥 230009)

<sup>3</sup>(中国科学院计算技术研究所 CAD 开放研究实验室 北京 100080)

**摘要** 文章分析了工程设计中约束问题的特点和规律,阐明了工程约束与几何约束在工程 CAD 领域中的表现形式,提出了符合工程特点的“多元约束图”的约束表示模型和约束传播层的设计思想,为了有效地结合设计领域的特点,文章还提出了具有工程特性的“基于优先表的改进算法”。基于此思想,多种启发式的工程经验可以被加入其中,使处理速度大为提高,该研究已应用于工厂钢结构的系统设计中,取得了良好的效果。

**关键词** 工程 CAD, 模型, 约束, 优化, 启发式, 优先表。

**中图法分类号** TP391

工程 CAD 研究是计算机辅助设计领域的重要分支,它不仅具有广泛的应用价值,同时又给一些传统的方法和理论带来了挑战。约束是一种描述对象所必须满足的某种特定关系的断言,约束从宏观上可以分为几何约束和工程约束。所谓几何约束就是要求几何元素之间必须满足的某种关系。几何约束从性质上可分为尺寸约束与结构约束。尺寸约束是指固定几何元素之间相对位置的约束,结构约束是指拓扑与结构上的约束。所谓工程约束是指在特定的背景下为保证设计质量和安全而驱使设计对象的某些属性必须满足的规范和要求。工程约束包含的内容较多,不同的应用领域有较大的区别,像应力约束、温度约束、速度约束、费用约束等,由此可见,工程约束问题必须针对具体应用考虑其某一个或某几个属性的限制与要求。这种问题在工程 CAD 中表现得尤为突出。

传统约束满足问题(constraints satisfaction problem,简称 CSP)的求解就是找到所有变量的一个或多个赋值,使约束得到满足。一般情况下,CSP 问题的求解是一个 NP 完全问题。经典的 CSP 问题的求解方法是基于树的搜索算法,在此基础上,人们提出了各种改进方法,包括弧一致性、路径一致性、前向检查、回溯、向后标记以及一些变量赋值次序和变量值选择的启发式策略<sup>[1~3]</sup>。这些方法基本上从元结构(约束图的拓扑结构)、宏观结构(约束间的关系)以及微观结构(一个变量不同值之间的关系)这 3 个方面出发,试图通过缩小搜索空间和寻找最佳搜索路径来提高 CSP 问题的求解效率,这些问题的不同变化具有较大的灵活性。组合优化是一个离散最优化问题,人们已经认识到组合优化问题的计算复杂度高,属于 NP 一类问题,除了枚举一部分解空间之外,没有更好的方法<sup>[4]</sup>。运筹学的经典算法求解小规模问题尚可胜任,当问题的规模增大时,由于解的数目呈指数函数增长,要求准确的最优解实际上已不可能。因此,从实际应用的角度出发,能够得到有较好近似解的近似算法或以一定的概率保证解的质量的随机算法的研究越来越受到重视。近年来出现的模拟退火, TABU 搜索和遗传算法<sup>[5,6]</sup>等在组合优化问题上获得了广泛的应用,在一些组合优化问题上取得了显著的成果。

钢结构节点设计是在已知若干杆件杆端力的前提下,选择板材、设计焊缝或高强螺栓以满足材料的力学性

\* 本文研究得到国家自然科学基金资助。作者刘晓平,1964年生,博士,副教授,主要研究领域为 CAD/CG。何涛,1973年生,博士,主要研究领域为工程 CAD。黄永红,1968年生,博士,助理研究员,主要研究领域为工程 CAD。唐卫清,1965年生,博士后,研究员,博士生导师,主要研究领域为工程 CAD。刘慎权,1930年生,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为可视化,图形学。

本文通讯联系人:刘晓平,合肥 230009,合肥工业大学计算机学院

本文 1998-12-07 收到原稿,1999-05-29 收到修改稿

能要求的过程. 在所有的链接应力的公式中, 均出现有多个自变量, 而这些自变量又都是离散的. 在 CSP 基于图的表示模型中, 毫无例外地采用顶点表示变元, 边表示约束的方法. 该表示模型具有一定的局限性, 它无法表示多元之间的复杂约束, 而这种多元约束在工程中是常见的. 在传统问题中, 变量是高度抽象的结果, 无任何工程属性可言, 因此不存在层次、级别、决定次序等实际的工程关系. 传统的约束问题研究基本上局限于静态约束, 其主要表现为约束变量的初始值或值域范围固定, 约束满足只是确定该变量的取值而已. 在工程设计中大量存在着的约束除此之外还包括另一种动态约束, 其含义是某约束变量的值域取决于另一约束变量的取值, 在约束求解的过程中表现为动态的变化. 再者, 传统约束基本上由等式组成, 这样, 约束的值可通过计算唯一确定, 从某种意义上说值域较窄. 而工程上的约束基本由非线性的不等式构成, 从受力情况分析, 只要受力值小于或等于极限值即可, 因此, 相对来说值域较宽.

在过去的 10 年中, 约束问题得到了中外学者的深入研究, 不难发现, 这些研究的重点是针对几何约束, 这里包括尺寸约束和结构约束. 由于工程约束内容较多、不同的应用领域也较为复杂而多变, 这些问题的研究抽象显然没有像几何约束那样轻松. 因此, 我们认为, 因时、因地地研究工程约束的表象及内涵, 从中总结出工程约束下的设计问题的一般表示规律和相关的工程启发式算法, 将是一项符合我国国情的长期而紧迫的任务.

### 1 多元约束图模型和算法

定义 1. 多元约束图  $MG$  为一有向图,  $MG = (\Sigma, E)$ ,  $\Sigma$  是图顶点的集合,  $\Sigma = V \cup C$ , 其中  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$  是设计中所有变量的集合, 该变量在约束求解的过程中被赋值.  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  是设计中所有约束的集合, 该约束在设计变量之间起到平衡作用.  $E$  是  $MG$  图边的集合.

$$E = \{e_i = (u, v) \mid \forall e_i, u \in C \wedge v \in V\}.$$

定义 2. 约束度  $D_i$ . 约束度表示与约束顶点  $c_i$  关联的边的数目, 即  $D_i = \text{deg}v_{i_i}$ .

定义 3. 约束传播层  $PL$  (简称传播层). 为减少搜索空间对变量的决定次序和影响关系所作的一种描述, 是多元约束图中变量的一种属性, 该属性在约束求解的过程中动态确定. 各变量在传播层中出现且只出现一次. 约束层有零约束层、1 约束层等, 分别表示由高至低的层次为  $PL_0, PL_1, PL_2, \dots$ .

性质 1. 零约束层  $PL_0$  中的变量为从初始值域中假定赋值的变量, 该变量不受任何其他变量的取值约束.

性质 2. 低层变量在当前值域中的取值不会影响高层变量, 高层变量的不同赋值直接影响低层变量的值域变化.

定义 4. 值域长度  $VF$ . 表示某变量值域内的取值个数. 变量  $V_i$  的值域  $F_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,u})$ , 则  $VF_i = \text{length}(F_i) = u$ .

定义 5. 初始值域  $IV$  与当前值域  $CV$ . 它们分别表示约束求解前和约束求解过程中由于约束传播而改变的取值范围.

在设计约束的表达式中有较多的设计参数, 这些参数在模板中以哑元形式记载<sup>[7,8]</sup>, 在约束求解前设计参数被设计示例唯一确定. 图 1 表示了一个  $m$  个变量和  $n$  个约束的多元约束图, 从中可见, 这种把变量和约束顶点分层表示的方法有助于问题的理解. 图中所有的边均为约束层与变量层的连接, 层间无任何边, 这种表示模型也同样支持一元和二元约束问题描述; 多元约束图的另外一种形式是将变量全部置于圆外, 约束顶点置于圆内.

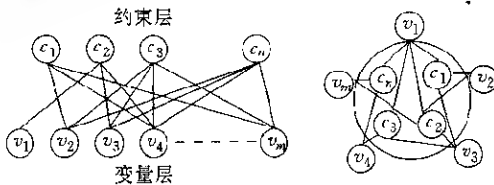


图1 多元约束图模型的两表现形式

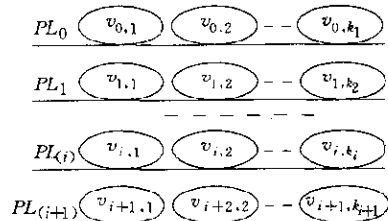


图2 约束层及其表示

约束层的一般性表示如图 2 所示。这里,  $v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,k}$  分别表示第  $i$  层中有  $k$  个变量, 变量层中的每个变量都有相应的取值范围。以多元约束图来表达的工程约束关系网络就其表象而言为一乱网, 约束关系复杂多变。利用传播层表有效地根据约束的自身特点, 将变量送入不同层次的表中, 从而确定了层与层之间的约束传播方式。根据传播层表的性质可知, 层之间存在着单向依赖关系, 即高层的每个不同赋值决定了低层变量的当前值域变化, 而低层变量的当前值域内的不同取值始终保持着与高层变量的约束满足关系, 不影响高层变量的当前示例。这种单向依赖关系保证了当约束传播层表形成之后, 低层变量当前值域内的任意组合不影响高层的变量示例, 只要检验尚未访问的约束即可, 因为以前的访问已被该表的单向依赖关系所保证, 所以高层变量的任何一个改变均会调整与该变量相关的约束。这种变量的层次关系有效地保证了约束的一致性, 从而使搜索空间减少到极限状态。

## 2 基于优先表的启发式算法

在采用层次化的约束传播技术后, 搜索空间会有大幅度的减少, 若约束规模进一步扩大, 需要进一步考虑利用工程中所隐含的设计属性和设计人员宝贵的设计经验, 采取切实可行的启发式方法, 在较短的时间内达到或近似达到“准最优解”。

例如, 变量  $t$  和  $c$  分别表示连接板的厚度和材料, 因为连接板的材料可供选择的品种不多, 目前只有 Q235, 16Mn, 15Mn 钢 3 种, 连接钢板的厚度在一项工程中考虑施工的方便也不会出现太多, 否则会给现场连接板的选择带来不必要的麻烦, 一般也就 3~4 种<sup>[9]</sup>。零传播层中的变量一般作为设计的源, 其首先示例对其余层内的变量有较好的传播作用, 对后继变量的一致性有较好的约束。

从算法的执行过程中发现, 向约束传播层表添加约束原元变量的约束基本属于设计推理性约束, 而最后留余的约束属于验证性约束。工程约束的另一个特点是, 利用工程约束不等式的特点来获取满足约束的下限值, 首先根据工程性质对所有变量的取值域进行排序, 对数值变量进行递增排序, 对于非数值变量必须进行性能排队, 例如, 材料从工程特性上的正确顺序为: Q235, 16Mn, 15Mn, 或者用 1、2、3 进行编码以统一比较数据, 这样就有以下特性:

- 在相同条件下, 低性能材料满足的约束, 高性能材料一定满足;
- 在焊缝允许范围内,  $hf = a$  满足约束, 则  $a \leq hf \leq hf_{max}$  皆满足;
- 在相同条件下,  $tw = b$  满足约束, 则  $b \leq tw \leq tw_{max}$  皆满足。

我们曾对扬子催化裂化装置钢结构设备平台中的 330 个节点原设计进行了数据研究, 检测结果见表 1。

表 1 节点板若干数据比较

种类	第 1 类	比例 (%)	第 2 类	比例 (%)
连接板材料	1 Q235	100		
连接板厚度	2 8mm	96	10mm	4
焊缝高度	2 8mm	91	10mm	9

从表 1 不难看出, 该工程中连接板的选材、厚度以及连接焊缝的高度都具有较大的集中性, Q235 钢是目前我国最为常用的钢材, 性能价格比最好。尽管 16Mn 和 15Mn 在材料性能上有一定幅度的提高, 但价位普遍较高, 实际工程中基本不用。从前面的介绍中可以发现, 连接板的厚度和连接的构件的壁厚有一定的联系, 这就隐含了连接板的厚度也不会有太大的跳跃, 其中 8mm 的连接板约占 96% 左右。而焊缝高度也同样具有较大的集中性, 这些数据虽然不能认为是最优解, 但由于这是工程设计人员凭借多年的设计经验和设计习惯综合而来, 既然这种模式普遍存在, 存在就是合理的。所以, 我们在设计优化算法时应对此给予足够大的重视。

由于本文对目标函数不作具体的描述, 因此, 算法也无法根据目标函数的变元来寻找相关的启发式方法, 所以, 我们提出一个更加柔性的设计思路, 使设计人员可根据具体的设计问题来调整具体的策略。这就是“基于优先表(FIRLIST)的改进算法”。其主要思想表现在以下几个方面。

**定义 6.** 优先表(FIRLIST)。优先表是一个数据表, 它按照一定的顺序记载了所有约束变元在约束求解过程中优先赋值例示的变量值, 对每个数据变量支持多种表达方式, 像通配符、单一数据值、数据表等。

例如,  $FIRLIST = ("Q235", (8, 10), 8, *, 8, *)$  表示了在设计约束求解过程中, 材料优先示例为 "Q235" 钢, 连接板的厚度优先示例 8 或 10, 焊缝 1 的焊缝高度优先示例为 8, 焊缝 1 的长度无优先值, 可根据实际的前值域范围例示. 焊缝 2 的高度也同样优先示例为 8, 焊缝 2 的长度无优先值.

这给约束求解带来了极大的灵活性, 可以将各种不同的启发式方法和策略预先定制, 使算法尽快进入较为满意的解区. 当程序结束条件尚未满足, 优先表中的数据已被搜索完毕之时, 可继续搜索优先表以外、值域范围以内的赋值, 直至条件满足. 算法终止条件, 可以有多种考虑, 例如, 规定一个  $\delta$  值, 当目标函数的改变不大时即可终止. 即  $|f(X) - f(X^0)| \leq \delta$ , 或规定时间限制等.

基于优先表的改进算法描述如下:

Step 1. 先将目标函数赋值以一大数, 设置缓冲区以保存当前最优解; 将多元约束图中的所有约束顶点按照(约束度+约束元值域之和)排序, 形成约束表; 开辟约束传播层表空间; 优先表初始化.

Step 2. 如果多元约束图中所有变量顶点均进入约束传播层表, 转 Step 3, 否则, 依次从约束表中取出约束, 根据约束传播层的定义, 将约束元装入约束传播层表并进行约束传播, 变量被赋以新的值域. 读取优先表中各变量的优先赋值, 如果在当前值域范围内, 则例示优先表中的值, 否则, 从当前值域范围内例示.

Step 3. 将约束表中尚未被访问的约束依次送入验证表; 获取约束传播层表的最底层的层号  $i$ .

Step 4. 若  $i = -1$  或者终止条件满足, 则结束, 转 Step 9, 否则, 继续.

Step 5. 对  $PL_i$  层中变量当前值域的示例值进行组合, 如果  $PL_i$  不是最底层, 则重新传播约束至底层, 否则, 继续.

Step 6. 对底层变量的示例组合用验证表中的约束进行逐一检验, 满足者即为一个新的可行解. 发现可行解转 Step 8, 本层组合完毕则继续.

Step 7.  $i = i - 1$ , 转 Step 4.

Step 8. 计算目标函数, 选取当前最优解. 返回.

Step 9. 输出当前保留的变量缓冲区的示例值, 输出当前最优化结果.

### 3 算法性能测试

对于 CSP 问题, 只要求得到一个可行解即可, 在实际的工程设计中, 设计人员为了赶时间、抢速度, 基本没有优化的考虑, 在较多的场合是根据节点设计标准图选取一种模式, 根据相应参数加大一些比例保险即可. 尽管这里面包含着设计经验, 但是当规模较大时, 经验数据与理论上的最优解偏差较大. 在计算机辅助设计的钢结构系统中, 由于采用了上述算法和启发式策略, 在这两者之间有了较好的折衷, 表 2 和表 3 是以一个柱和撑、柱和梁的连接设计为例的数据比较. 该设计用例和手工设计数据均取自扬子催化裂化装置钢结构设备平台中的 330 个节点图中. 测试数据所使用的机器为 Pentium133, 32MBRAM.

表 2 设计数据比较(1)

	时间(s)	目标函数	误差比例(%)
原算法(理论最优解)	229.0	101.36	0
改进算法	9.1	109.0	7.54
手工设计	*	124.0	22.34

设计对象: 柱与撑的节点连接; 变元个数: 9; 约束个数: 8

表 3 设计数据比较(2)

	时间(s)	目标函数	误差比例(%)
原算法(理论最优解)	257.5	128.6	0
改进算法	11.7	139.5	8.48
手工设计	*	163.1	26.83

设计对象: 柱与梁的节点连接(刚接); 变元个数: 10; 约束个数: 8

### 4 结束语

本文所讨论的重点主要是工程约束问题, 当连接的设计模式被模板<sup>[10]</sup>记录之后, 工程设计的过程主要是工

程约束尤其是计算应力的约束满足问题,几何约束可通过约束元的值域范围来表现,本文所涉及的工程问题源于实际的工程,故具有较强的针对性,在不失一般工程意义的前提下,提出了多元约束图的约束表示模型,描述了针对该模型的约束传播层的设计思想,将约束变量有序地形成一单向依赖关系表,有效地表达了约束一致性的思想。当然,工程约束问题是工程设计中的一个大课题,本文主要针对结构设计中的应力分析来展开讨论,工程约束的花费较大,在不同的应用领域会有不同的表现,基于多元约束图的工程约束表示模型具有一定的通用性,基于约束传播层表的设计思想在其他领域的工程约束问题上也具有一定的参考价值。针对不同设计领域的特点,我们着重提出了优先表的设计思想,基于该思想,多种启发式的工程经验可以被加入其中,更加有直接的应用价值,该算法在钢结构设计系统中有较好的表现,已被工厂设计系统软件 PDSOFT(plant design software) 所采用。

**致谢** 本文在总结的过程中得到了南京扬子石油化工设计院韩小红和阎兴远高级工程师的大力支持,许多数据来源于他们多年的工程实践,在此表示衷心的感谢。

### 参考文献

- 1 Yokoo M. Weak-commitment search for solving constraint satisfaction problems. In: Proceedings of the 12th National Conference on AI. 1994. 313~318
- 2 Liao Lei-jian, Shi Zhong-zhi, Zhang D. Minimal model semantics for sorted constraint representation. Chinese Journal of Computer Science and Technology, 1995,21(7):13~17
- 3 Yuan C *et al.* The comparison and analysis of solving approaches to constrain satisfaction problems. Computer Sciences, 1998,25(1):8~12
- 4 Combinatorial Explosion, 1998. <http://www.cybercom.net/~rbjones/rbjpub/cs/ai020.html>
- 5 Jenkins W M. Improving structural design by genetic search. Computer-aided Civil and Infrastructure Engineering, 1998,13(1):5~11
- 6 Hajela P *et al.* Genetic algorithms in topologic design of Grillage structures. Computer-aided Civil and Infrastructure Engineering, 1998,13(1):13~22
- 7 Liu Xiao-ping. An algorithm for feature placement in piping CAD system. In: Li Hua, Li Bin, Yu Xia eds. Proceedings of the CAD/Graphics'97. Beijing: International Academic Press, 1997. 427~432
- 8 刘晓平,刘祺权,唐卫清.工程 CAD 中的归并模型及算法研究.工程图学学报,1998,34(4):11~20  
(Liu Xiao-ping, Liu Shen-quan, Tang Wei-qing. The research of merger model and algorithm in engineering CAD system. Journal of Engineering Graphics, 1998,34(4):11~20)
- 9 李和华. 钢结构连接节点设计手册.北京:中国建筑工业出版社,1995  
(Li He-hua. Handbook of Joint Design for Steel Structure. Beijing: China Construction Industry Press, 1995)
- 10 刘晓平,刘祺权,唐卫清.基于模板的工程 CAD 设计方法学研究.计算机辅助设计与图形学学报,1999,11(4):301~305  
(Liu Xiao-ping, Liu Shen-quan, Tang Wei-qing. The research of methodology based on template in engineering CAD. Journal of CAD & CG, 1999,11(4):301~305)

## The Priority List Based Algorithm for Solving Engineering Constraints in CAD System

LIU Xiao-ping<sup>1,2</sup> HE Tao<sup>3</sup> HUANG Yong-hong<sup>3</sup> TANG Wei-qing<sup>3</sup> LIU Shen-quan<sup>3</sup>

<sup>1</sup>(Institute of Plasma Physics The Chinese Academy of Sciences Hefei 230031)

<sup>2</sup>(Computer College Hefei University of Technology Hefei 230009)

<sup>3</sup>(CAD Laboratory Institute of Computing Technology The Chinese Academy of Sciences Beijing 100080)

**Abstract** The authors review current research situation of engineering CAD, including engineering constraints and geometry constraints, and analyze the denotation and characteristics of engineering design. Some rules and peculiarities of constraints in engineering design are analyzed. Engineering constraints representation model named as "Multilateral Elements Constraints Graph", and the method based on the model constructs the one-way dependence relations between constraints variable are analyzed. In this way, some problems of constraints consistency and search space are solved well. To bridge the gap between the constraints solver and special engineering domain, an improving algorithm based on priority list is developed. Many heuristic rules and engineering experiences could be added to the list for the efficiency. These algorithms have been used in the CAD system of plant steel structure design.

**Key words** Engineering CAD, model, constraint, optimization, heuristic, priority-list.